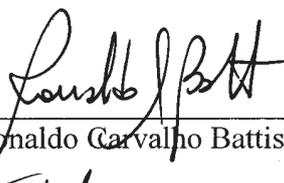


# CONTROLE DINÂMICO ESTRUTURAL VIA MECANISMOS VISCOELÁSTICOS

Raimundo Pereira de Vasconcelos

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:



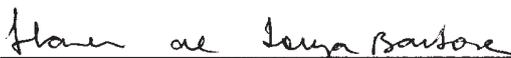
---

Prof. Ronaldo Carvalho Battista, Ph.D.



---

Prof. Fernando Alves Rochinha, D.Sc.



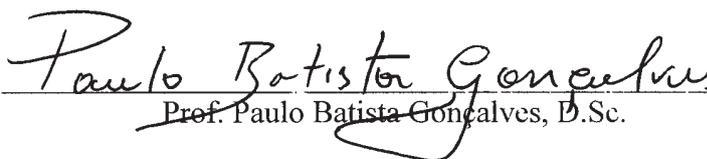
---

Prof. Flávio de Souza Barbosa, D.Sc.



---

Prof. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.



---

Prof. Paulo Batista Gonçalves, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2003

VASCONCELOS, RAIMUNDO P. DE  
Controle Dinâmico Estrutural via Mecanismos  
Viscoelásticos [Rio de Janeiro] 2003  
XXVII, 246 p., 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,  
Engenharia Civil, 2003)  
Tese – Universidade Federal do Rio  
de Janeiro, COPPE.  
1. Materiais Viscoelásticos  
2. Estruturas Sanduíche  
3. Modelagem Dinâmica Computacional  
4. Dinâmica de Estruturas  
5. Redução e Controle de Vibrações  
6. Amortecimento Estrutural  
I.COPPE/UFRJ II. TÍTULO (série)

A Deus

Aos meus pais, Raimundo e Maria.

A minha esposa Elisete pela sua dedicação e carinho, e aos meus dois filhos Fabíola e Rodrigo.

Ao meu irmão Antônio, pelo apoio.

Ao meu orientador Ronaldo Battista.

### **Agradecimentos:**

Ao Prof. Ronaldo Battista, pela orientação, paciência, respeito e apoio dedicados em todos os momentos do desenvolvimento do presente trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro.

A Universidade do Amazonas pela oportunidade que me foi dada para galgar mais um degrau do conhecimento.

A amiga Eliane Carvalho pela convivência durante todo o trabalho de tese e especial pelo apoio e a ajuda nos momentos mais difíceis.

Ao amigo Emerson Figueiredo pelo apoio na parte final deste trabalho.

A todos os colegas e funcionários da COPPE que me ajudaram durante mais esta jornada.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## CONTROLE DINÂMICO ESTRUTURAL VIA MECANISMOS VISCOELÁSTICOS

Raimundo Pereira de Vasconcelos

Dezembro/2003

Orientador: Ronaldo Carvalho Battista

Programa: Engenharia Civil

Uma estrutura sob ação de carga dinâmica pode experimentar vibrações excessivas levando a ocorrência de danos e, por consequência, a problemas de segurança estrutural ou de desconforto de seus usuários.

Para contornar esses problemas, dispositivos mecânicos podem ser instalados na estrutura com a finalidade de reduzir e controlar as amplitudes de vibração. Dentre esses, se destacam os que utilizam materiais viscoelásticos (MVE's) como núcleo amortecedor, como por exemplo, os componentes estruturais tipo sanduíche.

Esses materiais viscoelásticos têm propriedades mecânicas dependentes da temperatura e principalmente da frequência, o que em geral impossibilita a análise de estruturas com esses mecanismos de forma eficiente por programas disponíveis no mercado.

Neste trabalho apresentam-se uma extensão da formulação de Golla-Hughes por meio de superposição modal com amortecimento ponderado e uma ferramenta numérica computacional que permite a análise no domínio do tempo e da frequência de estruturas sanduíche com MVE, possibilitando também o projeto de mecanismos viscoelásticos para o controle de vibrações estruturais. Além disso, apresenta-se um estudo das propriedades de materiais viscoelásticos; o conhecimento das quais é essencial para a utilização dos MVE's no projeto e aplicação de mecanismos de redução e controle dos níveis de vibração em estruturas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

## STRUCTURAL DYNAMIC CONTROL BY VISCOELASTIC DEVICES

Raimundo Pereira de Vasconcelos

December/2003

Advisor: Ronaldo Carvalho Battista

Department: Civil Engineering

A structure under action of a dynamic load may experience an excessive level of vibration that may lead to severe damages and consequent problems of structural safety or lack of comfort for the users.

Then, to get around these problems, mechanical devices can be installed on the structure to reduce and control the amplitudes of vibration. Among these devices one may point out those which make use of viscoelastic materials (VEM) as a damping core, as for example, the sandwich type of structural components.

These viscoelastic materials have their mechanical properties dependent on the temperature and particularly on the frequency, what in general make impossible the use of known available programs to analyze structures with these devices.

This work presents an extension to the Golla-Hughes formulation by using modal superposition with weighed damping and also a numerical-computational tool, which allows time and frequency domain analyses to be performed for these structural systems, and moreover aid to design viscoelastic devices to control structural vibration. In addition, this work presents a study of the properties of viscoelastic material, the knowledge of which is essential in the design and application of VEM devices to reduce and control the levels of vibration in structures.

# Índice

<b>1. O Uso de Materiais Viscoelásticos no Controle de Vibrações Estruturais</b>	<b>1</b>
1.1. Introdução. . . . .	1
1.2. Resumo Histórico. . . . .	2
1.3. Configuração de Mecanismos de Amortecimento. . . . .	12
1.4. Escopo do Trabalho. . . . .	16
<b>2. Características dos Materiais Viscoelásticos</b>	<b>19</b>
2.1. Natureza do Comportamento Viscoelástico. . . . .	19
2.2. Propriedade das Borrachas e Materiais Semelhantes. . . . .	22
2.2.1. Características Gerais. . . . .	22
2.2.1.1. Borracha Natural. . . . .	24
2.2.1.2. Borracha de Estireno-Butadieno. . . . .	24
2.2.1.3. Borracha Nitrílica. . . . .	24
2.2.1.4. Policloropreno (Neopreno). . . . .	25
2.2.1.5. Borracha de Silicone. . . . .	25
2.2.1.6. EPDM. . . . .	26
2.2.1.7. Elastômeros Termoplásticos. . . . .	26
2.2.1.8. Polisulfetos. . . . .	26
2.2.1.9. Vulcanização. . . . .	26
2.2.2. Propriedades Mecânicas Estáticas. . . . .	28
2.2.3. Propriedades Mecânicas Dinâmicas. . . . .	29
2.2.4. Aspectos Práticos das Propriedades Mecânicas. . . . .	36
2.2.5. Fadiga sob Tensões Dinâmicas. . . . .	42

2.2.6. Durabilidade. . . . .	45
2.2.6.1. Fatores que Afetam a Durabilidade. . . . .	45
2.2.6.2. Ação da Temperatura em Serviço. . . . .	45
2.2.6.3. Ação de Agentes Atmosféricos. . . . .	47
2.2.6.4. Exposição a Fluidos. . . . .	48
<b>3. Modelagem de Materiais Viscoelásticos</b>	<b>50</b>
3.1. Modelos Analíticos. . . . .	50
3.2. Modelos Mecânicos de MVE. . . . .	51
3.2.1. Equações Constitutivas para Modelos Viscoelásticos Unidimensionais. . . . .	53
3.2.1.1. Relações Constitutivas no Domínio do Tempo (DT). . . . .	53
3.2.1.2. Relações Constitutivas no Domínio da Frequência (DF). . . . .	53
3.2.1.3. Relações Constitutivas no Domínio de Laplace (DL). . . . .	54
3.2.1.4. Equações Constitutivas para Modelos Bi e Tridimensionais. . . . .	55
3.3. Modelagem via o Método Golla-Hughes (GHM). . . . .	56
<b>4. Modelagem Numérica do Sistema Estrutural com MVE</b>	<b>62</b>
4.1. Introdução. . . . .	62
4.2. Elementos Elásticos. . . . .	62
4.2.1. Elemento de Pórtico Espacial. . . . .	63
4.2.2. Elemento de Placa. . . . .	64
4.2.2.1. Elemento Triangular DKT. . . . .	64
4.2.2.2. Elemento Retangular Reissner-Mindlin. . . . .	66
4.2.3. Elemento de Casca. . . . .	69
4.2.4. Matriz de Amortecimento. . . . .	69
4.3. Elementos Viscoelásticos. . . . .	71
4.3.1. Formulação para um Grau de Liberdade. . . . .	71
4.3.2. Formulação para vários Graus de Liberdade. . . . .	73
4.3.3. Matrizes para Elementos Viscoelásticos. . . . .	76
4.4. Implementação Computacional do PEFAMV. . . . .	79

<b>5. Exemplos de Referência</b>	<b>84</b>
5.1. Introdução. . . . .	84
5.2. Exemplos de Estruturas Modeladas com Elementos Elásticos. . . . .	85
5.2.1. Análise de Placas Simplesmente Apoiadas. . . . .	85
5.2.2. Análise de Casca Simplesmente Apoiada. . . . .	90
5.3. Análise de Placa Sanduíche Simplesmente Apoiada. . . . .	93
5.4. Análise de Placa Sanduíche Enrijecida por vigas. . . . .	101
5.5. Exemplos Comparativos com Resultados Experimentais. . . . .	115
5.5.1. Placa Sanduíche com Condições de Contorno Totalmente Livre. . . . .	115
5.5.2. Amortecedor Cilíndrico com MVE. . . . .	132
<b>6. Análise Dinâmica de Modelos do Tabuleiro do Vão Central da Ponte Rio-Niterói</b>	<b>140</b>
6.1. Características Gerais. . . . .	140
6.2. Características do Vão Central. . . . .	141
6.3. Danos no Pavimento do Vão Central Devido a Vibrações Induzidas por Tráfego de Veículos. . . . .	144
6.4. Modelos Numéricos. . . . .	146
6.4.1. Tabuleiro Metálico. . . . .	146
6.4.2. Tabuleiro Misto. . . . .	155
6.5. Análise de um Modelo Físico com MVE. . . . .	160
6.5.1. Modelo Físico sem Pavimento. . . . .	160
6.5.2. Modelo Físico com Pavimento Misto. . . . .	162
6.5.3. Modelo Físico com Pavimento Sanduíche. . . . .	163
6.5.4. Sistema de Carga Dinâmica. . . . .	164
6.5.5. Resultados Experimentais dos Ensaios de Vibração Livre. . . . .	166
6.5.6. Modelagem Numérica. . . . .	168
6.5.7. Comparativo: Numérico x Experimental. . . . .	175
<b>7. Materiais Viscoelásticos para o Projeto de AVE's</b>	<b>183</b>
7.1. Aspectos Gerais. . . . .	183
7.2. Premissas Básicas de Projeto. . . . .	183
7.3. Seleção dos Materiais Compostos. . . . .	186
7.3.1. Materiais com Baixo Amortecimento. . . . .	190

7.3.2. Materiais com Alto Amortecimento. . . . .	195
7.3.3. Escolha do Material. . . . .	200
<b>8. Projeto de um Mecanismo Atenuador de Vibrações para um Piso Sob</b>	
<b>Atividade Humana</b>	<b>202</b>
8.1. Descrição do Problema. . . . .	202
8.2. Carregamento Humano. . . . .	205
8.3. Modelo Adotado. . . . .	208
8.4. Análise da Estrutura Original. . . . .	210
8.5. Definição das Características do Modelo. . . . .	215
8.6. Análise dos Resultados. . . . .	219
<b>9. Resumo e Conclusões</b>	<b>226</b>
9.1. Preâmbulo. . . . .	226
9.2. Comentários e Conclusões. . . . .	226
9.3. Sugestões para Trabalhos Futuros. . . . .	228
<b>Bibliografia</b>	<b>230</b>
<b>Apêndice A – Matrizes para Elementos de Placa</b>	<b>237</b>

# Lista de Figuras

## Capítulo 1

- 1.1. Foto de um amortecedor viscoelástico [22]. . . . . 4
- 1.2. Foto Panorâmica mostrando ao fundo as duas torres do WTC antes de serem destruídas pelo atentado terrorista de 11 de Setembro de 2001. . . . . 4
- 1.3. (a) Amortecedor típico do WTC. (b) Detalhe do amortecedor instalado. . . 5
- 1.4. Vista do Columbia SeaFirst, em Seattle, EUA. . . . . 6
- 1.5. Localização dos amortecedores viscoelásticos instalados no Columbia SeaFirst[16]. . . . . 6
- 1.6. (a) Vista do Two Union Square, em Washington, EUA; (b) com detalhe dos amortecedores instalados [22]. . . . . 7
- 1.7. Diferentes configurações para amortecedores viscoelásticos: (a) simples camada de MVE, (b) com camada de restrição, e (c) duplo sanduíche. . . 13
- 1.8. Representação de um típico amortecedor estrutural viscoelástico. . . . . 14
- 1.9. Representação de um sistema de amortecimento do tipo sanduíche aplicado a um tabuleiro de ponte, (b) mostrando o comportamento das seções na flexão. . . . . 15
- 1.10. Representação de um amortecedor viscoelástico cilíndrico. . . . . 16

## Capítulo 2

- 2.1. Analogia ao comportamento de um MVE. Uma bola feita de material viscoelástico é colocada em queda livre sobre um piso rígido [37]. . . . 20
- 2.2. Representação da unidade estrutural de repetição da Borracha Natural (cis – 1,4 Poliisopreno) [42]. . . . . 24
- 2.3. Unidade estrutural do Policloropreno (Neoprene) [42] . . . . . 25

2.4. Unidade estrutural geral de repetição de um polímero de Silicone [42]. . . . .	25
2.5. Representação esquemática do processo de vulcanização da borracha. A cadeia de cis – 1,4 Poliisopreno (a) antes da formação das ligações cruzadas com o enxofre e (b) ao final do processo [42]. . . . .	27
2.6. Modelo da formação de ligações cruzadas das cadeias de cis – 1,4 Poliisopreno pelos átomos de enxofre (círculo escuro) [42] . . . . .	28
2.7. Trecho de uma curva tensão-deformação para borracha sob: (a) tração, (b) compressão e (c) cisalhamento, reproduzido de Harris e Crede [40] . . . . .	28
2.8. Deformação cíclica, $\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t)$ , imposta a um corpo elástico ou viscoso. . . . .	30
2.9. Resposta esquemática da tensão em três corpos: elástico, viscoso e viscoelástico; considerando uma deformação prescrita $\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t)$ . . . . .	31
2.10. Efeitos da frequência e temperatura no módulo de armazenamento, módulo de perda, e no fator de perda de um polímero típico [38]. . . . .	33
2.11. Gráficos do comportamento aproximado (a) do módulo de armazenamento e (b) do fator de perda sob uma ampla faixa de frequências e temperaturas. Os gráficos são baseados em dados experimentais, obtidos por Nolle [43], para a borracha Buna-N. . . . .	34
2.12. O efeito da amplitude de deformação no módulo de armazenamento e no módulo de perda, ambos ao cisalhamento, da borracha IIR vulcanizada. Os números das curvas representam a percentagem de negro de fumo por volume [40]. . . . .	41
2.13. O efeito da deformação na vida de fadiga de uma amostra de borracha testada a tração e a compressão [40] . . . . .	43

### Capítulo 3

3.1. Modelos unidimensionais para caracterizar MVE: (a) Modelo de Maxwell, (b) Modelo de Voigt e (c) Modelo Linear Padrão. . . . .	52
3.2. Material viscoelástico: variações de $E'$ e $\eta$ com a frequência. . . . .	59
3.3. Materiais viscoelásticos: variações de $E'$ e $\eta$ com a frequência. . . . .	61

### Capítulo 4

4.1. Elemento de pórtico espacial com seus respectivos graus de liberdade. . . . .	63
4.2. Elemento de placa triangular com seus respectivos graus de liberdade. . . . .	65

4.3. Elemento de membrana triangular com seus respectivos graus de liberdade. . . . .	65
4.4. Elemento de placa retangular com seus respectivos graus de liberdade. .	67
4.5. Elemento de membrana retangular com seus respectivos graus de liberdade. . . . .	68
4.6. Relações entre taxa de amortecimento e frequência para amortecimento de Rayleigh [44]. . . . .	70
4.7. Interpretação do GHM para 1 GL. . . . .	73
4.8. Elemento hexaédrico linear de oito nós. . . . .	76
4.9. Elemento hexaédrico linear de com os nós e GLs dissipadores. . . . .	80
4.10. Representação de um nó elástico (a) e um nó de dissipação (b) considerando-se os três GLs adicionais para compatibilização com elementos de casca. . . . .	81

## Capítulo 5

5.1. Carga de impacto empregada na presente análise. . . . .	85
5.2. (a) Placa simplesmente apoiada, com carga aplicada no ponto F e ponto de observação em C, (b) constituída por aço, ou (c) por duas camadas, uma de aço e a outra de concreto. . . . .	86
5.3. Resposta no domínio do tempo para a placa de aço submetida a uma carga de impacto. . . . .	88
5.4. Resposta no domínio do tempo para a placa mista submetida a uma carga de impacto. . . . .	88
5.5. Casca semicilíndrica simplesmente apoiada, de dimensões 6,00 x 5,00m, modelada em malha de 20 x 20 elementos, e raio de 2,50 m. . . . .	91
5.6. Resposta no domínio do tempo de uma casca semicilíndrica de aço para uma carga de impacto. . . . .	91
5.7. (a) Placa simplesmente apoiada, (b) composta por três camadas. . . . .	93
5.8. Resposta no domínio do tempo para a placa mista e a sanduíche. . . . .	94
5.9. Resposta no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, para a placa mista e a sanduíche. . . . .	94
5.10. Gráficos no domínio do tempo para a placa sanduíche com modificações. . . . .	99

5.11. Gráficos comparativos, no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, entre a placa mista e a placa sanduíche, reanálise 1. . .	99
5.12. Gráficos comparativos, no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, entre a placa mista e a placa sanduíche, reanálise 2. . .	100
5.13. Placas enrijecidas por vigas de aço. . . . .	103
5.14. (a) Detalhe mostrando as placas com enrijecimento em vigas de aço, (b) com as características geométricas mostradas. . . . .	104
5.15. Respostas no domínio do tempo para as placas de aço, mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1. . . . .	108
5.16. Respostas no domínio da frequência para as placas mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1. . . . .	109
5.17. Respostas no domínio do tempo para as placas de aço, mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2. . . . .	109
5.18. Respostas no domínio da frequência para as placas mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2. . . . .	110
5.19. Respostas no domínio do tempo para as placas de aço, mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2. . . . .	110
5.20. Respostas no domínio da frequência para as placas mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2. . . . .	111
5.21. Resposta no domínio da frequência, para as placas de aço, mista e sanduíche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1. . .	111
5.22. Resposta no domínio da frequência, para as placas mista e sanduíche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1. . . . .	112
5.23. Resposta no domínio da frequência, para as placas de aço, mista e sanduíche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2. . .	112
5.24. Resposta no domínio da frequência, para as placas mista e sanduíche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2. . . . .	113

5.25. Resposta no domínio da frequência, para as placas de aço, mista e sanduíche, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2. . . . .	111
5.26. Resposta no domínio da frequência, para as placas mista e sanduíche, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2. . . . .	114
5.27. Resposta no domínio do tempo para as placas mista, sanduíche com MVE original e modificado 2, para a força aplicada em P1 e deslocamento observado em C1. . . . .	114
5.28. Resposta no domínio da frequência para a placa mista e a sanduíche com MVE modificado 2, com a força aplicada em P1 e deslocamento observado em C1. . . . .	115
5.29. Placa sanduíche com bordos livres sob ação de uma força “F”. . . . .	116
5.30. Impedância mecânica no centro da placa principal de aço. — Dados experimentais, • Solução NASTRAN, segundo Lu et al. . . . .	117
5.31. Malha em elementos finitos para modelagem numérica segundo Lu et al. [33,34]. . . . .	117
5.32. Impedância mecânica no centro da placa sanduíche. — Dados experimentais, • Solução NASTRAN, segundo Lu et al. . . . .	118
5.33. Módulo de Armazenamento e de Perda do material SJ 2015 X, da 3M, para o cisalhamento dinâmico [34]. . . . .	119
5.34. Propriedades do MVE SJ 2015 X da 3M Company. . . . .	122
5.35. (a) Modelagem para a placa principal de aço, com (b) malha de 20 x 20 elementos do tipo placa e restrições lineares ao plano nos bordos. . . . .	123
5.36. (a) Modelagem para a placa sanduíche com (b) malha de 20 x 20 elementos do tipo placa (placas restritora e principal), (c) e de 20 x 20 elementos hexaédricos para a camada de MVE, tendo restrições lineares ao plano nos bordos. . . . .	124
5.37. Modos de vibração para a placa principal, bordos livres, obtidos a partir do PEFAMV e comparados com o SAP2000 [32]. . . . .	129
5.38. Gráfico no domínio da frequência para a placa principal de aço com condições de contorno livre, força harmônica com ponto de aplicação e observação no centro da placa. . . . .	130
5.39. Gráfico no domínio da frequência para a placa sanduíche com condições de contorno livre, força harmônica com ponto de aplicação no centro da placa restritora e ponto de observação no centro da placa principal. . . . .	130

5.40. Amortecedor viscoelástico pronto para o ensaio [31]. . . . .	132
5.41. Desenho do amortecedor [31]. . . . .	132
5.42. Atuador servo-hidráulico com o amortecedor e estufa instalados. . . .	133
5.43. Estufa em forma cilíndrica fabricada com PVC e teflon [31] . . . . .	134
5.44. Ciclos histeréticos obtidos com o amortecedor aquecido a diferentes temperaturas com uma frequência de excitação de 2 Hz. . . . .	135
5.45. Dependência da frequência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda para a borracha SBR sem filler a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66]. . . . .	136
5.46. Gráficos das propriedades dinâmicas modeladas via o GHM comparados com os obtidos dos gráficos apresentados por Snowdon [66] . . . . .	137
5.47. Modelagem do amortecedor cilíndrico empregando (a) metade da estrutura, e (b) um quarto do cilindro. . . . .	138
5.48. Comparativo dos ciclos histeréticos obtidos através da análise do PEFAMV e o apresentado por Aseka e Riera [31] . . . . .	139

## Capítulo 6

6.1. Vista panorâmica do vão central da ponte Rio-Niterói. . . . .	141
6.2. Vãos centrais (estrutura metálica) e adjacentes (concreto protendido). .	142
6.3.(a). Seções transversais das estruturas metálicas: a) seção nos trechos com mísulas; b) seção nos trechos centrais [67] . . . . .	143
6.3.(b). Quadros transversais em X das estruturas metálicas: a) seção nos trechos com mísulas; b) seção nos trechos centrais [67]. . . . .	143
6.4. Detalhes referentes à modelagem dos enrijecedores longitudinais. . . .	144
6.5. Modelagem do tabuleiro ortotópico da ponte Rio-Niterói por Battista e Carvalho [68] empregando o SAP2000 [32]. . . . .	146
6.6. Malha em elementos finitos do tabuleiro metálico, obtida através do View – 3D [57], a partir de arquivo de dados do PEFAMV. . . . .	147
6.7. Detalhes referentes à modelagem das transversinas e as restrições para para simular o efeito produzido pelas vigas de apoio. . . . .	148
6.8. Vista do balanço do tabuleiro metálico. . . . .	149
6.9. Vista do tabuleiro com as áreas de aplicação do carregamento e o ponto de observação para a análise do tabuleiro metálico. . . . .	150

6.10. Representação da amplitude da força do carregamento trem tipo, normalizada em relação ao valor máximo. . . . .	150
6.11. Três primeiros modos de flexão obtidos através do SAP2000 [32] e PEFAMV respectivamente. . . . .	154
6.12. Deslocamento vertical no domínio do tempo, balanço da transversina, para o tabuleiro metálico com pavimento asfáltico. . . . .	155
6.13. Representação da ligação entre os elementos da camada de concreto e os da placa de aço para modelagem numérica do tabuleiro misto. . . . .	156
6.14. Vista do tabuleiro com as áreas de aplicação do carregamento e o ponto de observação para a análise do tabuleiro misto. . . . .	158
6.15. Deslocamento vertical no domínio do tempo, balanço da transversina, para o tabuleiro misto. . . . .	159
6.16. Deslocamento vertical no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, balanço da transversina do tabuleiro misto. . . . .	159
6.17. Vista da estrutura metálica acabada com guarda-roda em concreto armado. . . . .	162
6.18. Representação da estrutura do pavimento misto. . . . .	162
6.19. Vista geral do modelo físico com pavimento misto. . . . .	163
6.20. Representação da estrutura do pavimento sanduíche. . . . .	163
6.21. Vista com detalhe do pavimento sanduíche. . . . .	164
6.22. Representação da localização dos acelerômetros e posições de impactos no modelo físico do tabuleiro metálico, reproduzida de Battista et al.[27].	165
6.23. Densidade Espectral para a aceleração vertical no meio do tabuleiro ortotrópico obtido com testes de impacto em laboratório, reproduzido de Battista e Pfeil [25]. . . . .	166
6.24. Modelagem numérica para o modelo físico do protótipo. . . . .	169
6.25. Placa da base de apoio dos montantes em borracha Neoprene. . . . .	170
6.26. Representação de um trecho da malha do pavimento sanduíche. . . . .	171
6.28. Módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda para a borracha Thiokol RD sem filler a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66]. . . . .	173
6.29. Gráficos das propriedades dinâmicas do Thiokol RD via GHM e valores obtidos a partir de Snowdon [59], na faixa de 10 a 100 Hz. . . . .	174
6.29. Função carga adotada para cada impacto. . . . .	175

6.30. Correlação teórico-experimental entre as primeiras freqüências relativas aos três casos analisados para o modelo físico. . . . .	175
6.31. Resposta no domínio do tempo, em termos da aceleração vertical no meio do tabuleiro, para impactos na posição A na estrutura: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche. . . . .	177
6.32. Resposta no domínio do tempo, em termos da aceleração vertical no meio do tabuleiro, para impactos na posição A na estrutura: com pavimento misto e sanduíche. . . . .	178
6.33. Resposta no domínio da freqüência, em termos da densidade espectral, para a aceleração vertical no meio do tabuleiro, com impactos na posição A na estrutura: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche. . .	181
6.34. Resposta no domínio da freqüência, em termos da densidade espectral, para a aceleração vertical no meio do tabuleiro, com impactos na posição A na estrutura com pavimento misto e sanduíche. . . . .	182

## Capítulo 7

7.1. Gráficos esquemáticos da dependência da freqüência (a) do módulo de Armazenamento $G'$ e (b) do fator de perda ( $\eta$ ) para borrachas de baixo amortecimento, reproduzido de Snowdon [66]. . . . .	191
7.2. Dependência da freqüência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda $\eta$ para a borracha Neoprene sem filer a 25 °C [66]. . . . .	192
7.3. Dependência da freqüência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda $\eta$ para a borracha Natural sem filer a 5, 20 e 30 °C [66]. . . . .	193
7.4. Dependência da freqüência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda $\eta$ para a borracha Natural com filer (50 partes por peso de HAF por 100 partes de borracha) a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66]. . . . .	194
7.5. Gráficos esquemáticos da dependência da freqüência (a) do módulo de Armazenamento $G'$ e (b) do fator de perda ( $\eta$ ) para borrachas de alto amortecimento, reproduzido de Snowdon [66]. . . . .	195
7.6. Dependência da freqüência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda $\eta$ para a resina polivinil butiral plastificada a 25 °C [66]. . . . .	196

7.7. Dependência da frequência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda $\eta$ para o acetato de polivinil plastificado sem filer a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66]. . . . .	198
7.8. Dependência da frequência do módulo de armazenamento $G'$ e do fator de perda $\eta$ para a borracha Butil com filer (40 partes por peso de MPC por 100 partes de borracha) a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66]. . . . .	199

## Capítulo 8

8.1. Esquema de localização da estrutura analisada, reproduzido de Vasconcelos [6]. . . . .	203
8.2. Laje de piso enrijecida por vigas, reproduzido de Vasconcelos [6]. . . . .	204
8.3. Distribuição do carregamento humano para o tipo de ocupação a qual a laje se destina, reproduzida de Vasconcelos [6]. . . . .	205
8.4. Sinal característico, no domínio do tempo, da força de excitação gerada por uma pessoa pulando na frequência de 2,0 Hz [6]. . . . .	206
8.5. Sinal característico, no domínio da frequência, da força de excitação gerada por uma pessoa pulando na frequência de 2,0 Hz [6]. . . . .	206
8.6. Discretização da laje enrijecida por vigas, com malha de 8 x 8 elementos para cada painel de laje [6]. . . . .	209
8.7. Quatro primeiros modos de vibração para a estrutura das Figuras 8.1 a 8.3. . . . .	211
8.8. Deslocamento vertical no centro da laje, domínio do tempo, carregamento do tipo pulos com frequência fundamental 2,4 Hz. . . . .	212
8.9. Aceleração vertical no centro da laje, domínio do tempo, para carregamento do tipo pulos com frequência fundamental de 2,4 Hz. . . . .	212
8.10. Representação da estrutura do pavimento sanduíche. . . . .	215
8.11. Alternativas para estrutura sanduíche (a) com chapa de aço, e (b) empregando folhas de material compósito. . . . .	216
8.12. Gráficos das propriedades dinâmicas do Thiokol RD via GHM e valores obtidos a partir de Snowdon [66], para faixa de 1 a 10 Hz. . . . .	218
8.13. Deslocamento vertical no centro da laje, estrutura: original, modificada e sanduíche; no domínio do tempo, para carregamento do tipo pulos com frequência fundamental 2,4 Hz. . . . .	221

8.14. Aceleração vertical no centro da laje, estrutura: original, modificada e sanduíche; no domínio do tempo, para carregamento do tipo pulso com frequência fundamental 2,4 Hz. . . . .	221
8.15. Nova distribuição para a atividade humana sobre a laje. . . . .	224

## Apêndice A

A.1. Elemento triangular de placa com três nós. . . . .	239
---	-----

## Apêndice B

B.1. Barras para o ensaio utilizando o Método Padrão da ASTM: (a) Viga de Oberst ou viga simples; (b) viga composta com material amortecido apenas em um lado; (c) viga composta com material amortecido em ambos os lados; (d) viga sanduíche. . . . .	249
B.2. Exemplo de esquema de instrumentação utilizado no ensaio padrão ASTM [69]. . . . .	254

# Lista de Tabelas

## Capítulo 1

- 1.1. Lista de estruturas onde foram instalados amortecedores viscoelásticos para atenuação de efeitos provenientes de sismos [23]. . . . . 8
- 1.2. Lista de estruturas onde foram incluídos amortecedores viscoelásticos no sistema de isolamento sísmico[23]. . . . . 9
- 1.3. Lista de estruturas nas quais foram instalados amortecedores viscoelásticos para o controle de vibração devido ao vento e outras fontes [23,24]. . . . 10

## Capítulo 2

- 2.1. Designação dos 20 grupos principais de borrachas. . . . . 23
- 2.2. Vida de fadiga em ciclos para amostras de isoladores, sob cisalhamento, como função da deformação dinâmica para várias deformações laterais. . 44
- 2.3. Comparativo dos vários tipos de borrachas com temperaturas limites para aplicações práticas [46] . . . . . 46

## Capítulo 3

- 3.1. Funções de dissipação. . . . . 55

## Capítulo 4

- 4.1. Características do supercomputador CRAY T94 [59]. . . . . 83

## Capítulo 5

- 5.1. Características do aço e do concreto. . . . . 86
- 5.2. Freqüências naturais para as placas de aço e mista. . . . . 89
- 5.3. Tempos de execução obtidos em um microcomputador Pentium III (930 MHz) . . . . . 90
- 5.4. Freqüências naturais para a casca semicilíndrica de aço. . . . . 92
- 5.5. Medidas do desempenho do PEFAMV e do GHM3D [7] para o exemplo da placa sanduíche sob carga de impacto. . . . . 100
- 5.6. Parâmetros para modelagem via GHM do MVE SJ 2015 X. . . . . 121
- 5.7. Características dos materiais empregados na análise da placa sanduíche com condições de contorno totalmente livre. . . . . 125
- 5.8. Freqüências naturais da placa principal de aço com bordos livres, relativas aos primeiros modos de corpo rígido e flexão, obtidas pelo PEFAMV e SAP2000 [32], com os respectivos valores teóricos. . . . . 127

## Capítulo 6

- 6.1. Características dos materiais para o modelo do tabuleiro metálico. . . . 151
- 6.2. Freqüências naturais para o tabuleiro metálico com pavimento asfáltico. 153
- 6.3. Freqüências naturais para o tabuleiro metálico sem pavimento asfáltico. 153
- 6.4. Características dos materiais para o modelo do tabuleiro misto. . . . . 156
- 6.5. Freqüências naturais para o tabuleiro misto. . . . . 157
- 6.6. Características dos materiais empregados na modelagem numérica do modelo físico. . . . . 172
- 6.7. Valores das freqüências naturais para os três modelos analisados: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche; obtidos via PEFAMV e experimentalmente (Battista et al. [27]). . . . . 176

## Capítulo 7

- 7.1. Comparativo das propriedades de vários polímeros – I. . . . . 188
- 7.2. Comparativo das propriedades de vários polímeros – II. . . . . 189

7.3. Comparativo de preços relativos dos vários tipos de borrachas, considerando a SBR como referência [46]. . . . .	190
--	-----

## Capítulo 8

8.1. Faixas de frequências fundamentais para três atividades humanas, associadas ao primeiro harmônico [1] . . . . .	207
8.2. Frequências naturais para a laje enrijecida por vigas. . . . .	210
8.3. Deslocamento vertical máximo no centro da laje sob carregamento do tipo pulos. . . . .	213
8.4. Acelerações verticais máximas na laje sob carregamento do tipo pulos. . . . .	213
8.5. Frequências naturais para as estruturas: modificada e sanduíche. . . . .	219
8.6. Deslocamentos no centro da laje para as estruturas: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade de 2,4 Hz. . . . .	222
8.7. Acelerações nos pontos A, B e C, para a estrutura: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade de 2,4 Hz. . . . .	222
8.8. Deslocamentos no centro da laje para as estruturas: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura. . . . .	223
8.9. Acelerações nos pontos A, B e C, para a estrutura: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura. . . . .	223
8.10. Deslocamentos no centro da laje para as estruturas: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura e nova distribuição de carga. . . . .	225
8.11. Acelerações nos pontos A, B e C, para a estrutura: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura e nova distribuição de carga. . . . .	225

## Lista de Variáveis

### Letras Romanas Minúsculas:

- $a$  – comprimento do lado associado à direção  $x$  da placa.
- $b$  – comprimento do lado associado à direção  $y$  da placa.
- $a_0$  e  $a_1$  – coeficientes para determinação da matriz de amortecimento segundo Rayleigh.
- $c$  e  $c_2$  – coeficientes de amortecimento.
- $h$  – altura do corpo, espessura da placa.
- $h(s)$  – função dissipação.
- $i$  – unidade imaginária.
- $k$ ,  $k_1$  e  $k_1$  – rigidezes de mola.
- $m$  e  $n$  – número de meias ondas nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, da placa.
- $q$  – deslocamento.
- $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  – cada um dos lados do elemento hexaédrico linear.
- $s$  – variável no domínio de Laplace.
- $t$  – variável no domínio do tempo, espessura da placa.
- $w$  – trabalho de deformação.
- $z$  – variável de dissipação.

## Letras Romanas Maiúsculas:

- $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  e  $B_6$  – coeficientes para determinação das frequências naturais teóricas de uma placa homogênea com condições de contorno livre.
- $[C]$  – matriz elementar de amortecimento.
- $C^e$  – matriz elástica de amortecimento elementar.
- $C^v$  – matriz viscoelástica de amortecimento elementar.
- $D$  – rigidez flexural da placa.
- $Dim$  – Dimensão de uma matriz.
- $E$  – módulo de elasticidade longitudinal.
- $E^*$  - valor discreto do módulo complexo.
- $E'$  - módulo de armazenamento longitudinal.
- $E'^*$  - valor discreto do módulo de armazenamento longitudinal.
- $E''$  – módulo de perda longitudinal.
- $E^*$  - módulo complexo de elasticidade longitudinal.
- $E_a$  – energia armazenada.
- $E_d$  – energia dissipada.
- $\dot{E}_d$  – taxa de energia dissipada.
- $F$  – força de excitação.
- $G$  – módulo de elasticidade transversal
- $G'$  - módulo de armazenamento transversal.
- $G''$  - módulo de perda transversal.
- $I$  – matriz identidade.
- $\bar{I}_{placa}$  – momento de inércia em relação a cada eixo baricêntrico da placa.
- $[K]$  – matriz de rigidez elementar.
- $K^e$  – matriz elástica de rigidez do elemento sem o módulo de elasticidade.
- $K^v$  – matriz viscoelástica de rigidez do elemento.
- $K_{mola}$  – rigidez de um apoio flexível modelado como mola.
- $L$  – comprimento.
- $L_{placa}$  – dimensão lateral da placa.
- $[M]$  – Matriz de massa elementar.
- $[M_f]$  – Matriz de massa elementar à flexão.
- $[M_m]$  – Matriz de massa elementar efeito de membrana.
- $M^e$  – matriz elástica de massa do elemento.

- $\mathbf{M}^v$  – matriz viscoelástica de massa do elemento.
- $\mathbf{R}_e$  – matriz de autovetores de  $\mathbf{K}^e$ .
- $\dot{T}$  - taxa de aumento de temperatura com o tempo.

### **Letras Gregas Minúsculas:**

- $\alpha, \beta, \varepsilon$  e  $\gamma$  - parâmetros de modelagem de um MVE via o GHM.
- $\delta$  - decaimento logarítmico.
- $\varepsilon(\%)$  – percentagem mínima de deformação.
- $\varepsilon_d(\%)$  – percentagem de deformação dinâmica.
- $\varepsilon$  - deformação longitudinal.
- $\gamma$  - deformação angular.
- $\eta$  - fator de perda.
- $\mu$  - coeficiente de viscosidade ao cisalhamento, termo relacionado a matriz de massa.
- $\theta$  - ângulo de fase.
- $\nu$  - coeficiente de Poisson.
- $\rho$  – massa específica.
- $\rho_0$  – massa específica por unidade de área da placa.
- $\xi$  - taxa de amortecimento.
- $\sigma$  - tensão normal longitudinal.
- $\tau$  - tensão de cisalhamento.
- $\omega$  - variável no domínio da frequência.

### **Letras Gregas Maiúsculas:**

- $\Gamma$  - função objetivo para o ajuste através da busca por varredura.
- $\Delta t$  – intervalo de tempo de integração.
- $\Lambda$  - matriz de autovalores de  $\mathbf{K}^e$ .
- $\psi$  - coeficiente de ponderação da função objetivo.

**Outros Símbolos:**

- E - módulo de rigidez no domínio de Laplace.
- K - rigidez sem o fator do Módulo de Elasticidade no domínio de Laplace.
- M - massa no domínio de Laplace.
- H - transformada inversa de Laplace de  $q(s)h(s)$

# Capítulo 1

## O Uso de Materiais Viscoelásticos no Controle de Vibrações em Estruturas

### 1.1. Introdução

Problemas de vibrações em estruturas sob ação de carregamentos dinâmicos têm sido um grande tema de estudos e pesquisas, em especial nos últimos dez anos. Isto se deve ao avanço significativo que a indústria da construção civil experimentou nas últimas décadas do século passado, com o desenvolvimento de novas técnicas construtivas; novos materiais; melhoria dos já existentes; além do mais significativo de todos: ferramentas numérico-computacionais, cada vez mais precisas em virtude do grande aumento da capacidade de processamento dos computadores, que nos tornam capazes de simular e resolver o problema estrutural com modelos cada vez mais próximos das estruturas reais.

Com todos estes avanços foi possível à engenharia moderna projetar e executar estruturas cada vez mais delgadas e flexíveis, suscetíveis, portanto aos efeitos produzidos por ações de natureza dinâmica. Como consequência, essas estruturas passaram a experimentar problemas cada vez maiores oriundos desse tipo de ação. Isto pode ser verificado pelos inúmeros casos relatados na literatura que envolvem os mais variados tipos de problemas, indo desde os danos estruturais localizados [1] até ao colapso da estrutura. Menciona-se ainda, o fato do desconforto que usuários podem experimentar mesmo quando a estrutura não apresenta danos [1,2].

A busca pela solução dos problemas em estruturas advindos de ações de natureza dinâmica fez com que surgisse e se desenvolvesse de modo marcante,

principalmente em anos mais recentes, uma linha de pesquisa na área da Dinâmica das Estruturas relacionada ao controle de vibrações.

Com o desenvolvimento de pesquisas nessa linha, diversas alternativas para a redução e o controle de vibrações em estruturas foram apresentadas. Destas, a que está se apresentando como a mais promissora é aquela que emprega controladores passivos, os quais podem ser usados também em estruturas existentes [3,4,5,6,7,8,9,10,11].

Dentre os sistemas de controle passivo, aqueles que fazem uso de materiais especiais com propriedades amortecedoras, como materiais viscoelásticos acoplados às estruturas, aparecem como uma excelente alternativa na correção de problemas de vibrações excessivas.

Os materiais viscoelásticos têm como principal característica uma grande dissipação de energia por ciclo de oscilação, fazendo com que o sistema acoplado aumente a sua taxa de amortecimento e proporcione reduções significativas das vibrações.

Polímeros orgânicos, especialmente os elastômeros, são os mais amplamente usados para esta finalidade. Alguns dos mais importantes materiais poliméricos empregados incluem borrachas natural e sintética, poliuretanos, acrílicos, etc. Além do mais, polímeros compostos possuem um amortecimento mais alto do que aquele apresentado por materiais estruturais comuns.

A utilização destes materiais viscoelásticos como redutores de vibrações estruturais é relativamente recente e, por este motivo, várias lacunas com relação à descrição de seu funcionamento ainda estão por serem preenchidas [7].

## **1.2. Resumo Histórico**

Os primeiros estudos sobre materiais viscoelásticos aplicados na redução de vibrações estruturais e acústicas datam da década de 50 com a utilização das técnicas de Oberst e Frankenfeld [12] (1952), as quais fundamentaram o até hoje utilizado modelo de ensaio da ASTM, e dos trabalhos de Kervin [13] (1959) e Ross et al [14] (1959) sobre o amortecimento com materiais viscoelásticos em lâminas submetidas a vibrações por flexão.

Um dos primeiros e mais significativos trabalhos com amortecedores viscoelásticos foi o apresentado por Mahmoodi [15], que em 1969 estudou e estabeleceu as propriedades de materiais viscoelásticos seguindo um intenso programa

experimental. Mahmoodi [15] estudou e estabeleceu as propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos com relação à parte mecânica e térmica.

As primeiras pesquisas com amortecedores viscoelásticos e suas aplicações focalizaram a eliminação dos efeitos induzidos em edifícios altos pela ação de ventos. Mahmoodi, Kell e outros mostraram que estes efeitos podem ser significativamente reduzidos pela adição de amortecedores viscoelásticos à estrutura [16].

As características do uso de amortecedores viscoelásticos para reduzir os efeitos induzidos em estruturas por sismos também foram estudadas por diversos autores [16]. Eles estudaram a respostas de estruturas apertadas de aço e concreto, equipadas com amortecedores viscoelásticos, e as aplicações gerais destes em estruturas resistentes a sismos.

Extensos trabalhos experimentais para determinação do desempenho de modelos estruturais com amortecedores viscoelásticos foram desenvolvidos a partir dos meados dos anos 80, no século passado, por Lin et al. [17,18] e Chang et al. [19].

Mahmoodi e Keel (1990) [20] propuseram uma abordagem analítica para calcular a energia de amortecimento para amortecedores viscoelásticos com várias camadas. Eles propuseram ainda, métodos simples para análise e o projeto de tais amortecedores em estruturas de edificações altas.

Chang et al. [21] em 1993, conduziram vários experimentos em um modelo na escala 2:5 e com um protótipo em tamanho natural de uma estrutura em aço, com cinco pavimentos, cujos resultados mostraram que amortecedores viscoelásticos são muito eficientes na redução da resposta experimentada pela estrutura sob ação de sismos.

Apesar das pesquisas da utilização de materiais viscoelásticos datarem da década de 50, a aplicação prática em edificações é relativamente mais recente e um dos primeiros casos de que se tem notícia na literatura foram as torres do World Trade Center em Nova York, EUA (1969) [22], destruídas em 2001 por um atentado terrorista.

A Figura 1.1 [22], mostra um exemplo de amortecedor viscoelástico cuja estrutura e o funcionamento são simples: camadas de material viscoelástico coladas entre chapas de aço dissipam energia de vibração convertendo-a em calor. Isto se deve à grande propriedade amortecedora dos materiais viscoelásticos quando submetidos à solicitação cisalhante, que neste caso é proporcional ao deslocamento relativo, produzido por tração ou compressão, das barras onde estes dispositivos são instalados.

Amortecedores viscoelásticos semelhantes ao mostrado na Figura 1.1 foram concebidos e desenvolvidos como parte do projeto estrutural das duas torres gêmeas do

World Trade Center (WTC), Figura 1.2. Eles faziam parte integral do sistema estrutural, sendo projetados para reduzir as oscilações de cada torre, induzidas pela ação de ventos, a um nível apenas próximo da percepção humana.

A seleção, quantidade, forma e localização dos amortecedores foram baseados na análise dinâmica das torres e no amortecimento exigido de acordo com a performance previamente definida.

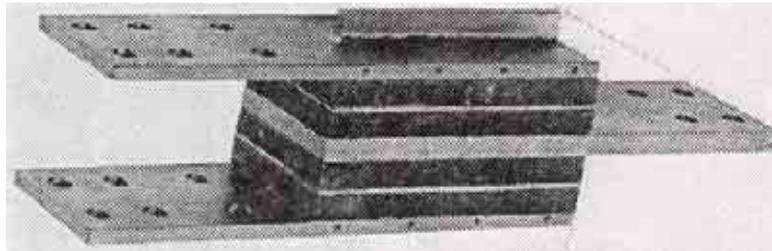


Figura 1.1. Foto de um amortecedor viscoelástico [22].



Figura 1.2. Foto Panorâmica mostrando ao fundo as duas torres do WTC antes de serem destruídas pelo atentado terrorista de 11 de Setembro de 2001.

Cada uma das torres empregava aproximadamente 10.000 amortecedores viscoelásticos. Uma configuração típica usada no WTC é mostrada na Figura 1.3.(a), que apresenta em destaque a estrutura sanduíche composta pelas peças em aço com duas camadas finas de material viscoelástico. Os amortecedores estavam localizados entre o décimo e o centésimo décimo andar e instalados nos banzos inferiores das treliças de sustentação como ilustrado na Figura 1.3.(b).

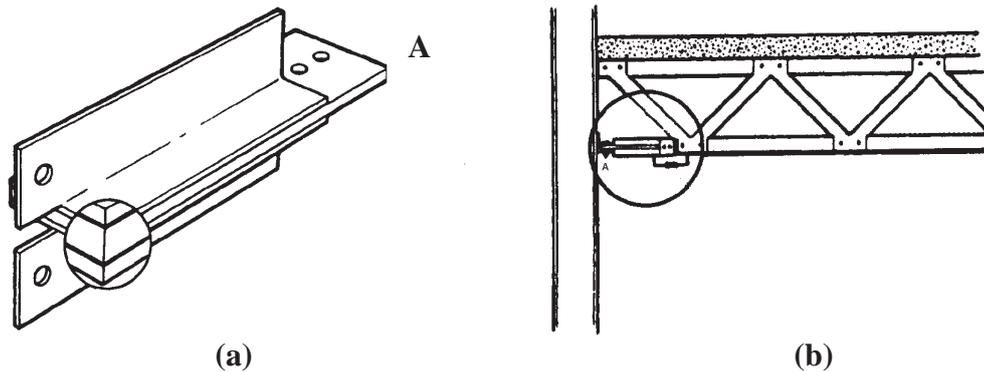


Figura 1.3. (a) Amortecedor típico do WTC, com (b) detalhe de sua instalação.

Desde sua instalação em 1969, os amortecedores eram periodicamente verificados ao longo dos anos; e, até a data do atentado que destruiu ambas as torres, eles não mostravam qualquer deteriorização de suas características básicas. Além do mais, havia uma previsão feita por autoridades públicas de Nova York de que os amortecedores teriam vida útil, no mínimo, até 2015 [16].

Em 1982, um sistema passivo com amortecedor viscoelástico foi projetado e instalado no edifício Columbia SeaFirst em Seattle (EUA) [22], Figura 1.4. O edifício tem uma torre de escritórios com 76 (setenta e seis) andares, alcançando uma altura de 286 m acima do nível do chão. Testes em túnel de vento executados em um modelo reduzido, para várias condições de fluxo, confirmaram a necessidade de redução nos níveis de aceleração que este prédio poderia vir a ter, caso fosse submetido à ação do vento, verificada durante os testes.

Para reduzir os movimentos induzidos na torre, pela ação de ventos, de modo a assegurar conforto aos seus usuários, foram instalados 260 amortecedores viscoelásticos. Neste caso os amortecedores foram instalados em paralelo às barras diagonais principais do núcleo de sustentação do prédio, conforme pode ser observado pela Figura 1.5.

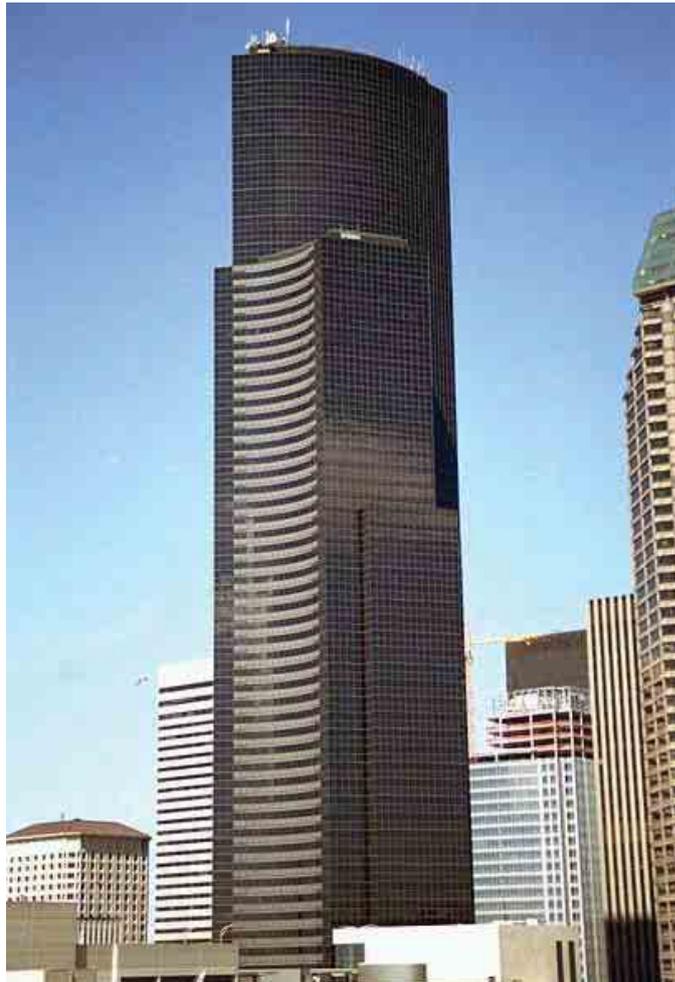


Figura 1.4. Vista do Columbia SeaFirst, em Seattle, EUA.

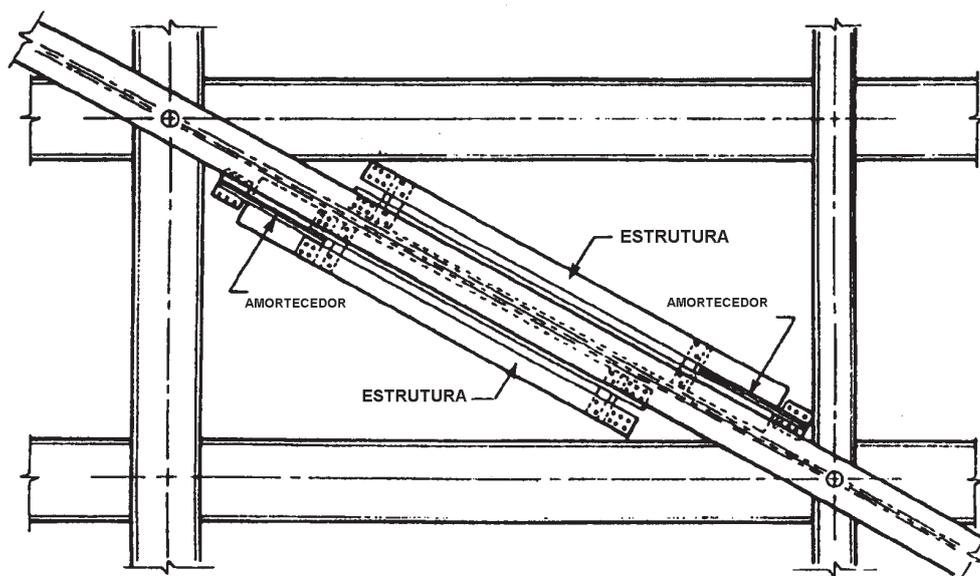


Figura 1.5. Localização dos amortecedores viscoelásticos instalados no Columbia SeaFirst [16].

O custo de instalação desses amortecedores foi estimado em cerca de 0,5% do custo total da construção, com a vantagem de não exigirem manutenção. Além disso, a colocação desse sistema no edifício incrementou a taxa de amortecimento do mesmo de 0,8 a 6,4% para tempestades frequentes e 3,2% para ventos com velocidade de projeto.

Em 1998, dezesseis amortecedores viscoelásticos foram instalados em paralelo a quatro colunas de sustentação do primeiro andar do edifício Two Union Square em Washington (EUA) [22], Figura 1.6. O objetivo principal foi reduzir as vibrações provenientes da ação do vento, mas a estratégia usada poderia ser voltada para reduzir os efeitos de sismo sobre a estrutura, visto que as bases dos pilares onde foram instalados os amortecedores viscoelásticos funcionam também como isoladores de vibrações.

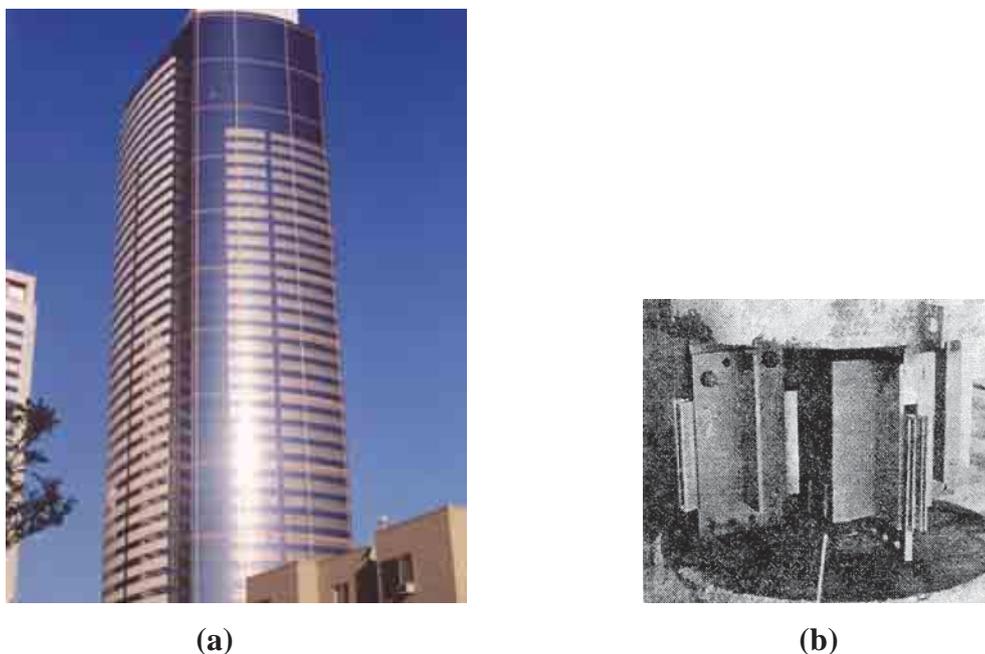


Figura 1.6. (a) Vista do Two Union Square, em Washington, EUA;  
(b) com detalhe dos amortecedores instalados [22].

Em diversas outras construções, em várias partes do mundo, foram instalados sistemas com amortecedores viscoelásticos. A título de informação são listadas, nas tabelas 1.1 a 1.3, uma série de estruturas nas quais foram instalados amortecedores viscoelásticos. As tabelas são reproduzidas de um levantamento feito pelo EERC (“Earthquake Engineering Research Center”) da Universidade da Califórnia em Berkeley [23,24], o qual cobre um período até maio de 1997.

Tabela 1.1. Lista de estruturas onde foram instalados amortecedores viscoelásticos para atenuação de efeitos provenientes de sismos [23].

<b>NOME E TIPO DE ESTRUTURA</b>	<b>LOCALIZAÇÃO</b>	<b>DATA DA INSTALAÇÃO</b>	<b>NUMERO DE AMORTECEDORES</b>
<b>SANTA CLARA COUNTY CIVIC CENTER</b> Prédio de 13 pavimentos	San Jose, Califórnia (EUA)	1993	96
<b>PACIFIC BELL NORTH AREA CENTRAL DE OPERAÇÃO</b> Prédio com três pavimentos	Sacramento, Califórnia (EUA)	1995	62
<b>PRÉDIO 116 ABASTECIMENTO NAVAL</b> Prédio com três pavimentos	San Diego, Califórnia (EUA)	1996	64
<b>PRÉDIO DE CIÊNCIA II UNIVERSIDADE ESTADUAL DA CALIFORNIA</b> Prédio com seis pavimentos	Sacramento, Califórnia (EUA)	1996	40
<b>SAN MATEO COUNTY HALL OF JUSTICE</b> Prédio com oito pavimentos	Redwood, Califórnia (EUA)	1997	*
<b>SAN FRANCISCO OPERA HOUSE</b> Teatro	San Francisco, Califórnia (EUA)	1996	16
<b>WOODLAND HOTEL</b> Prédio com quatro pavimentos	Woodland, Califórnia (EUA)	1996	16
<b>CENTRO DE RECRUTAMENTO E TREINAMENTO DEPTO. POLICIA LOS ANGELES</b> Prédio com quatro pavimentos	Los Angeles, Califórnia (EUA)	1997	*
<b>THE MONEY STORE</b> Prédio com 11 pavimentos	Sacramento, Califórnia (EUA)	1997	120
<b>SANFRANCISCO CIVIL CENTER</b> Prédio com 15 pavimentos	San Francisco, Califórnia (EUA)	1997	180

\* Dado não fornecido.

Tabela 1.2. Lista de estruturas onde foram incluídos amortecedores viscoelásticos no sistema de isolamento sísmico[23].

<b>NOME E TIPO DE ESTRUTURA</b>	<b>LOCALIZAÇÃO</b>	<b>DATA DA INSTALAÇÃO</b>	<b>NUMERO DE AMORTECEDORES</b>
<b>SAN BERNARDINO COUNTY MEDICAL CENTER</b> Prédio com cinco pavimentos	Colton, Califórnia (EUA)	1996	186
<b>LANGENBACH HOUSE</b> Prédio com dois pavimentos	Oakland, Califórnia (EUA)	1996	4
<b>KAISER DATA CENTER</b>	Corona, Califórnia (EUA)	1996	*
<b>FUNDIÇÃO QUEBEC IRON AND TITANIUM</b>	Tracy (CANADA)	1996	*
<b>PONTE GERALD DESMOND</b> Ponte	Long Beach, Califórnia (EUA)	1996	258
<b>HAYWARD CITY HALL</b>	Hayward, Califórnia (EUA)	1997	*
<b>PONTE CAPE GIRARDEAU</b> Ponte	San Francisco, Califórnia (EUA)	1997	*
<b>PONTE SANTIAGO CREEK</b> Ponte	Califórnia (EUA)	1997**	*
<b>PONTE SACRAMENTO RIVER</b> Ponte	Rio Vista, Califórnia (EUA)	1997**	8
<b>LOS ANGELES CITY HALL</b> Prédio com 28 pavimentos	Sacramento, Califórnia (EUA)	1998**	72

\* Dado não fornecido.

\*\* Estimativa para instalação.

Tabela 1.3. Lista de estruturas nas quais foram instalados amortecedores viscoelásticos para o controle de vibrações devidas ao vento e outras fontes [23,24].

<b>NOME E TIPO DE ESTRUTURA</b>	<b>LOCALIZAÇÃO</b>	<b>DATA DA INSTALAÇÃO</b>	<b>NUMERO DE AMORTECEDORES</b>
<b>WORD TRADE CENTER*</b> Duas torres com 110 pavimentos	Nova York, NY (EUA)	1969	aprox. 10.000
<b>COLUMBIA SEAFIRST</b> Prédio com 73 pavimentos	Seattle, Washigton (EUA)	1982	260
<b>TWO UNION SQUARE</b> Prédio com 60 pavimentos	Seattle, Washigton (EUA)	1988	16
<b>PONTE WEST SEATTLE</b> Ponte	Seattle, Washigton (EUA)	1990	**
<b>SEAVANS SOUTH</b> Prédio de escritório com 98 m de altura	Tóquio (JAPÃO)	1991	**
<b>LIGHT TOWERS</b> Rich Stadium	Buffalo, NY (EUA)	1993	12
<b>CHIBA SOGO GYMNASIUM</b> Ginásio esportivo	Chiba (JAPÃO)	1993	**
<b>PETRONAS TWIN TOWERS</b> Prédio com 452 m de altura	Kuala Lampur (Malásia)	1995	**
<b>28 STATE STREET, BOSTON</b> Prédio	Boston, Massachusetts (EUA)	1996	40
<b>PONTE MONTLAKE</b> Ponte	Seattle, Washigton (EUA)	1996	**

\* Destruído no atentado terrorista de 11 de setembro de 2001.

\*\* Dado não fornecido

No Brasil, especificamente no Programa de Engenharia Civil (PEC) da COPPE/UFRJ, o primeiro trabalho aplicado ao controle de vibrações estruturais data de 1990, quando Battista et al. [1] apresentaram o relatório técnico sobre os problemas estruturais dinâmicos apresentados pelo estádio do Maracanã no Rio de Janeiro. Depois disso, muitos outros trabalhos, na forma de teses de mestrado e doutorado [3,4,5,6,7,8,9,10,11], publicações em congressos e revistas nacionais e internacionais [1,2,25,26], além de trabalhos de consultoria e projetos especiais [27,28,29], todos realizados no PEC – COPPE, na linha de pesquisa de controle de vibrações estruturais sob a coordenação do Prof. Ronaldo C. Battista.

No âmbito do presente trabalho destaca-se o estudo apresentado por Battista e Pfeil [25] sobre os problemas apresentados na estrutura do tabuleiro central da Ponte Rio-Niterói, proveniente da ação do tráfego de veículos.

Devido ao tráfego de veículos, principalmente os pesados, numa intensidade muito além da prevista no projeto original, o tabuleiro ortotrópico de aço da superestrutura dos vãos centrais da ponte passou a apresentar problemas de danos devido à fadiga nas ligações e nos detalhes soldados.

Após análises das medidas experimentais e dos resultados obtidos via modelagem numérica, Battista [25,27] apresentou duas alternativas para solução do problema, das quais se destacou uma alternativa que empregava o uso de material viscoelástico. Esta alternativa consistia na retirada de todo o pavimento asfáltico posto sobre a estrutura metálica do tabuleiro, para em seguida, executar novo pavimento em concreto armado sobre uma fina camada de material viscoelástico (MVE) aplicada sobre a chapa da mesa do tabuleiro metálico. Essa estrutura sanduíche resultante, onde a camada de concreto armado serviria como camada restritora, dissiparia a energia vibratória, tão danosa à estrutura, através das deformações cisalhantes da camada de MVE.

Resultados obtidos através da análise experimental de um protótipo no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, que simulava a estrutura do tabuleiro ortotrópico metálico, mostraram que esta era, sem dúvida, a melhor alternativa para o problema.

Apesar desses resultados a Ponte S.A., que é a concessionária que administra a Ponte Rio-Niterói, optou por uma alternativa mais conservadora, também investigada através de pesquisa contratada com a COPPETEC, a qual consiste somente numa camada de concreto armado fixada à estrutura do tabuleiro através de conectores em

ação. A justificativa para a não adoção da solução empregando MVE era de que esta representava uma tecnologia muito recente e inovadora tanto no Brasil quanto no exterior e, portanto, sem qualquer certificação estrangeira.

Apesar de todo o desenvolvimento científico já visto nessa área, muitas outras lacunas precisam ser ainda preenchidas, como, por exemplo, uma ferramenta numérico-computacional que permita modelar e analisar de forma eficiente estruturas do tipo sanduíche ou que tenham nelas instalados mecanismos atenuadores de vibração com MVE. Os programas de análise estrutural disponíveis no mercado não permitem o emprego de tais mecanismos, pois a modelagem de materiais viscoelásticos tem esbarrado no fato de que suas propriedades, tais como os módulos de elasticidade e de perda, são dependentes da temperatura e da faixa de frequências de trabalho, isto é, da fonte de excitação ou da resposta da estrutura.

Desse modo o presente trabalho tem como objetivo principal apresentar uma ferramenta numérico-computacional que possa ajudar a preencher esta lacuna e servir para o projeto de dispositivos mecânicos com MVE para funcionarem como atenuadores de vibrações numa estrutura sob ação de cargas dinâmicas. Para tanto se utiliza como ponto de partida o trabalho apresentado por Barbosa [7] em sua tese de Doutorado, o qual desenvolveu um programa, em linguagem FORTRAN, baseado no método dos elementos finitos e no método de Golla-Hughes (GHM) [30], para análise de placas sanduíches com MVE, denominado GHM3D. Tomando como base este programa e o método GHM, foi desenvolvido o Programa em Elementos Finitos com Atenuadores de Mecanismo Viscoelástico, denominado PEFAMV, que será descrito em detalhes no Capítulo 4 e cuja eficiência será demonstrada através dos exemplos apresentados no Capítulo 5. Antes, porém, na próxima seção é feita uma descrição do que é um mecanismo viscoelástico para amortecimento em estruturas.

### **1.3. Configuração de Mecanismos de Amortecimento**

Descreve-se nesta seção, de forma resumida, a aplicação de materiais viscoelásticos na fabricação de mecanismos de redução e controle de vibrações em estruturas, motivação maior para o desenvolvimento do presente trabalho.

Amortecedores viscoelásticos são dispositivos concebidos de tal modo que parte da energia mecânica de movimento da estrutura na qual são instalados é transformada

em calor, resultando em uma redução da amplitude do movimento de vibração. O meio no qual esta transferência de energia ocorre é um material viscoelástico.

Existem basicamente três modos de empregar um material viscoelástico como um meio de amortecimento [16] para construir um amortecedor viscoelástico (AVE). Um é a aplicação direta de uma camada de material viscoelástico à parte da estrutura que está sob vibração, tal como placas e vigas, Figura 1.7.(a), onde o amortecimento é produzido pela deformação extensional da camada de material viscoelástico.

O segundo modo é uma extensão do primeiro, Figura 1.7.(b), com a colocação de uma outra camada de material rígido no topo da parte viscoelástica, chamada de camada de restrição. Então, o material viscoelástico irá experimentar tanto as deformações extensionais quanto às deformações cisalhantes em planos paralelos as interfaces. O amortecimento total alcançado é em sua maior parte devido ao cisalhamento e na menor parte ao alongamento. Existem inúmeras variações desses tipos de amortecedores para incrementar a deformação e conseqüentemente obter uma maior capacidade de amortecimento.

O terceiro modo de emprego do MVE como meio de amortecimento é aquele onde aproximadamente toda a deformação acontece devido ao cisalhamento, Figura 1.7.(c). Possui pelo menos duas camadas de material viscoelástico coladas a três chapas rígidas.

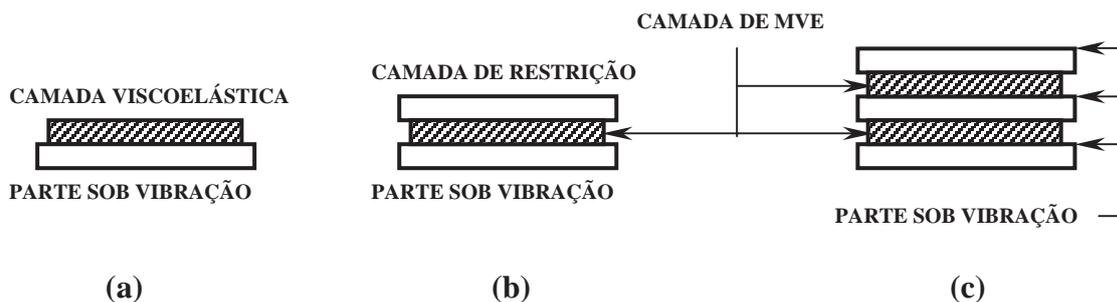


Figura 1.7. Diferentes configurações para amortecedores viscoelásticos: (a) simples camada de MVE, (b) com camada de restrição, e (c) duplo sanduíche.

Cada uma dessas configurações tem algumas vantagens e desvantagens, mas geralmente, para uma dada quantidade de material, a terceira configuração é mais eficiente e mais apropriada quando grandes quantidades de energia devem ser

dissipadas através do amortecimento. Assim, um típico amortecedor viscoelástico tem a configuração da Figura 1.7.(c).

Um típico amortecedor estrutural é, portanto, construído com duas camadas de material viscoelástico coladas entre três chapas rígidas paralelas, conforme ilustrado na Figura 1.8. A localização do amortecedor na estrutura sob uma certa carga dinâmica é tal que as camadas de material viscoelástico sofrem deformação ao cisalhamento puro.

A configuração da Figura 1.7. (c) é mais eficiente e apropriada para ser instalada no prolongamento de uma barra da estrutura, quando esta é submetida a uma força axial variável aplicada como na Figura 1.8, produzindo cisalhamento puro no material viscoelástico. A segunda configuração é de mais fácil aplicação e utilização prática para o caso de piso de lajes ou tabuleiros de pontes [25,27], no qual o material é aplicado sobre toda a superfície. Neste caso a estrutura submetida à flexão sofre tensões cisalhantes no núcleo do material viscoelástico, fazendo com que este último atenuate as vibrações.

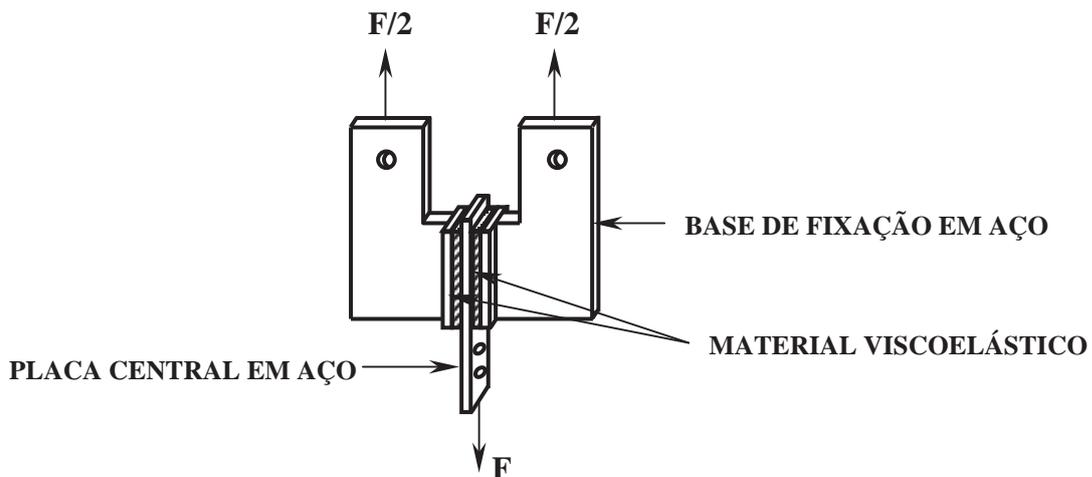


Figura 1.8. Representação de um típico amortecedor estrutural viscoelástico.

A título ilustrativo a Figura 1.9.(a) mostra uma aplicação em um tabuleiro de ponte, onde a base em aço recebe uma fina camada de material viscoelástico, tendo ainda, uma camada de restrição em concreto. A Figura 1.9.(b) mostra em detalhe o comportamento e deformação da camada de MVE no tabuleiro considerando como referência o caso sem carregamento.

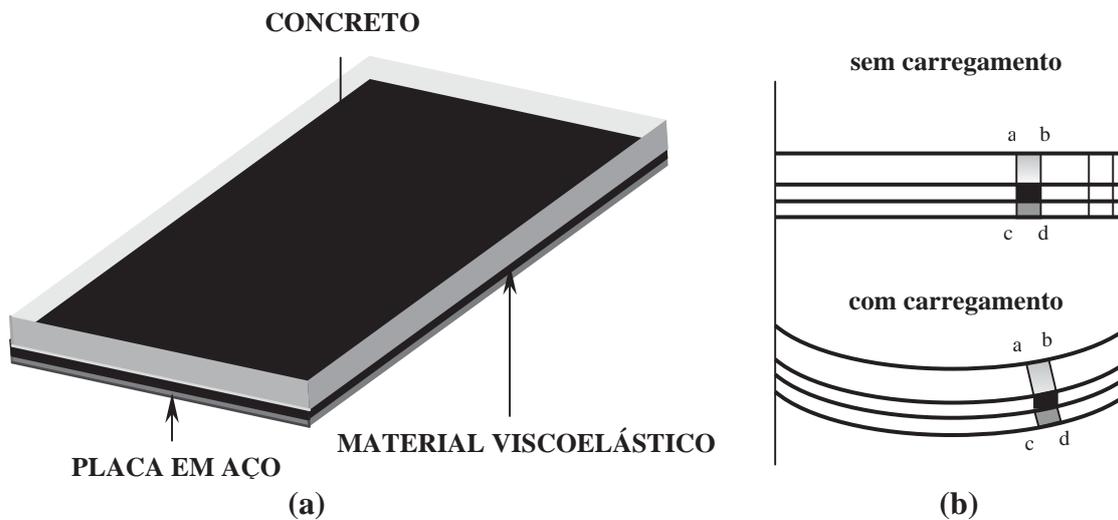


Figura 1.9. Representação de um sistema de amortecimento do tipo sanduíche aplicado a um tabuleiro de ponte, (b) mostrando o comportamento das seções na flexão.

Muito embora as configurações mais comuns para mecanismos amortecedores de vibração em estruturas, empregando materiais viscoelásticos, sejam as apresentadas anteriormente, outras alternativas podem ser projetadas e aplicadas.

Outro mecanismo de amortecimento viscoelástico que poderia ser projetado para o caso de situações específicas é aquele montado com dois cilindros concêntricos de metal, como, por exemplo, aço, sendo o interno de raio menor que o raio interno do cilindro externo, de modo a existir uma folga entre eles, a qual seria preenchida com material viscoelástico. A idealização deste tipo de amortecimento é representada na Figura 1.10.

Este mecanismo poderia ser empregado no caso de controle de vibrações em que modos de torção ou axial de uma barra estivessem envolvidos. Porém, a alternativa mais prática para o emprego desse mecanismo é no caso de deformações axiais [31], tal como aquele da Figura 1.8.

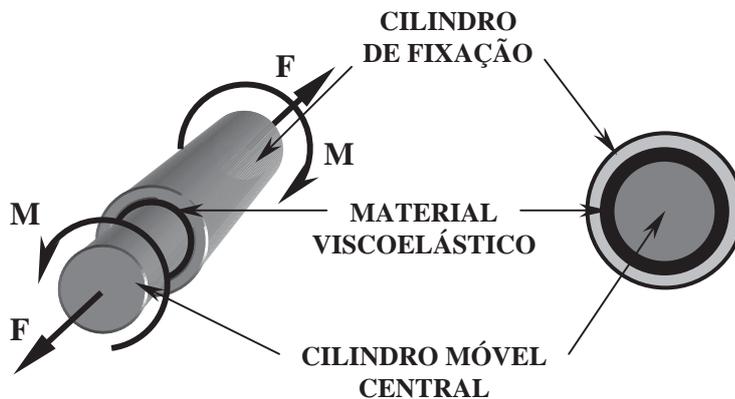


Figura 1.10. Representação de um amortecedor viscoelástico cilíndrico.

Do exposto anteriormente observa-se que diversas são as alternativas possíveis para o emprego de materiais viscoelásticos (MVE's) na construção de mecanismos de redução e controle de vibrações estruturais. Enfatiza-se, porém, que alguns fundamentos básicos são necessários para o desenvolvimento do projeto de atenuadores com material viscoelástico, bem como o conhecimento de suas características e propriedades, de modo a se extrair a máxima eficiência desse tipo de mecanismo.

A seguir são apresentadas breves descrições dos vários capítulos que compõe o presente trabalho.

## 1.2. Escopo do Trabalho

### ➤ Capítulo 1

#### O Uso de Materiais Viscoelásticos no Controle de Vibrações Estruturais

Neste capítulo são descritas a motivação e a relevância do tema tratado, bem como os objetivos a serem atingidos com o desenvolvimento do presente trabalho.

➤ Capítulo 2

Características dos Materiais Viscoelásticos

As principais características físicas e propriedades dos materiais viscoelásticos necessárias ao projeto de mecanismos de amortecimento são abordadas neste capítulo.

➤ Capítulo 3

Modelagem de Materiais Viscoelásticos

Apresenta-se o modelo numérico utilizado para a modelagem das propriedades dinâmicas relevantes do MVE empregadas pelo PEFAMV.

➤ Capítulo 4

Modelagem Numérica do Sistema Estrutural com AVE's

Faz-se neste capítulo o detalhamento da ferramenta numérico computacional PEFAMV que será empregada na análise dos exemplos apresentados em capítulos posteriores.

➤ Capítulo 5

Exemplos de Referência

São apresentados diversos exemplos de estruturas sob certos carregamentos dinâmicos, para as quais são comparados os resultados numéricos obtidos com o programa desenvolvido PEFAMV, com o SAP2000 [32], com outros disponíveis na literatura obtidos com o NASTRAN [33,34,35], e também com resultados experimentais conhecidos. Essas análises comparativas servem para mostrar a eficiência do PEFAMV como ferramenta de análise de estruturas com MVE.

➤ Capítulo 6

Análise Dinâmica de Modelos do Tabuleiro do Vão Central da Ponte Rio-Niterói

Análises de uma estrutura real de grande porte são apresentadas neste capítulo. Os resultados obtidos através do PEFAMV são comparados com os obtidos pelo SAP2000 [32] e para casos particulares com resultados experimentais de um modelo físico em escala geométrica do protótipo.

➤ Capítulo 7

Projeto de Mecanismos Atenuadores de Vibração Empregando MVE

São descritos neste capítulo alguns fundamentos básicos necessários ao projeto de mecanismos atenuadores de vibração em estruturas empregando material viscoelástico.

➤ Capítulo 8

Projeto de um Mecanismo Atenuador de Vibrações Para um Piso Sob Atividade Humana

Um exemplo aplicativo de mecanismo viscoelástico de amortecimento é apresentado neste capítulo, cujos resultados são comparados com outras alternativas práticas para o problema em questão.

➤ Capítulo 9

Comentários Finais

Comentários finais, conclusões e propostas para futuros trabalhos nesta linha de pesquisa e de aplicação prática.

## Capítulo 2

### Características dos Materiais Viscoelásticos

#### 2.1. Natureza do Comportamento Viscoelástico

A teoria clássica da elasticidade trata das propriedades de sólidos, para os quais, de acordo com a lei de Hooke, tensão é sempre diretamente proporcional à deformação, considerando pequenas deformações. A teoria clássica da hidrodinâmica, por sua vez, trata das propriedades de líquidos viscosos, para os quais, de acordo com a lei de Newton, a tensão é sempre proporcional a taxa de variação da deformação [36]. Estas teorias são idealizações, muito embora o comportamento para muitos sólidos aproxime-se da lei de Hooke para deformações infinitesimais, enquanto para muitos líquidos aproxime-se da lei de Newton para taxas de variação de deformações também infinitesimais; sob outras condições, algumas variações são observadas [36]:

1) Quando deformações finitas são impostas em sólidos, especialmente aqueles flexíveis, que podem ser deformados sem romper, a tensão não é mais diretamente proporcional a deformação (sólido não-Hookeano). Similarmente, em fluxo permanente com taxas de deformação finitas, muitos fluidos exibem uma variação marcante da Lei de Newton (fluido não-Newtoniano).

2) Até mesmo se ambas, deformação e taxa de deformação são infinitesimais, um sistema pode exibir comportamento que combine características semelhantes a líquido e semelhantes a sólido.

3) Sob ações dinâmicas um corpo pode apresentar deformações fora de fase com as solicitações, com ângulo de fase entre  $0^\circ$  (como deveria acontecer com um corpo perfeitamente elástico) e  $90^\circ$  (como seria esperado para um líquido viscoso). Parte da energia fornecida ao corpo é armazenada e recuperada em cada ciclo, e a outra parte é

dissipada em forma de calor. Materiais cujo comportamento exibe tais características são chamados de viscoelásticos.

Uma analogia ao comportamento de um material viscoelástico pode ser feita através da Figura 2.1 [37]. Considerando-se que uma bola feita de material viscoelástico é colocada em queda livre a partir do ponto A, após um choque desta bola com uma superfície rígida, esta não retornará a altura inicial do movimento, mesmo que não haja influência do atrito com o ar. Como parte da energia potencial inicial da bola é transformada em calor durante o choque, a bola alcançará uma posição B, abaixo da posição inicial do movimento. A energia potencial da bola nesta nova posição representará a energia elástica armazenada, enquanto a diferença entre as energias potenciais da bola, relativa as posições A e B, representará a parcela de energia perdida durante o choque.

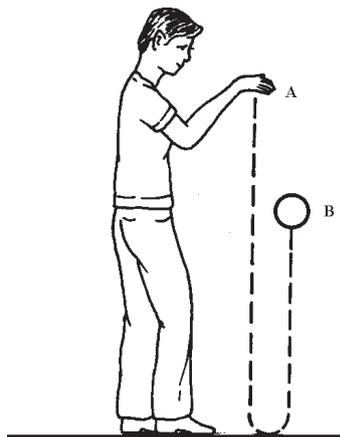


Figura 2.1. Analogia ao comportamento de um MVE. Uma bola feita de material viscoelástico é colocada em queda livre sobre um piso rígido [37].

Se a deformação e a taxa de deformação forem infinitesimais, tem-se um comportamento viscoelástico linear; sendo, para este caso, a relação tensão/deformação somente uma função do tempo ou frequência, e não da magnitude da deformação.

Segundo Lazan [38], materiais viscoelásticos, como polímeros e elastômeros, geralmente mostram comportamento linear sob condições de baixa e intermediária tensão. Para muitos polímeros e elastômeros o limite de linearidade é de 1 MPa a 10MPa; além desse limite é observado um crescimento da não-linearidade do material.

Em muitos materiais de interesse e importância prática na engenharia, anomalias viscoelásticas são desprezíveis ou de menor importância, mas para polímeros, o comportamento mecânico é fortemente dominado pelo fenômeno de viscoelasticidade.

No presente trabalho, entende-se como polímeros, aqueles compostos químicos consistindo de uma longa cadeia de um ou mais tipos de moléculas de alto peso molecular. Pode-se dizer ainda, que consistem de um número de unidades estruturais ligadas entre si através de ligações covalentes. As mais simples moléculas que podem tornar-se unidades estruturais são chamadas de monômeros. Polímeros contendo uma unidade simples repetida são chamados de homopolímeros. Caso contrário, quando duas ou mais unidades estruturais diferentes estão contidas em um polímero diz-se que este é um copolímero.

A longa cadeia molecular associada com moléculas gigantes em polímeros permite introduzir uma combinação de características elásticas e viscoelásticas intermediárias entre as de um sólido cristalino e um simples líquido [38]. Variando-se as unidades monoméricas, o peso molecular, o grau de ligações e outras características da química molecular, pode-se exercer considerável controle nas propriedades mecânicas, inclusive, de um modo especial, incorporando um alto amortecimento aos polímeros. Esta última característica é uma das mais importantes, sob o aspecto da utilização deste tipo de material, como mecanismo para a redução de vibrações estruturais.

Como dito anteriormente, polímeros orgânicos, especialmente elastômeros são os mais efetivamente e amplamente usados para esta proposta. Alguns dos mais importantes materiais poliméricos empregados para redução de vibrações estruturais incluem borrachas natural e sintética, poliuretanos, acrílicos, etc.

Tendo em vista a ampla variedade de materiais viscoelásticos que podem ser empregados para o projeto de mecanismos que atuem em uma estrutura como atenuadores de vibrações, o presente trabalho irá procurar abordar apenas o estudo das propriedades físicas das borrachas e materiais semelhantes a elas, os quais representam de forma qualitativa as propriedades de outros materiais poliméricos que podem ser empregados para este fim. Além disso, inúmeros são os trabalhos e estudos publicados a respeito das propriedades dos elastômeros (borrachas).

## **2.2. Propriedades das Borrachas e Materiais**

### **Semelhantes**

Esta seção procura descrever as propriedades da borracha e materiais semelhantes a ela, as quais são de importância para aplicações em redução de vibrações e isolamento de vibrações e choques, e de que modo estas propriedades são influenciadas por condições ambientais. Além do mais, procura apresentar informações básicas e subsídios para o projeto de mecanismos viscoelásticos atenuadores de vibrações em estruturas.

No decorrer do presente trabalho o termo “borracha” irá designar tanto o material borracha, propriamente dito, como de forma implícita os materiais semelhantes a ela. Exceção será feita quando aparecer de forma explícita no texto “materiais semelhantes”.

Muitos são os trabalhos publicados em que se pode fazer um estudo mais aprofundado a respeito das propriedades de materiais poliméricos como as borrachas. Entre eles podem ser citados os trabalhos de Ferry [36], Lazan [38], Mark et al [39], Harris e Crede [40] e Brydson [41], os quais são utilizados como base para o texto desta seção.

### **2.2.1. Características Gerais**

De um modo geral uma borracha pode ser definida como um material elastomérico o qual pode ser ou já é modificado para um estado em que exibe pequeno fluxo plástico, alto alongamento e alta resiliência<sup>1</sup> [40]. Esta definição inclui a borracha natural, o qual é feita a partir do látex extraído da seringueira (*Hevea brasiliense*), e de uma grande família de borrachas sintéticas feitas de polímeros e copolímeros de vários compostos orgânicos.

Os mais de 500 tipos e variedades de borrachas existentes podem ser classificados em cerca de 20 grupos principais, identificados por siglas ou nomes comerciais, a tabela 2.1 apresenta a listagem desses grupos.

---

<sup>1</sup> Capacidade de um material absorver energia quando deformado elasticamente.

Tabela 2.1. Designação dos 20 grupos principais de borrachas.

<b>Designação</b>	<b>Descrição</b>
CR	Policloropreno (Neoprene da DuPont)
EPR	Borrachas de Etileno-Propileno
IIR	Borracha Butílica - Poliisobutileno
IR	Poliisopreno
NBR	Borracha Nitrílica (Acrlonitrila – Butadieno)
NR	Borracha Natural
SBR	Borracha de Estireno – Butadieno
BR	Polibutadieno
EPDM	Borracha de Etileno – Propileno Dieno
ACM	Borrachas Acrílicas (outra sigla – AEM)
ECO	Borracha de Epicloridrina (outra sigla – CO)
CSM	Polietilenos Cloro Sulfonados (Hypalon da Dupont)
CFM	Borrachas Fluoradas (Viton da Dupont) – ou FPM, FKM
T	Polissulfetos (Thiokol)
PUR	Borrachas de Poliuretano (outras siglas – AU, EU, PU)
MVQ	Borrachas de Silicone (outra sigla – Si)
FMVQ	Borrachas de Silicone Fluoradas
HNBR	Borrachas Nitrílica Hidrogenada
TPE	Borrachas Termoplásticas (Outras Siglas – TPR ou TR)
GPO	Elastômeros de Óxido de Propeno

A seguir são apresentados as características de alguns dos grupos mais significativos e o processo de vulcanização, empregado em um grande número de borrachas para torna-las mais duras e resistentes.

### 2.2.1.1. Borracha Natural

A Borracha Natural produzida comercialmente, como dito anteriormente, a partir do látex da seringueira é basicamente o cis – 1,4 poliisopreno (fórmula estrutural representada na Figura 2.2) misturado com pequenas quantidades de proteínas, lipídios, sais inorgânicos e muitos outros componentes [42].

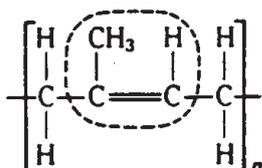


Figura 2.2. Representação da unidade estrutural de repetição da Borracha Natural (cis – 1,4 Poliisopreno) [42].

O prefixo cis indica que o grupo metilo e um átomo de hidrogênio estão do mesmo lado da ligação dupla carbono-carbono, conforme assinalado na Figura 2.2, além disso, 1,4 indica que as unidades químicas de repetição da cadeia polimérica se ligam covalentemente ao primeiro e quarto átomos de carbono.

O seu equivalente sintético é o Poliisopreno (IR), o qual possui estrutura química idêntica e apresenta propriedades muito semelhantes.

### 2.2.1.2. Borracha de Estireno - Butadieno

A Borracha sintética mais importante e mais extensamente utilizada é a de Estireno – Butadieno (SBR – Styrene – Butadiene Rubber), que é um copolímero de Estireno – Butadieno. A presença de Estireno no copolímero origina uma borracha mais tenaz e resistente que a Natural. Além disso, a SBR é a borracha de preço mais reduzido entre as borrachas, razão pela qual é utilizada em muitas aplicações.

### 2.2.1.3. Borracha Nitrílica

As Borrachas Nitrílicas são copolímeros de Butadieno e Acrilonitrilo, em que as proporções variam entre 55 e 82% de Butadieno e entre 45 e 18% de Acrilonitrilo. As borrachas Nitrílicas são mais caras do que as borrachas NR e SBR, pelo que estes copolímeros estão limitados a aplicações especiais.

#### 2.2.1.4. Policloropreno (Neoprene)

As borrachas de Policloropreno ou Neoprene são semelhantes às de isopreno, porém, o grupo metilo ligado ao carbono da ligação dupla é substituído por um átomo de cloro, Figura 2.3.

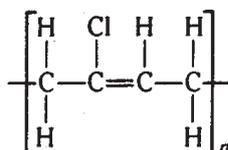


Figura 2.3. Unidade estrutural do Policloropreno (Neoprene) [42].

O Neoprene tem uma característica mecânica superior à das borrachas NR e SBR. No entanto, as borrachas de Neoprene têm uma reduzida flexibilidade a temperaturas baixas e custos superiores.

#### 2.2.1.5. Borracha de Silicone

O átomo de silício, tal como o de carbono, tem valência quatro e pode formar moléculas poliméricas através de ligações covalentes. No entanto, os polímeros de silicone têm unidades de repetição com silício e oxigênio, a Figura 2.4 ilustra este tipo de unidade.

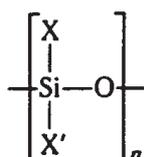


Figura 2.4. Unidade estrutural geral de repetição de um polímero de Silicone [42].

Na Figura 2.4, X e X' podem ser átomos de hidrogênio ou grupos, como o metilo (CH<sub>3</sub>) ou fenilo (C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>). Os polímeros com silício e oxigênio na cadeia principal são designados por silicones. Dentre os vários tipos de borracha de silicone, o mais comum é aquele em que X e X' da unidade de repetição são grupos metilo (CH<sub>3</sub>). As borrachas de silicone têm a grande vantagem de poderem ser utilizadas numa ampla faixa de temperatura (-70 a 300° C).

### **2.2.1.6. EPDM**

É um tipo particular do grupo de borrachas de Etileno - Propileno (EPR), adicionadas a um dieno que possibilita a sua vulcanização (item 2.2.1.8).

A EPDM possui três características especiais:

1. É autovulcanizável, resultando em economia para o transformador final com a eliminação de uma etapa de operação.
2. Possui excepcional resistência as intempéries.
3. Possui capacidade de absorção de óleos muito superiores aos da maioria das outras borrachas, sem deterioração de suas propriedades, resultando em formulações de custo bem mais reduzido, quando há necessidade de exposição da borracha a esse tipo de agente.

### **2.2.1.7. Elastômeros Termoplásticos**

É um grupo especial dentro das borrachas que em contraposição às convencionais (Borracha Natural e um grande número de borrachas sintéticas) dispensam a vulcanização, o que as torna recicláveis.

As limitações das borrachas termoplásticas residem na resistência mecânica e térmica inferiores as convencionais.

### **2.2.1.8. Polisulfetos**

Borrachas de Polisulfetos (T) contêm uma proporção substancial de enxofre em sua estrutura, isto resulta em alta densidade ( $1,34 \text{ g/cm}^3$ ) e uma excepcional resistência a acetonas, éteres e muitos solventes. As maiores aplicações de borrachas de polisulfetos são como selantes e impermeabilizadores.

### **2.2.1.9. Vulcanização**

A borracha em geral é combinada com enxofre ou sulfetos de modo a torna-la mais dura, resistente e durável. Este processo de combinação que é dado o nome de cura ou vulcanização foi descoberto por Charles Goodyear em 1839, o qual utilizou para isso, enxofre e carbonato básico de chumbo.

Pode-se definir vulcanização como o processo pelo qual as moléculas poliméricas se ligam uma as outras através de ligações cruzadas, originando moléculas maiores, o que restringe o movimento molecular.

Muito embora ainda hoje se considere que a reação do enxofre com a borracha é complexa e não esteja completamente compreendida, o resultado final é que algumas ligações duplas das moléculas se abrem, formando ligações cruzadas com os átomos de enxofre, tal como é mostrado na Figura 2.5 [42], onde os átomos de enxofre estabelecem as ligações cruzadas entre as cadeias.

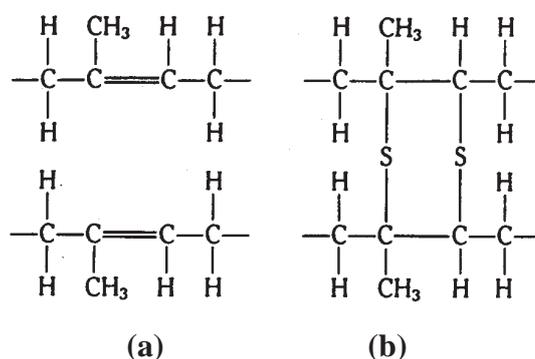


Figura 2.5. Representação esquemática do processo de vulcanização da borracha. A cadeia de cis – 1,4 Poliisopreno (a) antes da formação das ligações cruzadas com o enxofre e (b) ao final do processo [42].

A Figura 2.6 mostra esquematicamente como as ligações cruzadas com os átomos de enxofre (círculos escuros) conferem rigidez às moléculas de borracha (círculos claros). A borracha e o enxofre reagem muito lentamente, mesmo a temperaturas elevadas, sendo, portanto, necessário reduzir o tempo de cura através de aceleradores químicos misturados com a borracha e com outros aditivos, tais como materiais de enchimento (fíleres), plastificantes e antioxidantes, que podem melhorar as suas propriedades.

Diversas são as propriedades observadas em uma material como a borracha: as mecânicas, térmicas, elétricas, etc. As próximas seções tratarão apenas daquelas que são mais relevante para o presente trabalho.

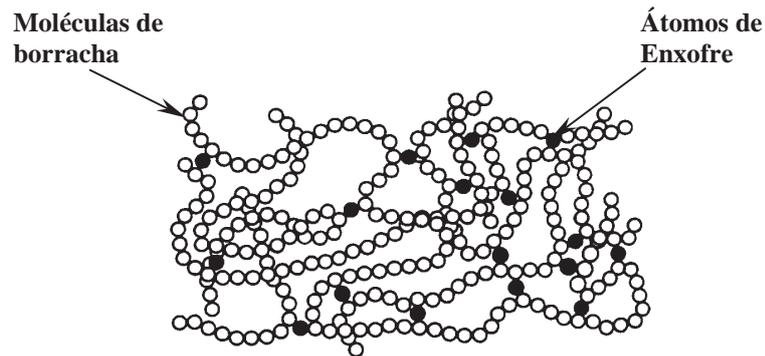


Figura 2.6. Modelo da formação de ligações cruzadas das cadeias de cis – 1,4 Poliisopreno pelos átomos de enxofre (círculo escuro) [42].

### 2.2.2. Propriedades Mecânicas Estáticas

Um trecho da curva típica de tensão em relação à deformação, considerando-se sollicitações de natureza estática, para uma borracha é mostrada na Figura 2.7.(a) [40]. Curvas similares para uma borracha sob compressão e cisalhamento são dadas nas Figuras 2.7.(b) e (c), respectivamente.

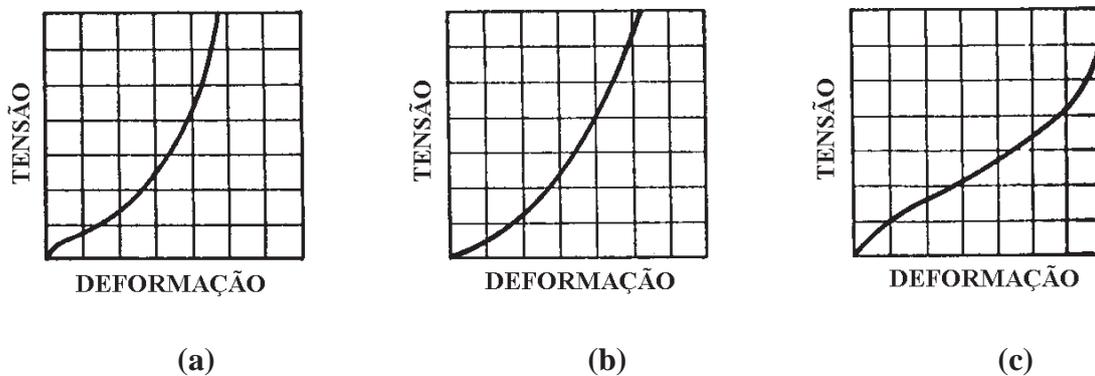


Figura 2.7. Trecho de uma curva tensão-deformação para borracha sob: (a) tração, (b) compressão e (c) cisalhamento, reproduzido de Harris e Crede [40].

Nestas curvas observa-se claramente que a lei de Hooke não é seguida. Devido a este fato, torna-se difícil especificar o módulo de elasticidade do material, mesmo quando somente atuam forças de natureza estática.

Por outro lado, a borracha é essencialmente uma substância incompressível que muda a sua forma e não o seu volume, tendo um valor para o coeficiente de Poisson aproximadamente igual a 0,5.

Valores médios para o coeficiente de Poisson de cinco compostos de borrachas natural e sintética são [40]: Borracha Natural, 0,49935; SBR, 0,49894; Butil, 0,49691; Neoprene, 0,4995; e Nitrílica, 0,49712.

Outras duas propriedades básicas de interesse para o caso estático são a resistência última à tração e o alongamento último, que são determinados em laboratório a partir de amostras retiradas de chapas do material curado, ou seja, depois de terminado o processo de vulcanização.

Borrachas compostas comumente usadas com a finalidade de isolar e reduzir vibrações têm resistência última à tração variando de 3,5 a 25 MPa. O alongamento último de tais vulcanizados varia de 150 a 600 por cento [40].

### 2.2.3. Propriedades Mecânicas Dinâmicas

O termo propriedade mecânica dinâmica refere-se ao comportamento dos materiais elastoméricos quando sujeitos a tensões e deformações variáveis no tempo.

A borracha é freqüentemente utilizada para aplicações nas quais ela é submetida a rápidas deformações cíclicas em uma certa freqüência ou sob uma faixa de freqüências. As propriedades mecânicas dinâmicas são fortemente dependentes da temperatura, da freqüência e da deformação, se esta for grande. Para pequenas deformações, as propriedades são independentes da magnitude da deformação, o que caracteriza a viscosidade linear. As propriedades analisadas nesta seção referem-se a materiais viscoelásticos que apresentam comportamento dentro da faixa linear.

Dentre as propriedades mecânicas que caracterizam as borrachas o módulo de elasticidade é a propriedade mais importante para o projeto de isoladores e amortecedores de vibração. Antes de se abordar a análise desta propriedade de modo mais profundo, alguns aspectos conceituais devem ser observados.

Inicialmente considere a resposta de corpos elásticos e viscosos sujeitos a deformações cisalhantes (Figura 2.8) com o ângulo de distorção “ $\gamma$ ” variando periodicamente na forma senoidal:

$$\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.1)$$

Onde  $\gamma_0$  é o valor máximo da deformação angular e  $\omega$  é a freqüência circular.

Para um corpo perfeitamente elástico, a tensão de cisalhamento varia da forma:

$$\tau = G \cdot \gamma_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.2)$$

A comparação entre as equações (2.1) e (2.2) mostra que as repostas em termos de tensão e deformação estão em fase.

Por outro lado, para um corpo viscoso a tensão é definida por:

$$\tau = \mu \omega \gamma_0 \text{cos}(\omega t) \quad (2.3)$$

Onde  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade ao cisalhamento.

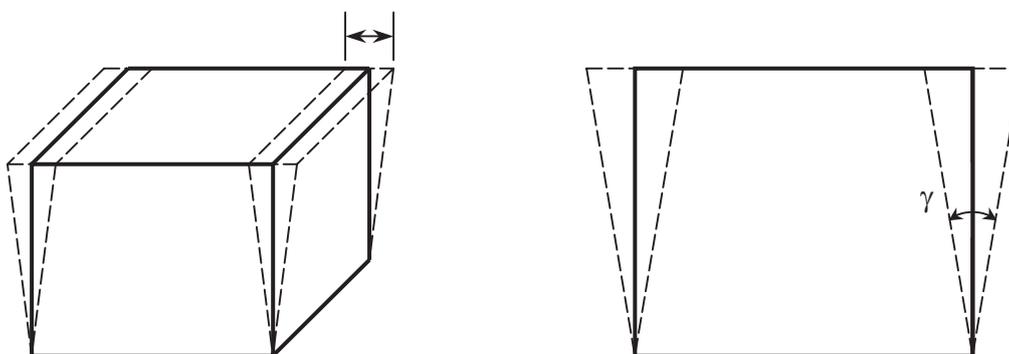


Figura 2.8. Deformação cíclica,  $\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t)$ , imposta a um corpo elástico ou viscoso.

Observa-se que a resposta em termos de tensão, para o corpo viscoso, está  $90^\circ$  fora de fase com relação à deformação imposta. Porém, para um corpo viscoelástico espera-se um ângulo de fase “ $\theta$ ”, o qual deverá estar compreendido entre zero e  $90^\circ$ . Portanto, para este caso a tensão variável no tempo em função da deformação imposta pode ser definida em termos da máxima de tensão ( $\tau_0$ ) como:

$$\tau = \tau_0 \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (2.4)$$

As repostas para as tensões relativas a cada uma das três situações (corpo elástico, viscoso e viscoelástico) podem ser representadas de forma esquemática pelos gráficos da Figura 2.9. Esta figura mostra um comparativo qualitativo entre as tensões

em cada um dos três corpos: elástico, viscoso e viscoelástico, considerando uma deformação prescrita  $\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t)$ .

Assim, observando-se as equações (2.2) a (2.4), a tensão de cisalhamento atuando em um corpo viscoelástico pode ser decomposta em uma componente em fase com a deformação, proporcional a “ $\text{sen } \omega t$ ”, e em outra componente  $90^\circ$  fora de fase, proporcional a “ $\text{cos } \omega t$ ”. Desta forma, a tensão total pode ser expressa como:

$$\tau(t) = \gamma_0 [G'(\omega) \text{sen } \omega t + G''(\omega) \text{cos } \omega t] \quad (2.5)$$

Onde  $G'$  é o módulo de armazenamento transversal; e  $G''$  é o módulo de perda transversal.

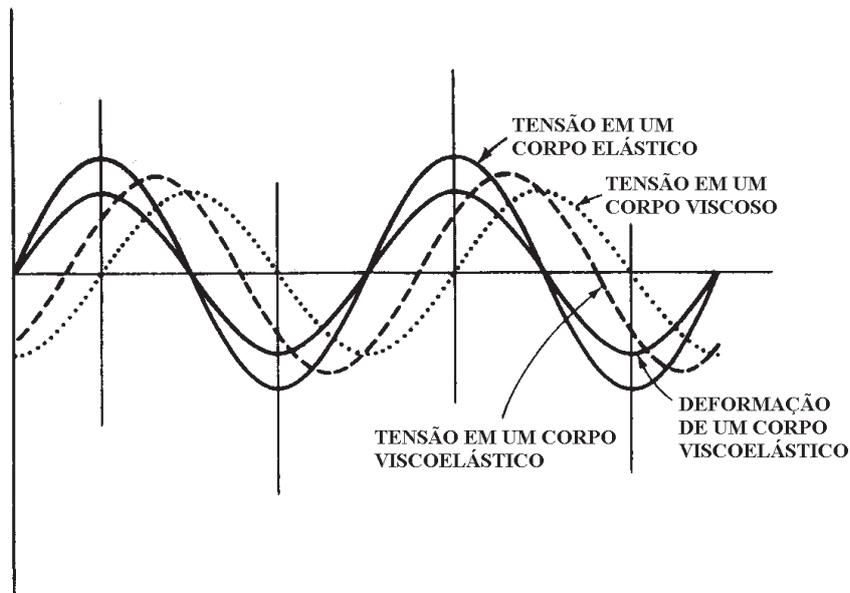


Figura 2.9. Resposta esquemática da tensão em três corpos: elástico, viscoso e viscoelástico; considerando uma deformação prescrita  $\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t)$ .

Podem-se definir, ainda, os módulos longitudinais através da relação clássica da Teoria da Elasticidade:

Módulo de armazenamento longitudinal:  $E' = G'[2(1 + \nu)] \quad (2.6)$

Módulo de perda longitudinal:  $E'' = G''[2(1 + \nu)] \quad (2.7)$

Uma forma comumente empregada de representar os módulos, longitudinais ou transversais, é através dos respectivos módulos complexos, definidos da forma:

$$\text{Módulo complexo longitudinal: } E^* = E' + iE'' \quad (2.8)$$

$$\text{Módulo complexo transversal: } G^* = G' + iG'' \quad (2.9)$$

A relação entre os módulos de perda e armazenamento é definida como fator de perda:

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \frac{G''}{G'} \quad (2.10)$$

De um modo geral, para uma análise das propriedades mecânicas dinâmicas de materiais viscoelásticos, em especial os elastômeros, como as borrachas, empregam-se duas grandezas representativas: o módulo de armazenamento longitudinal ou transversal; e o fator de perda.

Com respeito às grandezas definidas anteriormente, podem ser observadas as seguintes características em polímeros, sob uma ampla faixa de frequências e temperatura.

1. Os módulos complexo e de armazenamento ( $G^*$  e  $G'$ ) crescem mais rapidamente em uma região crítica quando a frequência cresce ou a temperatura decresce.
2. O módulo de perda e o fator de perda ( $G''$  e  $\eta$ ) passam através de um máximo nesta região crítica.

Esses efeitos são ilustrados na Figura 2.10 [38] para um típico material viscoelástico, os quais são nitidamente observados nos gráficos da Figura 2.11, obtidos experimentalmente e apresentados por Nolle [43], para a Buna-N (um dos nomes comerciais da borracha Nitrílica).

A baixas frequências, ou em altas temperaturas, uma região emborrachada é observada, na qual a um processo de relaxação segue-se uma lenta mudança na tensão (em fase), resultando em uma condição de equilíbrio sem conduzir a uma dissipação de energia. Assim, na região emborrachada, todos os módulos e valores de amortecimento são relativamente baixos.

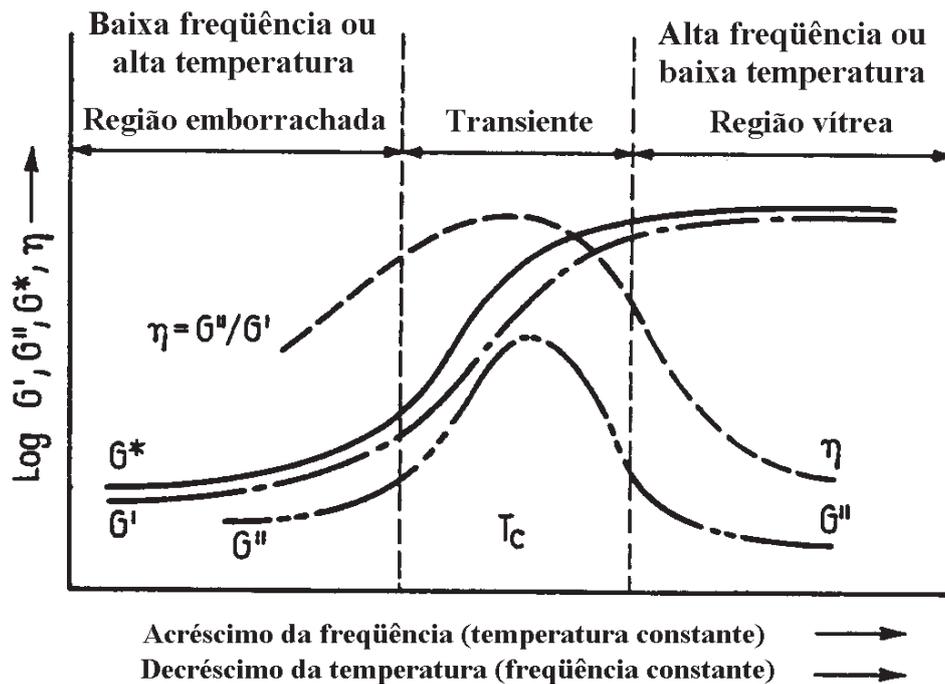


Figura 2.10. Efeitos da frequência e temperatura no módulo de armazenamento, módulo de perda, e no fator de perda de um polímero típico [38].

Em frequências e temperaturas intermediárias existe uma região transiente, onde o módulo de perda é muito maior. Nesta região, uma variedade de efeitos de dispersão e mobilidade molecular é observada. Como resultado deste espectro de processos uma curva típica de rápido crescimento dos módulos é observada. Processos de fluxo e difusão<sup>2</sup> estão geralmente fora de fase com a tensão cíclica, e a defasagem na deformação cíclica fornece um mecanismo para dissipar a energia de amortecimento.

Em altas frequências, ou baixas temperaturas, o módulo de armazenamento é alto, o módulo de perda é relativamente pequeno, e o comportamento assemelha-se a de um material elástico rígido. Esta região é conhecida como vítrea, onde vários tipos de mobilidades moleculares são gradualmente reduzidos. Processos de difusão e relaxação não podem ocorrer rapidamente o suficiente para acompanhar a variação da tensão, e o material comporta-se essencialmente como elástico.

<sup>2</sup> No presente texto, entende-se como difusão, o processo espontâneo de transporte de massa num sistema físico-químico por efeito de gradientes de concentração.

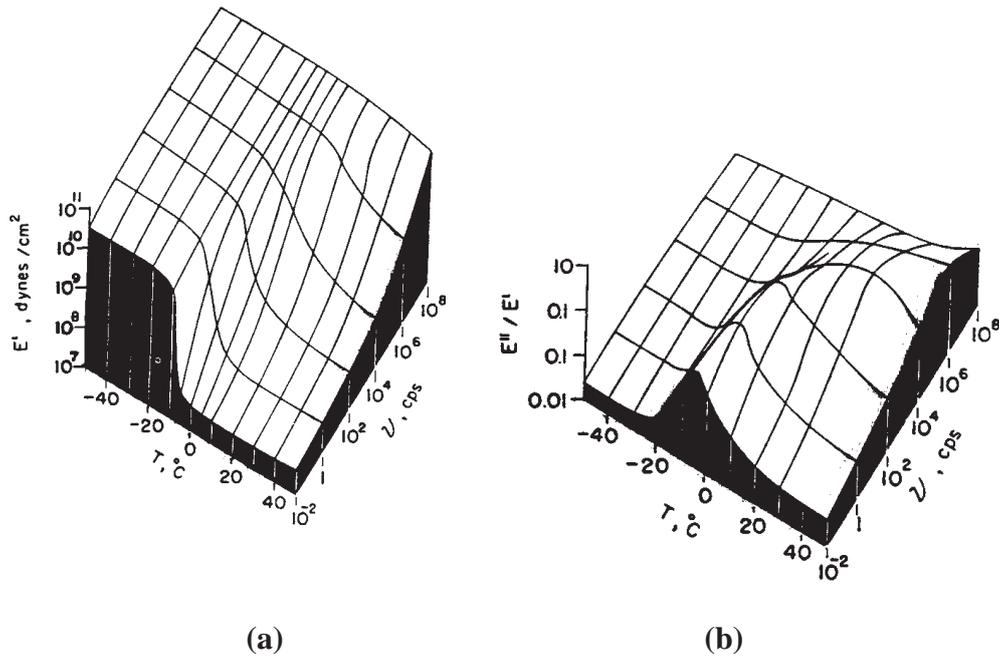


Figura 2.11. Gráficos do comportamento aproximado (a) do módulo de armazenamento e (b) do fator de perda sob uma ampla faixa de frequências e temperaturas. Os gráficos são baseados em dados experimentais, obtidos por Nolle [43], para a borracha Buna-N. *Obs: 1 dynes/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>).*

Nolle [43] através de experimentos analisou o comportamento mecânico dinâmico de diversos tipos de borrachas e materiais semelhantes. As conclusões a que ele chegou são apresentadas a seguir, as quais também podem ser observadas através dos gráficos apresentados na Figura 2.11. Algumas dessas conclusões reforçam o que já foi dito anteriormente.

1. O módulo de armazenamento sempre cresce ou permanece constante com o incremento da frequência.
2. O módulo de perda tem um máximo com relação à temperatura para uma frequência constante, e vice-versa.
3. O fator de perda tem um máximo com relação à temperatura para uma frequência constante, e vice-versa.
4. O módulo de perda aproxima-se de zero à medida que a frequência tende a zero e provavelmente aproxima-se progressivamente de valores muito menores para frequências altas após o pico de máximo.

5. O módulo de perda é maior onde o módulo de armazenamento muda rapidamente com a frequência ou com a temperatura.
6. O módulo de armazenamento aproxima-se de um valor limite para altas e baixas temperaturas.
7. O módulo de armazenamento tem valores limites em altas e baixas frequências.
8. O módulo de armazenamento decresce com o aumento da temperatura, mas cresce com o incremento da temperatura a baixas frequências.

Com relação à quarta conclusão, Nolle [43] usa a justificativa de que medidas experimentais em altas frequências não foram suficientemente numerosas para demonstrar que, à medida que se incrementa a frequência, o módulo de perda pode ser muito menor do que qualquer outro valor pré-determinado. Que este decresce com frequências suficientemente altas é sugerido pela mesma evidência a qual sugere que existe um valor máximo com respeito à frequência. As observações experimentais de que o módulo de perda torna-se progressivamente menor com a redução de temperatura, junto com o princípio de equivalência entre o decréscimo de temperatura e incremento da frequência, é então, a principal base experimental para sugerir que para altas frequências o módulo de perda tende progressivamente a valores menores até atingir algum valor limite muito menor do que o máximo.

Nolle [43] observou ainda, para a quinta conclusão, que o máximo valor para o fator de perda de fato coincide aproximadamente com a inclinação máxima da curva do módulo de armazenamento, isto é, o ponto onde a derivada em relação a esta curva é máxima.

Para conclusão de número seis, acrescenta-se que possivelmente no limite da temperatura zero absoluto, a completa eliminação de agitação térmica pode conduzir a outro resultado.

Segundo Nolle [43] o módulo de armazenamento obviamente tem um valor limite para baixas frequências somente para borrachas vulcanizadas nas quais o fluxo plástico contínuo não ocorre sob forças estáticas, conclusão sete. Para esses materiais pode-se facilmente demonstrar a existência de um módulo limite a baixas frequências. A suposição de que existe um módulo limite para altas frequências não é diretamente verificado por dados experimentais por causa das dificuldades de se fazerem medidas em frequências suficientemente altas. A noção de que o módulo de armazenamento tem um valor limite alto com o incremento da frequência é sugerido pelas observações feitas

com a borracha Buna-N, em que para frequências acima de 120 kHz o módulo excedeu diversas vezes  $10^9$  N/m<sup>2</sup>, a temperatura de  $-20$  °C. Até mesmo em alguns milhares de Hz o módulo alcançou algo em torno desta mesma magnitude com uma temperatura de  $-10$  °C, ou mais baixa. Da equivalência geral entre decréscimo de temperatura e incremento de frequência o qual é encontrado nas temperaturas e frequências observadas, pode-se supor que em temperaturas mais altas o módulo também se aproxima de um valor limite com o incremento da frequência.

Alguns aspectos práticos podem ser observados com relação ao comportamento dinâmico das propriedades das borrachas, a próxima seção abordará este tema.

#### 2.2.4. Aspectos Práticos das Propriedades Mecânicas

Considerando-se que a superfície inferior do corpo mostrada na Figura 2.8 está fixada em uma base, enquanto a superfície superior sofre um movimento senoidal com uma pequena amplitude, pode-se fazer uma análise considerando a viscoelasticidade linear. Assim, para este caso a deformação e a tensão serão definidas pelas equações (2.1) e (2.5).

$$\gamma = \gamma_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.1)'$$

$$\tau(t) = \gamma_0 [G'(\omega) \text{sen } \omega t + G''(\omega) \text{cos } \omega t] \quad (2.5)'$$

A partir destas equações pode-se calcular a energia armazenada, a qual atinge um valor máximo após um quarto de um ciclo e é zero após um ciclo completo; e a energia dissipada, o qual cresce continuamente. Utiliza-se para isso o trabalho de deformação “w”, onde, considerando-se todas as quantidades por unidade cúbica elementar, pode ser escrito na forma:

$$w = \int \tau(t) d\gamma(t) \quad (2.11)$$

Da equação (2.1) tem-se:

$$d\gamma(t) = \gamma_0 \text{cos } \omega t \, d(\omega t) \quad (2.12)$$

Substituindo-se as equações (2.5) e (2.12) na equação (2.11):

$$w = (\gamma_0)^2 G'(\omega) \int \sin \omega t \cos \omega t d(\omega t) + (\gamma_0)^2 G''(\omega) \int \cos^2 \omega t d(\omega t) \quad (2.13)$$

A primeira parcela da equação (2.13) está relacionada com a energia armazenada e recuperada em cada ciclo de deformação, enquanto a segunda relaciona a energia dissipada na forma de calor.

Assim, para um quarto de ciclo, as energias armazenada e dissipada podem ser definidas por:

$$E_a = (\gamma_0)^2 G'(\omega) \int_0^{\pi/2} \sin \omega t \cos \omega t d(\omega t) = \frac{1}{2} (\gamma_0)^2 G'(\omega) \quad (2.14)$$

$$E_d = (\gamma_0)^2 G''(\omega) \int_0^{\pi/2} \cos^2 \omega t d(\omega t) = \frac{\pi}{4} (\gamma_0)^2 G''(\omega) \quad (2.15)$$

A taxa de dissipação de energia em relação à armazenada será dada por:

$$\frac{E_d}{E_a} = \frac{\pi G''(\omega)}{2G'(\omega)} = \frac{\pi}{2} \eta \quad (2.16)$$

Considerando-se que a energia dissipada por ciclo é

$$E_d = (\gamma_0)^2 G''(\omega) \int_0^{2\pi} \cos^2 \omega t d(\omega t) = \pi (\gamma_0)^2 G''(\omega) \quad (2.17)$$

a taxa de energia dissipada por ciclo/s fica definida por:

$$\dot{E}_d = \pi (\gamma_0)^2 G''(\omega) \quad (2.18)$$

Lembrando-se que a frequência em Hz está relacionada com a frequência circular em rad/s, através da expressão

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.19)$$

a equação (2.18) pode ser reescrita sob a forma:

$$\dot{E}_d = \frac{\omega}{2} (\gamma_0)^2 G''(\omega) \quad (2.20)$$

A taxa de energia dissipada definida pelas equações (2.18) e (2.20) pode dar um bom indicador do calor gerado por uma deformação cíclica. Como exemplo, considere-se que o corpo da Figura 2.8 é feito de borracha natural levemente vulcanizada [25,28], submetido a uma deformação cíclica senoidal prescrita, cuja frequência é igual a 10 Hz e amplitude máxima de  $10^{-2}$ , com  $G'' = 10^5 \text{ N/m}^2$  para esta frequência.

Neste caso a taxa de energia dissipada será:

$$\dot{E} = \pi \times 10 \times (10^{-2})^2 \times 10^5 = 314,16 \text{ J m}^{-3} \text{ s}^{-1} \quad (2.21)$$

Sendo a capacidade térmica aproximadamente igual a  $2 \times 10^6 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$  a taxa de aumento da temperatura com o tempo pode ser facilmente calculada para condições adiabáticas:

$$\dot{T} = \frac{3,14 \times 10^2}{2 \times 10^6} = 1,57 \times 10^{-4} \text{ K s}^{-1} \quad (2.22)$$

Este valor para taxa de aumento da temperatura é muito pequeno; contudo, se a máxima amplitude de deformação é aumentada para  $3 \times 10^{-2}$  e a frequência escolhida é  $10^3 \text{ Hz}$ , correspondendo a um módulo de perda  $G'' = 10^6 \text{ N/m}^2$ , o novo valor obtido será:

$$\dot{T} = \frac{2,83 \times 10^6}{2 \times 10^6} = 1,41 \text{ K s}^{-1} \quad (2.23)$$

Considerando-se condições adiabáticas, para o segundo caso, o corpo seria rapidamente destruído. Donde observa-se que para o projeto de mecanismos que empregam algum tipo de material viscoelástico confinado e que estão submetidos a movimentos periódicos a altas frequências, este tipo de análise deverá ser levada em consideração. Deve-se notar ainda, que o módulo de perda e não o fator de perda é a

grandeza mais importante no cálculo do calor produzido em um material para uma determinada deformação cíclica prescrita.

Fixando-se agora, uma massa “M”, na superfície superior do corpo da Figura 2.8, e considerando-se o conjunto corpo com a massa em movimento oscilatório livre e a massa do corpo muito menor que a massa adicional “M”, a frequência natural característica do sistema, para oscilações lineares e baixo grau de amortecimento, será dada por [36]:

$$\omega_c^2 = \left( \frac{G'(\omega_c) A}{h M} \right) \left( 1 + \frac{\delta^2}{4\pi^2} \right) \quad (2.24)$$

Ou ainda:

$$\omega_c^2 = \frac{\delta}{\pi} \left( \frac{G''(\omega_c) A}{h M} \right) \quad (2.25)$$

onde “A” é a área da superfície superior; “h” é a altura do corpo; “G’(ω<sub>c</sub>)” é o módulo de armazenamento do material de que é feito o corpo; e “δ” é o chamado decremento logarítmico, o qual é o logaritmo natural da razão entre duas amplitudes sucessivas de deslocamentos.

Substituindo-se a equação (2.24) em (2.25) e admitindo-se  $\delta^2 \ll 1$ , o decremento logarítmico pode ser definido como:

$$\delta \cong \pi \frac{G''(\omega_c)}{G'(\omega_c)} = \pi\eta \quad (2.26)$$

O decremento logarítmico pode ainda ser definido em termos da taxa de amortecimento “ξ” para valores baixos através da expressão [44]:

$$\delta \cong 2\pi\xi \quad (2.27)$$

Donde, observando-se as equações (2.26) e (2.27), conclui-se que:

$$\xi = \frac{\eta}{2} \quad (2.28)$$

Esta equação mostra claramente que o amortecimento em oscilações livres é determinado pelo fator de perda ( $\eta$ ), em contraste com a geração de calor em oscilações forçadas, a qual foi determinada através do valor absoluto do módulo de perda ( $G''$ ). Nota-se que à medida que este fator cresce, há um aumento proporcional no amortecimento do sistema. Portanto, esta grandeza torna-se de fundamental importância para o projeto de mecanismos atenuadores de vibrações.

Ressalta-se, porém, que a equação (2.28) foi obtida considerando-se um baixo grau de amortecimento; para um grau muito alto de amortecimento, segundo Mark et al. [39], as relações entre  $\omega_c$ ,  $\delta$ , e as funções viscoelásticas  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  são muito complicadas, isto porque, a amplitude decai rapidamente.

Todas as propriedades até aqui estudadas são válidas para todas as borrachas com ou sem qualquer aditivo que melhore suas propriedades. Porém, a borracha é raramente usada na sua forma pura, porque a adição de materiais de enchimento (fíleres) melhora diversas propriedades. Nos caso de fíleres tais como o negro de fumo, o módulo é incrementado, e importantes propriedades como resistência à tração, ao rasgamento e a abrasão são enormemente melhoradas.

O negro de fumo, também conhecido como negro de carbono (do inglês carbon black) é constituído por partículas finamente divididas, que são obtidas por decomposição térmica (pirólise) ou combustão parcial de hidrocarbonetos gasosos ou líquidos. Segundo o processo adotado, este fíler pode ser classificado em negro de fumo: de lamparina (lampblack), de canal (channel black), térmico (thermal black), de fornalha (furnace black).

O processo pelo qual o negro de fumo é produzido assemelha-se àquele que dá origem à fuligem em lamparinas, lareiras e motores de combustão. No entanto, enquanto a fuligem é um material indesejável, com propriedades e características variáveis, o negro de fumo possui especificações bem definidas, que podem ser reproduzidas com regularidade pelo controle das condições de processo de produção.

As propriedades de vulcanizados, contendo negro de fumo, sob ação de carregamentos são completamente dependentes da deformação aplicada no momento

em que estas propriedades são medidas. Este efeito é mostrado na Figura 2.12, o qual é reproduzida do trabalho de Harris e Crede [40].

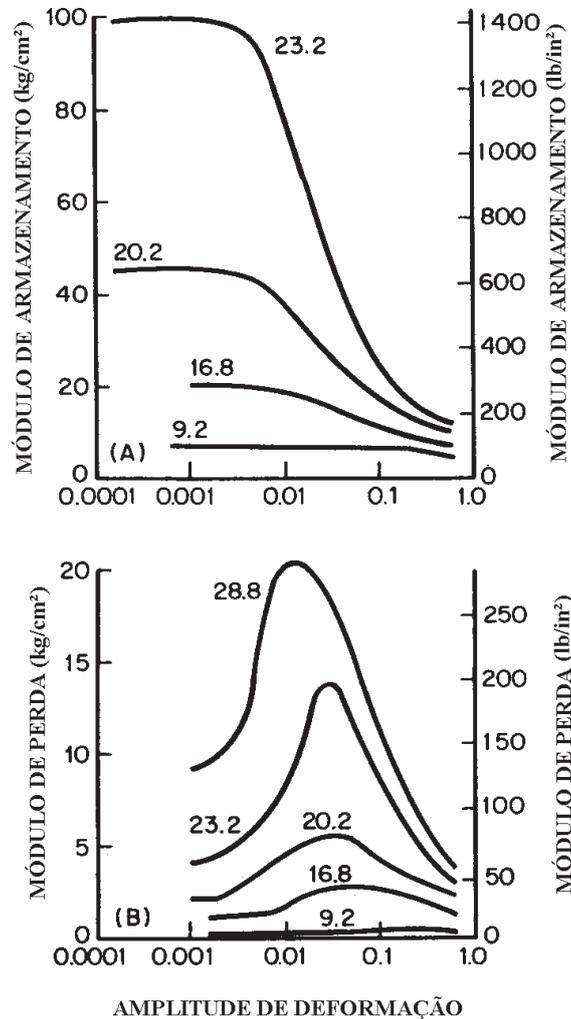


Figura 2.12. O efeito da amplitude de deformação no módulo de armazenamento e no módulo de perda, ambos ao cisalhamento, da borracha IIR vulcanizada. Os números das curvas representam a percentagem de negro de fumo por volume [40].

Segundo Harris e Crede [40], o alto módulo para baixas deformações está relacionado com a estrutura do negro de fumo e as forças de Van der Waals entre as partículas de carbono. Acrescentam ainda, que os dados apresentados na Figura 2.12 são específicos para o negro de fumo na borracha Butil, mas efeitos similares foram encontrados com outros agentes de enchimento ou fíleres em outros polímeros.

## 2.2.5. Fadiga sob Tensões Dinâmicas

Uma amostra de borracha sujeita a uma tensão próxima a sua tensão de resistência última continuará a se alongar com o tempo e conseqüentemente sofrerá ruptura. Este processo é conhecido como fadiga estática, e é o resultado final do processo de relaxação.

A fadiga dinâmica, por sua vez, ocorre em uma amostra sujeita a tensões periódicas. Em muitos mecanismos de controle de vibrações, o processo de fadiga é alguma combinação da fadiga estática com a dinâmica.

A fadiga dinâmica é observada em borrachas através de um progressivo enfraquecimento das propriedades físicas, como um resultado de um lento crescimento de fissuras no material, durante aplicação de um carregamento dinâmico. Uma das mais óbvias mudanças é uma gradual redução na rigidez.

Vários processos atômicos e moleculares tomam lugar durante a fadiga. Embora tais processos tenham sido extensivamente estudados em metais, o estudo da fadiga em borrachas até hoje tem tratado a borracha como um material contínuo por causa das complexidades de sua estrutura [45]. Assim, as características da fadiga em borrachas permanecem em grande extensão empíricas.

Testes em laboratório de espécimes de borrachas podem ser empregados para prever, sob carregamento específico, a faixa de tamanho das fissuras, a qual estas poderão propagar-se crescentemente até alcançar o tamanho crítico no qual a propagação ocorrerá mais rapidamente atingido a ruptura completa do espécime. Pode-se determinar, ainda, o número de ciclos necessários para partir o espécime em duas partes sob carregamento particular; a este número total de ciclos é dada a denominação de vida de fadiga (do inglês fatigue life).

Harris e Crede [40] apresentaram os resultados de uma investigação das características da fadiga dinâmica em isoladores de vibração deformados por tração e compressão, os quais são reproduzidos na Figura 2.13. A vida de fadiga, medida em ciclos, é mostrada nos gráficos da Figura 2.13 como uma função da percentagem mínima de deformação, para valores fixos de deformação dinâmica.

A percentagem mínima de deformação é definida por:

$$\varepsilon(\%) = \frac{L_{\text{Min.}} - L_0}{L_0} \times 100 \quad (2.29)$$

Por outro lado, a percentagem mínima de deformação dinâmica é definida como:

$$\varepsilon_d (\%) = \frac{L_{Max.} - L_{Min.}}{L_0} \times 100 \quad (2.30)$$

Onde  $L_{Min.}$  e  $L_{Max.}$  são respectivamente, os menores e maiores comprimentos deformados; e  $L_0$  é o comprimento original da amostra.

A Figura 2.13 mostra que:

1. para pequenas deformações dinâmicas existe um pronunciado mínimo na vida de fadiga quando a amostra retorna a configuração original;
2. o ponto de máximo da vida de fadiga vai tendendo a um valor de mínima deformação mais baixo à medida que a deformação dinâmica aumenta;
3. a vida de fadiga decresce quando a deformação dinâmica cresce, isto pode ser causado parcialmente pela quantidade maior de calor gerado.

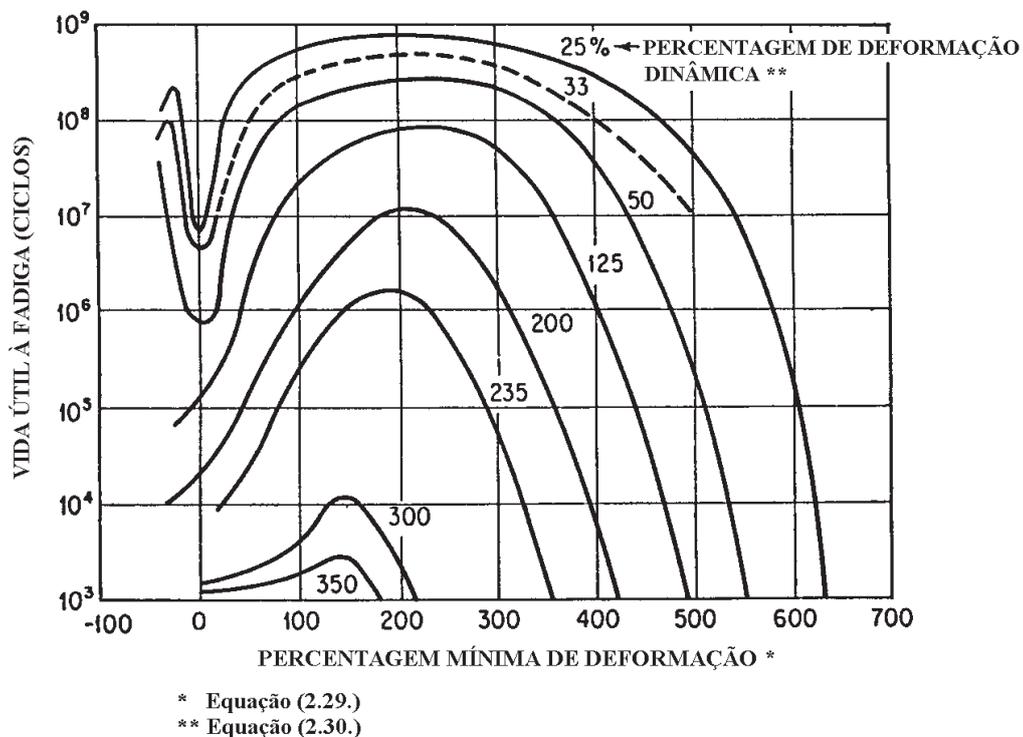


Figura 2.13. O efeito da deformação na vida de fadiga de uma amostra de borracha testada a tração e a compressão [40].

Amostras testadas ao cisalhamento também apresentam uma característica semelhante à primeira. Um resumo da vida útil a fadiga de amostras ao cisalhamento como função da deformação dinâmica é apresentada na tabela 2.2 [40].

Harris e Crede [40] observaram ainda, que concentrações de tensões reduzem a vida útil à fadiga de isoladores de borracha. Além do mais, repentinas mudanças na seção da borracha, insertos cortante e afiado, e cabeças de parafusos protuberantes devem ser evitados.

Tem sido observado que as tensões dinâmicas aceleram mais os efeitos do envelhecimento, isto porque as deformações dinâmicas expõem novas áreas da estrutura molecular ao ataque de agentes nocivos. Os principais agentes nocivos às borrachas são térmicos, ambientais (oxigênio, ozônio e a radiação ultravioleta) e químicos e/ou físicos (óleos e fluidos), os quais serão tratados na próxima seção.

Tabela 2.2. Vida de fadiga em ciclos para amostras de isoladores, sob cisalhamento, como função da deformação dinâmica para várias deformações laterais [40].

Deformação dinâmica (%)	Deformação lateral		
	Zero	Compressão (12,5%)	Tração (25%)
$-25 \leq \varepsilon_d \leq 25$	$7 \times 10^6$	$20 \times 10^6$	$12 \times 10^6$
$0 \leq \varepsilon_d \leq 50$	$1 \times 10^6$	$2 \times 10^6$	$2 \times 10^6$
$75 \leq \varepsilon_d \leq 125$	$15 \times 10^6$	$2 \times 10^6$	$40 \times 10^6$

## **2.2.6. Durabilidade**

### **2.2.6.1. Fatores que Afetam a Durabilidade**

Segundo Gent [45], o termo durabilidade deve ser uma parte integrante do processo de projeto com elastômeros (borrachas) em engenharia. Todos os polímeros, e em particular os elastômeros, são potencialmente sensíveis à temperatura, fluidos e condições mecânicas nos quais eles se encontram em serviço, podendo sofrer grandes mudanças em suas propriedades, ocasionando falhas. Muitas dessas mudanças são entendidas cientificamente e podem ser previstas se o material foi adequadamente caracterizado. Durabilidade, portanto, pode ser definida como a resistência a qualquer mudança nas propriedades devido ao ambiente de serviço [45].

É importante para os engenheiros apreciarem os fatores que podem afetar a durabilidade das principais categorias de borrachas em diferentes ambientes de serviço. Uma boa apreciação dos mecanismos de deterioração e dos fatores limitantes da durabilidade permitirá aos engenheiros projetarem componentes elastoméricos para muitas aplicações críticas com segurança.

A seguir são apresentados alguns fatores de ambiente de serviço que podem afetar a durabilidade das borrachas.

### **2.2.6.2. Ação da Temperatura em Serviço**

Um fator que pode ser limitante no emprego de elastômeros como mecanismos de redução e controle de vibrações em estruturas é a temperatura ambiente de serviço. Existem evidências que uma borracha pode manter-se por longos períodos em serviço a temperaturas ambientes sem qualquer deterioração mensurável [45], porém, em temperaturas suficientemente elevadas todos os tipos de borrachas sofrem reações de degradação, conduzindo a uma perda das propriedades físicas.

Segundo Harris e Creder [40], compostos de borracha Natural e SBR usados geralmente com essa finalidade não são adequados para uso contínuo em temperaturas de serviço acima de 79 °C. Borracha composta de Cloropreno não deve ser usada acima de 100 °C. Propileno óxido e EPDM não devem ser usados acima de 121 °C. A contínua exposição a altas temperaturas após a cura promove oxidação, originando plastificantes e outros ingredientes voláteis. A borracha Natural fica sujeita a uma reversão, na qual a borracha torna-se flexível e pegajosa.

Por outro lado, quando expostas a temperaturas muito baixas, a borracha torna-se rígida e pouco resiliente. Assim, observa-se que o conhecimento da faixa de temperaturas em que uma determinada borracha, empregada como parte integrante de um mecanismo, mantém suas propriedades é de fundamental importância. A seguir é apresentada uma tabela comparativa entre as borrachas, em termo de temperaturas limites para aplicações práticas, reproduzida de Montenegro e Pan [46], convém lembrar que tais valores são aproximados, tendo em vista que estes limites poderão variar em função dos compostos e aditivos que podem ser adicionados as borrachas para melhorar suas propriedades. Isto explica a diferença entre os valores sugeridos por Harris e Creder [40] para algumas borrachas e aqueles apresentados pela tabela 2.3.

Tabela 2.3. Comparativo dos vários tipos de borrachas com temperaturas limites para aplicações práticas [46].

<b>Tipo de Borracha</b>	<b>Temperatura (° C)</b>
SBR	-40 – 60
NR	-50 – 60
IIR	-30 – 80
CR	-20 – 70
NBR	-10 – 90
EPDM	-50 – 90
BR	-60 – 70
ACM	* – 180
ECO	-50 – 160
CFM	* – 230
MVQ	-70 – 300
CSM	-30 – 180
PUR	-55 – 90
T	-50 – 100
TPE	-60 - 120

\* Temperatura mínima não fornecida.

### 2.2.6.3. Ação de Agentes Atmosféricos

Quando uma borracha está exposta diretamente ao desgaste pela ação de agentes atmosféricos, ela sofre com a ação do oxigênio, raios ultravioletas e a ação lixiviante da chuva. Estes fatores combinados promovem a oxidação da mesma. Somente 1 a 2% de oxigênio combinado é normalmente suficiente para deteriorar severamente um produto elastomérico. A reação do oxigênio com elastômeros causa, em geral, a quebra da cadeia e das ligações. Se a quebra da cadeia é dominante, os elastômeros podem se tornar mais macios e eventualmente pegajosos com o envelhecimento; este é o comportamento das borrachas NR e IIR. Muitos elastômeros, contudo, tornam-se duros e eventualmente quebradiços durante a oxidação, quando a quebra das ligações é dominante.

Por outro lado, a luz solar sobre a atmosfera gera o ozônio, o qual ataca as superfícies da borracha sob tensões. O ozônio é um dos constituintes da mistura neblina e fumaça, e pode ocorrer em concentrações as quais são completamente danosas as borrachas, e é especialmente danoso à borracha Natural, SBR (borracha estireno-butadieno), BR (borracha butadieno) e borracha Nitrílica (NBR), porque ele ataca as moléculas da borracha nas ligações duplas (a área quimicamente insaturada) e produz superfícies rachadas. Estas rachaduras podem crescer e causar completa falha de uma parte da borracha, se esta parte está continuamente sob tensões. Outros polímeros possuem mais resistência ao ozônio porque eles têm menos áreas insaturadas nas suas cadeias moleculares.

Rachaduras provocadas pela ação do ozônio não ocorrem se a borracha não está sob tensão. Embora algumas reações ocorram entre uma borracha sem tensões e o ozônio, o subsequente alongamento não revelará qualquer rachadura. Existe um alongamento crítico no qual as rachaduras devido ao ozônio são mais severas. Este alongamento varia de acordo com a composição do composto e dos polímeros empregados. Existem deformações um pouco abaixo deste limite para as quais o dano causado é muito pequeno. Estas deformações são de 7 a 9% para a borracha Natural, SBR, e a borracha Nitrílica composta, 18% para a borracha Cloropreno (CR), e 26% para a borracha Butil (IIR). Muitos polímeros não estão sujeitos ao ataque do ozônio em temperaturas abaixo de -18 °C.

A resistência ao ozônio de polímeros insaturados pode ser melhorada adicionando ingredientes compostos protetores. Um mecanismo de proteção contra o

ozônio poderia ser a inclusão de uma cera na borracha composta. A solubilidade da cera é baixa e migra para a superfície (florescência) e forma uma camada protetora. Porém, tal composto tem uma resistência baixa sob condições dinâmicas porque o filme de cera quebra-se. Além disso, uma borracha composta contendo cera geralmente não é usada para mecanismos de controle de vibrações, já que a cera tem um efeito prejudicial de não permitir a adesão borracha-metal. Um método para proteção superficial é a cloração superficial, na qual cloro é adicionado nas ligações moleculares duplas. Este tratamento também reduz o coeficiente de fricção da borracha em superfícies lisas, duras e secas.

Outro agente, presente na atmosfera, nocivo as borrachas é a radiação ultravioleta, contudo, uma proteção efetiva é dada pelo negro de fumo incorporado em muitas borrachas compostas. Este atua filtrando a radiação ultravioleta. Além disso, os mecanismos de redução e controle de vibrações que empregam materiais poliméricos freqüentemente são colocados em lugares protegidos da ação direta dos raios solares, o que efetivamente elimina os danos causados pela ação dos raios ultravioleta.

#### **2.2.6.4. Exposição a Fluídos**

Além de todos os fatores ambientais citados anteriormente, as propriedades das borrachas são alteradas pela exposição a fluídos. Uma borracha não é completamente resistente aos efeitos físicos e/ou químicos que surgem do contato com fluídos. Se uma borracha absorve um grande volume de líquido, torna-se geralmente menos resistente e pouco útil para aplicações na área de engenharia. Além do mais, o ataque químico pode causar deterioração ou enfraquecimento progressivo. Líquidos orgânicos tendem a enfraquecer as borrachas somente por meios físicos, porém, líquidos corrosivos tais como ácidos e alcalinos tendem a atacar quimicamente.

Em termos práticos, as borrachas empregadas com a finalidade de isolamento e redução de vibrações não devem apresentar exposição a óleos derivados de petróleo ou solventes.

Quando imersa em óleos derivados de petróleo a borracha Natural, SBR, Isopreno, Butadieno, Butil e Silicone amolecem, incham e sofrem uma redução na resistência e na deformação última. Em um óleo leve, a borracha natural pode inchar até 200% e reter menos do que 20% de sua tensão e deformação últimas originais. Um típico composto de borracha Cloropreno, quando exposto em óleo lubrificante por 70

(setenta) horas a 100 °C, pode sofrer uma redução de 40% na tensão última e 30% na deformação última. O volume pode aumentar em 15%.

Borrachas compostas usadas com a finalidade de controle de vibrações não devem ser expostas a óleos e solventes, pois, geralmente é mais econômico localizar os mecanismos em uma área não exposta a esses fluidos ou para o caso de grandes superfícies, procurar fazer o isolamento da camada que contém o material viscoelástico. Em último caso, quando tal isolamento não é possível, deve-se utilizar um polímero resistente ao óleo ou solvente a que o material será exposto.

# Capítulo 3

## Modelagem de Materiais Viscoelásticos

### 3.1. Modelos Analíticos

A modelagem do amortecimento (viscoso linear ou histerético) em programas disponíveis no mercado para análise estrutural baseados no método dos elementos finitos não tem, em geral, motivação física. Estes modelos não dependem explicitamente da temperatura ou frequência e, portanto, não retratam o comportamento de materiais reais. Embora muito mais precisos, os modelos materiais com viscoelasticidade geral não são amplamente usados em aplicações práticas da engenharia. A análise de uma estrutura parcialmente composta de materiais viscoelásticos exige, normalmente, uma caracterização analítica do comportamento dinâmico e da histerese desses materiais. Diferentes aproximações para a modelagem analítica do comportamento dinâmico de um sistema viscoelástico linear estão disponíveis na literatura. Park [47] faz um relato dos vários modelos disponíveis, o qual é apresentado de forma resumida a seguir.

Uma abordagem clássica usa um modelo mecânico compreendendo uma combinação de molas lineares e amortecedores (Bland, 1960; Findley et al., 1976; Ferry, 1980; Christensen, 1982; Tschoegl, 1989). A relação tensão-deformação para um sistema viscoelástico linear representado por um modelo mecânico mola-amortecedor é comumente expressa em uma forma de operador diferencial, e as funções materiais no domínio do tempo desenvolvidas para tal modelo são expressas por séries exponenciais. Tal modelo provou ser consistente com a teoria molecular (Rouse; 1953; Ferry et al., 1955) e também com a teoria da termodinâmica (Biot, 1954; Schapery, 1964).

Uma outra abordagem tem também recebido considerável atenção e uso na caracterização do comportamento de um sistema viscoelástico por inúmeros autores

(Gemant, 1938; Smit e Vries, 1970; Bagley e Torvik, 1983; Rogers, 1983; Koeller, 1984). Esta abordagem usa a estrutura de um modelo mecânico mola-amortecedor padrão, exceto que os operadores diferenciais regulares são trocados por operadores diferenciais de ordem fracionária. A primeira motivação para o uso de derivadas fracionadas veio da habilidade destas descreverem o comportamento de muitos materiais viscoelásticos com um pequeno número de parâmetros. Numerosos outros modelos matemáticos estão também disponíveis, porém, grande parte destes modelos não possui adequada aplicabilidade ao método dos elementos finitos, ou seja, são difíceis de serem implementados em programas que possam ser empregados para análise e projeto de estruturas com amortecimento viscoelástico.

O desenvolvimento de modelos que capturem a essência da dependência da temperatura e frequência das propriedades de materiais viscoelásticos (MVE's), e que são compatíveis com as técnicas correntes de análises via o método dos elementos finitos é uma área de contínua pesquisa.

Para contornar o problema da dependência das propriedades de MVE's com a frequência, Golla e Hughes (1985) [30] apresentaram o método GHM, o qual conduz a elementos finitos viscoelásticos e usa coordenadas adicionais para modelar com mais precisão o comportamento do material. Como foi intencionalmente desenvolvido com equações dinâmicas de segunda ordem, o GHM é completamente compatível com métodos correntes de análise estrutural. Este método, que é apresentado em detalhes na seção 3.3, constitui a base para o desenvolvimento da ferramenta numérico-computacional desenvolvida no presente trabalho. Antes, porém, alguns conceitos necessários à compreensão do método serão apresentados a seguir.

## **3.2. Modelos Mecânicos de MVE**

O material viscoelástico é às vezes chamado de material com memória, tendo em vista que sua resposta depende do histórico do carregamento, não apenas do valor da carga no instante analisado. Sua caracterização é feita basicamente através de integrais de convolução ou de leis constitutivas de modelos matemáticos que relacionam tensão deformação. Esta última forma de caracterização de um material viscoelástico foi à adotada por Barbosa [7], o qual fez uma análise dos diversos modelos que visam caracterizar o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos através da associação de molas lineares e amortecedores viscosos (Figura 3.1).

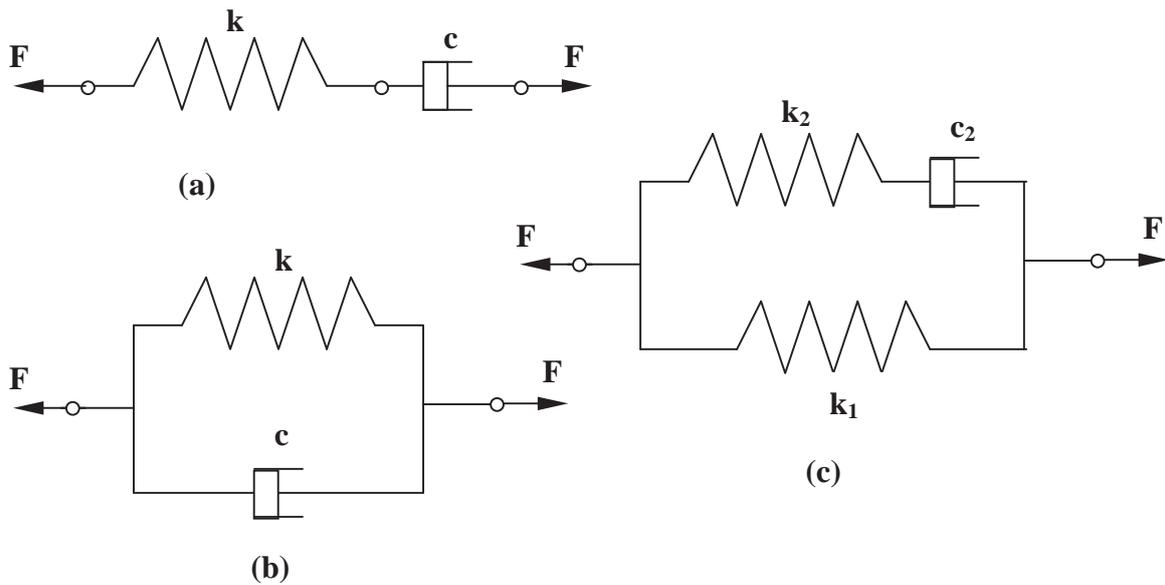


Figura 3.1. Modelos unidimensionais para caracterizar MVE: (a) Modelo de Maxwell, (b) Modelo de Voigt-Kelvin e (c) Modelo para MVE do tipo Borracha.

No modelo mecânico mola-amortecedor, a mola representa a contribuição elástica do material, a qual apresenta resposta instantânea a uma ação mecânica e é capaz de recuperar as dimensões originais quando esta ação é removida, enquanto, o amortecedor representa a contribuição viscosa do material, o qual apresenta resposta retardada a ação mecânica e não é capaz de recuperar as dimensões originais quando esta é removida.

Desse tipo de modelo mecânico, os mais simples são o de Maxwell e o de Voigt-Kelvin (Figura 3.1 (a), (b)), os quais são constituídos de uma mola e um amortecedor, em série no primeiro e em paralelo no segundo modelo. Diversas são as combinações possíveis entre estes dois modelos básicos para caracterizar o comportamento dinâmico de MVE's, em especial para o caso de elastômeros, como as borrachas, o terceiro modelo, Figura 3.1 (c), é a combinação mais simples que melhor representa as características para este tipo de material.

Baseado neste terceiro modelo, a seguir são descritos os resultados mais relevantes, para o presente trabalho, tal como apresentados também por Barbosa [7], os quais mostram que a associação de molas elásticas e amortecedores viscosos pode simular o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos (MVE's).

### 3.2.1. Equações Constitutivas Para Modelos Viscoelásticos Unidimensionais

As equações constitutivas para modelos viscoelásticos unidimensionais, como aqueles da Figura 3.1, que relacionam tensão com deformação, podem ser obtidas aplicando-se uma tensão  $\sigma$  na extremidade de cada modelo ao invés de uma força  $F$ , considerando deformações  $\epsilon$  ao invés de deslocamentos, sendo:

$$\sigma = E \epsilon \quad (3.1)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade. Vale salientar, com já foi observado anteriormente, que em se tratando de MVE's, o módulo de elasticidade não é mais constante, para tanto é necessário defini-lo em função de algumas relações constitutivas, as quais serão abordadas a seguir.

#### 3.2.1.1. Relações no Domínio do Tempo (DT)

Para se obterem tais relações constitutivas aplicam-se tensões no domínio do tempo nas extremidades dos modelos, obtendo-se deformações também no domínio do tempo.

#### 3.2.1.2. Relações no Domínio da Frequência (DF)

De todos os modos usados para se descrever o comportamento dinâmico e reológico de materiais viscoelásticos, a representação através de módulos complexos talvez seja a mais comumente usada.

Ao se utilizar os módulos complexos, as relações constitutivas estarão expressas no domínio da frequência. Assim, numa notação mais comumente usada, a equação (3.1) pode ser escrita como:

$$\sigma(\omega) = E^*(\omega)\epsilon = [E'(\omega) + i E''(\omega)]\epsilon \quad (3.2)$$

onde  $E^*$ ,  $E'$  e  $E''$  são dependentes da frequência  $\omega$ , como mencionado no capítulo 2, chamados de módulo complexo de elasticidade longitudinal, módulo de armazenamento

e módulo de perda respectivamente e suas caracterizações devem ser feitas experimentalmente para cada material.

Com a utilização dos módulos complexos no DF, as equações que descrevem o movimento do MVE também devem estar definidas no DF. Para se retornar ao DT, basta fazer a transformada inversa de Fourier.

### 3.2.1.3. Relações no Domínio de Laplace (DL)

As relações constitutivas no DF são convertidas para o DL, e vice-versa, através da mudança da variável “ $i\omega$ ” no DF para “ $s$ ” no DL. Desta forma a equação (3.2) pode ser reescrita na forma:

$$\sigma = E(s) \epsilon \quad (3.3)$$

onde  $s = i\omega$  é a variável de Laplace e “ $E$ ” é o módulo de elasticidade no domínio de Laplace.

“ $E$ ” é função dos parâmetros de rigidez ( $k$ ) e amortecimento ( $c$ ) das molas e amortecedores do modelo adotado, bem como o modo com que estes são associados. De um modo geral, “ $E$ ” pode ser escrito na forma:

$$E(s) = \epsilon + h(s) \quad (3.4)$$

onde “ $\epsilon$ ” relaciona a parcela elástica entre as tensões  $\sigma$  e a deformação  $\epsilon$  e “ $h(s)$ ” é chamada de função dissipação.

Diversos autores propuseram alternativas para as funções de dissipação  $h(s)$ . A tabela 3.1 apresenta algumas destas propostas.

Os parâmetros contidos nas funções  $h(s)$  apresentadas na tabela 3.1 são extraídos de curvas experimentais.

Ressalta-se que, uma boa representação do módulo complexo no domínio de Laplace é de fundamental importância para a modelagem de MVE’s.

Tabela 3.1. Funções de Dissipação.

Função	Autor, Ano
$h(s) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i s}{s + b_i}$	M. A. Biot, 1955 [48]
$h(s) = \frac{E_1 s^\alpha - E_0 b s^\beta}{1 + b s^\beta}$ $0 < \alpha < 1 \quad e \quad 0 < \beta < 1$	R. L. Bagley, P. J. Torvik, 1981 [49]
$h(s) = a s \int_0^\infty \frac{\gamma(p)}{s + p} dp$ $\gamma(p) = \frac{1}{\beta - \alpha}, \quad \alpha \leq p \leq b$ $\gamma(p) = 0, \quad \text{fora do intervalo}$	K. J. Buhariwala, 1982 [50]

### 3.2.2. Equações Constitutivas Para Modelos Viscoelásticos Bi e Tridimensionais

As equações constitutivas apresentadas anteriormente se referem a modelos unidimensionais. Para modelos bi e tridimensionais podem ser obtidas equações constitutivas estendendo-se os conceitos unidimensionais básicos e considerando-se as deformações lineares e angulares nas demais direções.

Como os materiais viscoelásticos são, em geral, homogêneos e isotrópicos, faz-se necessário determinar apenas dois parâmetros para se definir o estado de tensão em função das deformações:

- Módulo Complexo de Elasticidade Longitudinal:  $E^* = E'(\omega) + i E''(\omega)$  e
- Módulo Complexo de Elasticidade Transversal:  $G^* = G'(\omega) + i G''(\omega)$ .

As relações tensão/deformação da elasticidade clássica são levadas para o campo da viscoelasticidade no domínio da frequência, substituindo-se o parâmetro real pelo correspondente valor complexo, conforme a equação (3.2).

Desta forma tem-se:

$$\sigma = E^* \epsilon = (E' + i E'') \epsilon = E'(1 + i \eta_\epsilon) \epsilon \quad (3.5)$$

$$\tau = G^* \gamma = (G' + i G'') \gamma = G'(1 + i \eta_\gamma) \gamma \quad (3.6)$$

Onde “ $\epsilon$ ” é a deformação longitudinal, “ $\gamma$ ” é a deformação transversal devido ao cisalhamento ou distorção angular,  $\eta_\epsilon$  é o fator de perda longitudinal e  $\eta_\gamma$  é o fator de perda transversal.

Lembrando-se que no capítulo 2 foi definida uma relação entre os módulos longitudinal e transversal através da expressão

$$\text{Módulo de armazenamento longitudinal: } E' = G'[2(1 + \nu)] \quad (2.6)'$$

e considerado-se um material viscoelástico homogêneo, para o qual  $\eta_\epsilon \approx \eta_\gamma = \eta$ , são os seguintes parâmetros experimentais a serem determinados de modo se estabelecerem às relações constitutivas (3.5) e (3.6) para materiais viscoelásticos:

- O fator de perda:  $\eta$ .
- O módulo de armazenamento:  $E'$  ou  $G'$ .

Os módulos de armazenamento  $E'$  e  $G'$  estão diretamente relacionados com a parcela elástica do MVE. Sendo assim, neste trabalho, algumas vezes se utilizará o termo “módulo de elasticidade” para se referir a um módulo de armazenamento. Além disso, caso não se tenha especificado a qual módulo de armazenamento se refere o termo “módulo de elasticidade”, fica subentendido que irá se referir ao módulo de armazenamento longitudinal.

### 3.3. Modelagem via o Método Golla-Hughes (GHM)

Como simplificação do modelo numérico aqui adotado, supõe-se que durante as solicitações a que estará sujeito o material viscoelásticos na estrutura, suas propriedades terão variações consideradas desprezíveis com a temperatura, ficando, portanto, dependentes apenas da frequência a que é solicitado. Mesmo com esta simplificação a representação das propriedades dependentes da frequência para materiais viscoelásticos é difícil de ser feita, principalmente no domínio do tempo. Alguns métodos são apresentados na literatura para modelagem, porém o Método Golla-Hughes (GHM) [30]

apresenta uma solução para este problema através de um modelo para módulos complexos no domínio de Laplace, a qual é muito adequada para formulações em elementos finitos, pois suas equações de movimento de segunda ordem têm coeficientes constantes e geram matrizes simétricas.

O método consiste na determinação de um sistema dinâmico, expresso no domínio do tempo, equivalente a um problema envolvendo materiais viscoelásticos modelados no domínio de Laplace. Neste sistema equivalente as matrizes de massa, rigidez e amortecimento são aumentadas por alguns Graus de Liberdade (GL) adicionais, chamados de GLs de dissipação.

Um passo importante do GHM é a escolha de uma função de dissipação  $h(s)$  e conseqüentemente da aproximação matemática do módulo complexo no domínio de Laplace. Esta é a única propriedade do material viscoelástico cuja representação matemática deve ser escolhida. No desenvolvimento do PEFAMV, bem como o GHM3D desenvolvido por Barbosa [7], adotou-se a representação usada por Biot (Tabela 3.1), empregando dois termos da série, pois segundo Golla e Hughes [30] a representação de Biot está de acordo com a teoria clássica de funções de transferência no domínio de Laplace usada no GHM. Assim,

$$h(s) = \frac{a_1 s}{s + b_1} + \frac{a_2 s}{s + b_2} \quad (3.7)$$

que também pode ser reescrita na forma:

$$h(s) = \frac{\alpha s^2 + \gamma s}{s^2 + \beta s + \delta} \quad (3.8)$$

onde  $\alpha = a_1 + a_2$ ,  $\gamma = a_1 b_2 + a_2 b_1$ ,  $\beta = b_1 + b_2$  e  $\delta = b_1 b_2$ , sendo  $(\alpha, \gamma, \beta, e \delta) > 0$ .

Desse modo, a equação que relaciona tensão-deformação no Domínio de Laplace (DL)

$$\sigma = E(s) \epsilon \quad (3.5)'$$

pode ser reescrita na forma

$$\sigma = [\epsilon + h(s)] \epsilon \quad (3.9)$$

ou ainda,

$$\sigma = \left[ \varepsilon + \frac{\alpha s^2 + \gamma s}{s^2 + \beta s + \delta} \right] \epsilon \quad (3.10)$$

Em Golla e Hughes [30] demonstra-se que para validação do método GHM é necessário considerar a restrição  $\gamma = \alpha\beta$ .

Assim, considerando-se a restrição acima, uma expressão de  $\sigma$  em função da frequência pode ser obtida fazendo-se a transformação do Domínio de Laplace (DL) para o Domínio da Frequência (DF) “ $i\omega$ ” (onde,  $i = \sqrt{-1}$ ), bastando tão somente substituir o valor de “ $s$ ” na equação (3.10) por “ $i\omega$ ”. Portanto,

$$\sigma = \left[ \varepsilon + \frac{\alpha(-\omega^2 + i\beta\omega)}{-\omega^2 + i\beta\omega + \delta} \right] \epsilon \quad (3.11)$$

e comparando-se a equação (3.2) com a (3.11) tem-se,

$$E^*(\omega) = \varepsilon + \frac{\alpha(-\omega^2 + i\beta\omega)}{-\omega^2 + i\beta\omega + \delta} \quad (3.12)$$

Sendo  $E^*(\omega)$  o módulo de elasticidade definido no DF, conforme exposto anteriormente, composto por duas parcelas, o módulo de armazenamento  $E'(\omega)$  que é a parte real e o módulo de perda  $E''(\omega)$  que é a sua parte imaginária.

Assim, como o fator de perda  $\eta(\omega)$  é a razão entre a parte imaginária e a parte real do módulo de elasticidade, pode-se então chegar às expressões de  $E'$  e  $\eta$ , para  $E^*$  escrito conforme as equações (3.2) e (3.3):

$$E'(\omega) = \varepsilon + \frac{\alpha\omega^2(\omega^2 - \delta + \beta^2)}{(\delta - \omega^2)^2 + \beta^2\omega^2} \quad (3.13)$$

e

$$\eta(\omega) = \varepsilon + \frac{\alpha\beta\omega\delta}{(\delta - \omega^2)^2 + \beta^2\omega^2} \frac{1}{E'} \quad (3.14)$$

Como exemplo de caracterização de um MVE via o GHM, tomam-se os gráficos da Figura 3.2, os quais foram obtidos através das equações (3.13) e (3.14), considerando-se o seguinte conjunto de parâmetros:  $\epsilon = 1$  MPa,  $\alpha = 5$  MPa,  $\beta = 6000$  e  $\delta = 1200000$ .

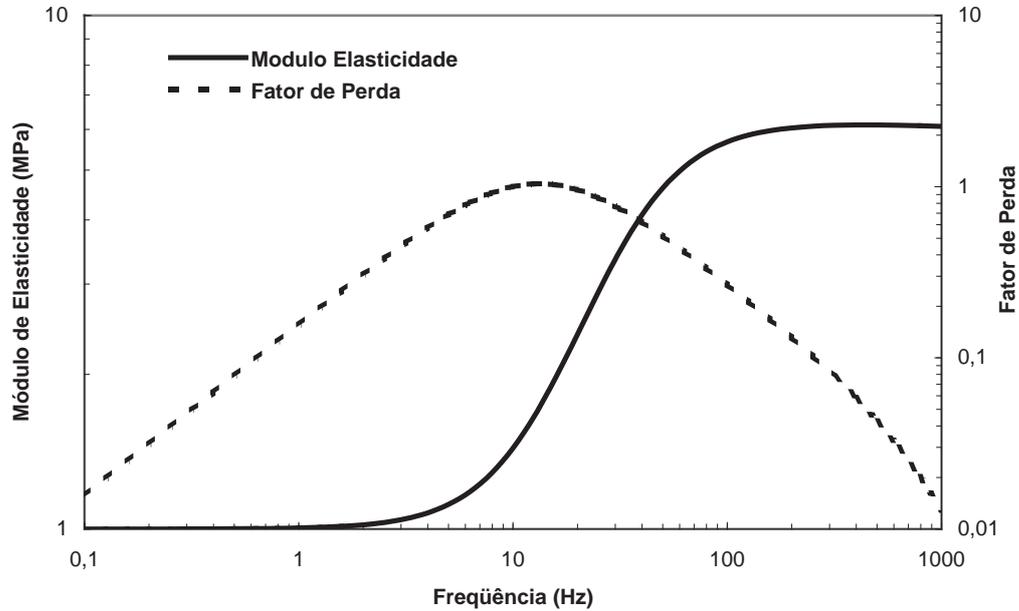


Figura 3.2. Material viscoelástico: variações de  $E'$  e  $\eta$  com a frequência.

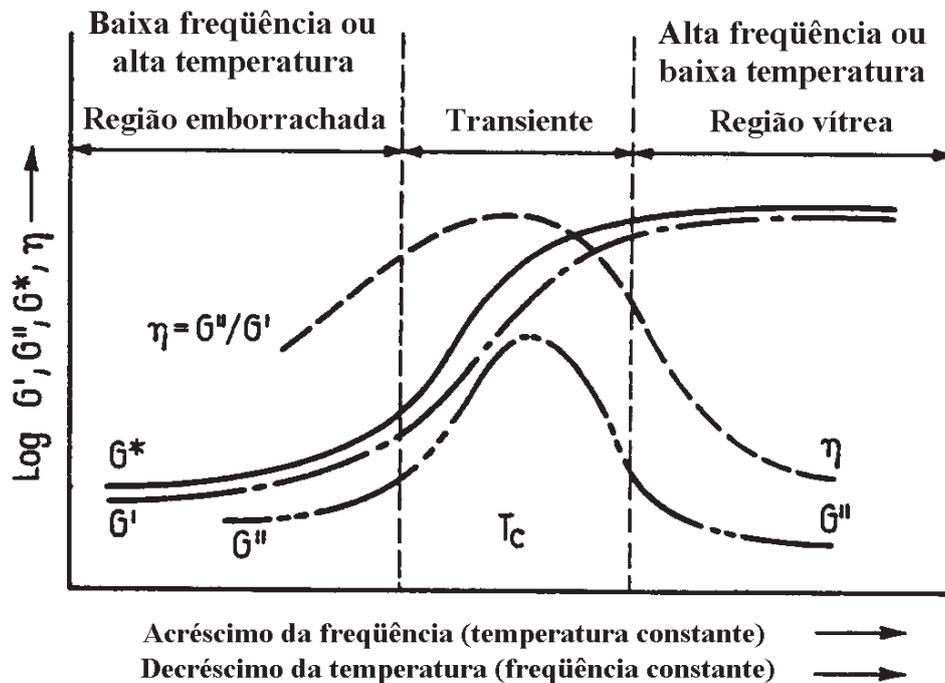


Figura 2.10. Efeitos da frequência e temperatura no módulo de armazenamento, módulo de perda, e no fator de perda de um polímero típico [38].

Os gráficos da Figura 3.2 foram também apresentados por Barbosa [7] e realmente representam curvas características para materiais viscoelásticos, como pode ser observado, comparando-se estes gráficos com aqueles apresentados anteriormente na Figura 2.10, reproduzida nesta seção. Porém, deve-se tomar cuidado, pois nem todo conjunto de parâmetros ( $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$ ) caracteriza, através das equações (3.13) e (3.14), um MVE. Para tanto, faz-se necessário ajustar esses parâmetros às curvas experimentais obtidas para um determinado MVE.

Da Figura 3.2 observa-se ainda, que o máximo valor para o fator de perda dá-se próximo à frequência de 15 Hz, como esta característica do material viscoelástico está diretamente ligada à taxa de amortecimento, tem-se que para uma estrutura com um material viscoelástico, com as características mostradas na Figura 3.2, maior será a dissipação de energia de vibração quanto mais próximas estiverem as suas frequências naturais desse valor. Para aumentar o fator de perda na região próximo a frequência de 15 Hz, pode-se alterar os parâmetros que caracterizam o material via GHM. Como exemplo, dois materiais com características semelhantes ao original foram obtidos alterando os parâmetros  $\varepsilon$  e  $\alpha$ , o primeiro, denominado modificado 1 com  $\varepsilon = 0,8$  MPa e  $\alpha = 6$  MPa, e o segundo denominado modificado 2 com  $\varepsilon = 0,7$  MPa,  $\alpha = 7$  MPa.

A Figura 3.3 mostra um comparativo destes dois materiais com o material original mostrado na Figura 3.2, com os respectivos picos máximos para o fator de perda.

Vale salientar que apesar do valor máximo do fator de perda para o material viscoelástico modificado 2 ser aproximadamente 50% maior do que o valor obtido para o original, não significa dizer que a estrutura composta com o material modificado 2 terá um desempenho na mesma proporção, isto porque vários fatores influenciam no desempenho global, como espessura da camada viscoelástica utilizada, camada restritora, etc. Estes casos serão analisados no Capítulo 5.

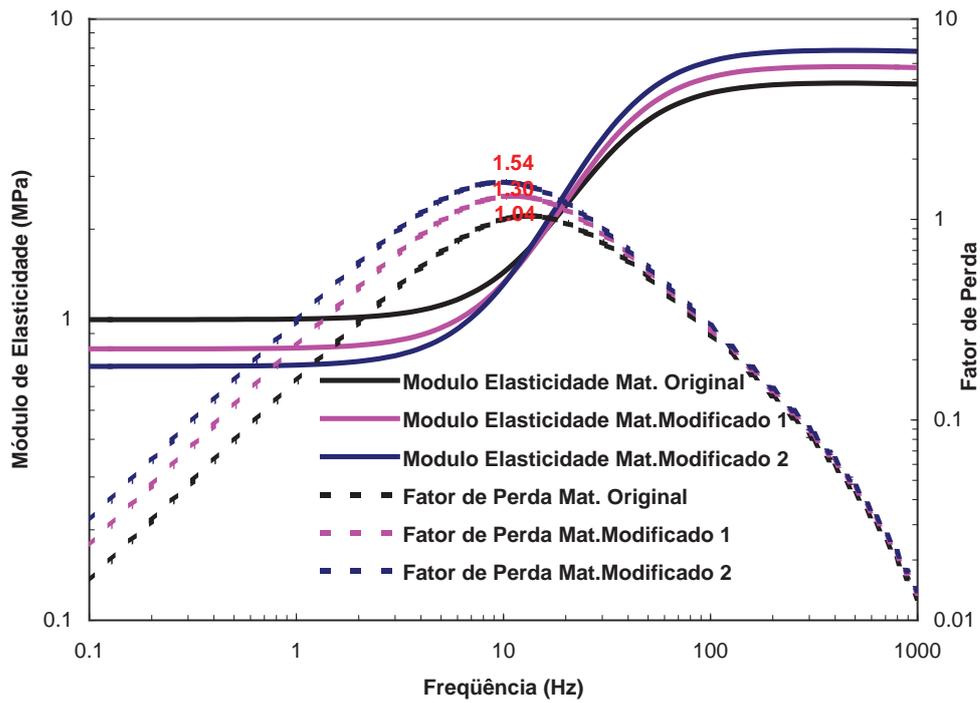


Figura 3.3. Materiais viscoelásticos: variações de  $E'$  e  $\eta$  com a frequência.

# Capítulo 4

## Modelagem Numérica do Sistema Estrutural com MVE

### 4.1. Introdução

O PEFAMV (Programa em Elementos Finitos com Atenuadores de Mecanismo Viscoelástico) está baseado no Método dos Elementos Finitos e no seu desenvolvimento utilizou-se como ponto de partida o programa GHM3D apresentado por Barbosa [7]. Muito embora preserve a base da modelagem para MVE, o PEFAMV difere de forma significativa do GHM3D, por ter uma estrutura totalmente diferente e empregar na modelagem de materiais elásticos elementos de pórtico, placas e cascas. O GHM3D utiliza somente elementos hexaédricos lineares, o que introduz algumas limitações para análise dos modelos elásticos; tais limitações são observadas nos exemplos apresentados no Capítulo 5. A seguir é feita uma descrição dos elementos empregados pelo PEFAMV, bem como a forma em que o programa está estruturado. Além disso, apresenta-se uma extensão da formulação de Golla-Hughes [30] por meio de superposição modal com amortecimento ponderado.

### 4.2. Elementos Elásticos

Para este trabalho consideram-se elementos elásticos aqueles para os quais as suas propriedades são constantes no domínio do tempo e da frequência, e que obedecem a Lei de Hooke (tensão proporcional à deformação).

Como a montagem das matrizes de rigidez e de massa para elementos elásticos é amplamente conhecida através da literatura [51,52,53], faz-se neste item um resumo dos elementos empregados pelo PEFAMV.

### 4.2.1. Elemento de Pórtico Espacial

Neste trabalho, entende-se por elemento pórtico espacial, o elemento tridimensional definido por dois pontos nodais, com seis graus de liberdade em cada nó (três deslocamentos e três rotações) e cujo comprimento ( $L$ ) é relativamente maior do que as dimensões da sua seção transversal ( $A$ ), conforme observado na Figura 4.1.

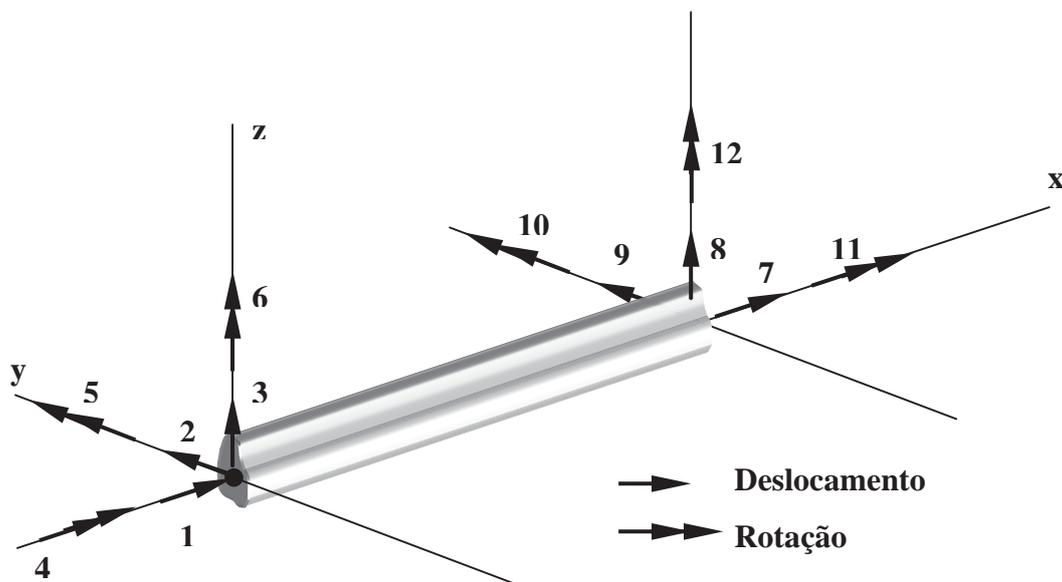


Figura 4.1. Elemento de pórtico espacial com seus respectivos graus de liberdade.

A matriz de rigidez do elemento em questão, de dimensão  $12 \times 12$ , empregada pelo PEFAMV, está definida na expressão (4.1). O desenvolvimento teórico para obtenção desta matriz pode ser encontrado em Vasconcelos [6].

Com relação a matriz de massa, optou-se pelo empregado de uma matriz de massa discreta, a qual é definida por uma matriz diagonal de dimensão  $12 \times 12$ , de acordo com a expressão (4.2). A opção por uma matriz de massa discreta está no fato de que esta ocupa menos espaço de memória do que seria necessário caso fosse utilizado uma matriz de massa consistente.

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{12EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$[M] = \text{diagonal} \left[ \frac{\mu}{2}, \frac{\mu}{2}, \frac{\mu}{2}, \frac{\rho LI_x}{2}, \frac{\mu L^2}{12}, \frac{\mu L^2}{12}, \frac{\mu}{2}, \frac{\mu}{2}, \frac{\mu}{2}, \frac{\rho LI_x}{2}, \frac{\mu L^2}{12}, \frac{\mu L^2}{12} \right] \quad (4.2)$$

onde,  $\mu = \rho AL$ , sendo  $\rho$  a sua massa específica (massa por unidade de volume).

## 4.2.2. Elemento de Placa

Um elemento de placa pode ser definido como um elemento plano cuja superfície é relativamente maior do que sua espessura, capaz de suportar a ação de forças normais ao seu plano médio, e de momentos nele contidos.

Dois tipos de elementos de placa são utilizados pelo PEFAMV, o primeiro elemento é do tipo triangular com três nós e o segundo do tipo retangular com quatro nós, ambos serão descritos com mais detalhes a seguir.

### 4.2.2.1. Elemento Triangular DKT

O elemento triangular de placa empregado no presente trabalho é correntemente denominado de DKT, Triângulo Discreto de Kirchoff (do inglês Discrete Kirchoff Triangle). Conforme a própria denominação já diz, este elemento está baseado na teoria de Kirchoff para placas finas e foi incluído no desenvolvimento do PEFAMV em virtude da necessidade de uma malha mais refinada para modelagem do tabuleiro central da Ponte Rio-Niterói, cuja análise será apresentada no capítulo 6.

O elemento DKT aqui empregado possui três nós, com três graus de liberdade por nós, duas rotações e um deslocamento vertical, totalizando-se nove graus de liberdade, conforme observado na Figura 4.2.

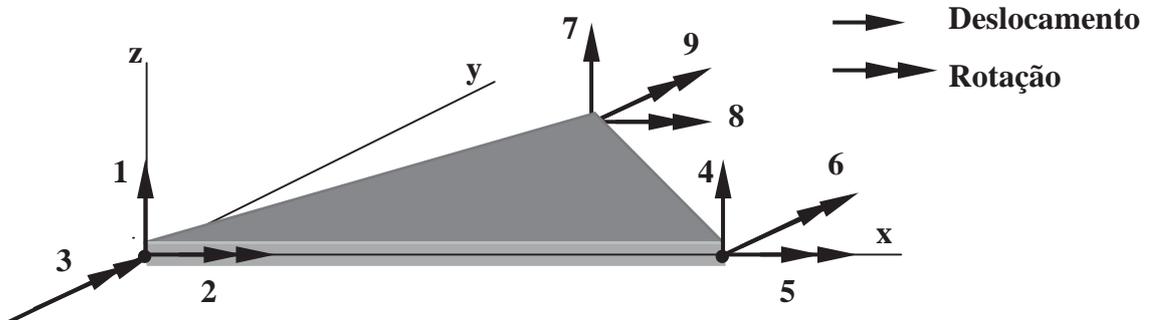


Figura 4.2. Elemento de placa triangular com seus respectivos graus de liberdade.

A matriz de rigidez para este elemento é montada a partir de uma subrotina escrita em Fortran apresentada por Cook [52], a qual emprega uma expressão explícita, sem integração numérica, definida por Batoz [54]. A expressão e a subrotina são apresentadas detalhadamente no Apêndice A.

Para se obter um elemento de placa mais geral, considerando tanto o efeito de flexão quanto o resultante do estado plano de tensões, foi acoplado a este um elemento triangular de membrana, composto por três nós, com dois graus de liberdade por nós, sendo estes dois deslocamentos, num total de seis graus de liberdade, ver Figura 4.3.

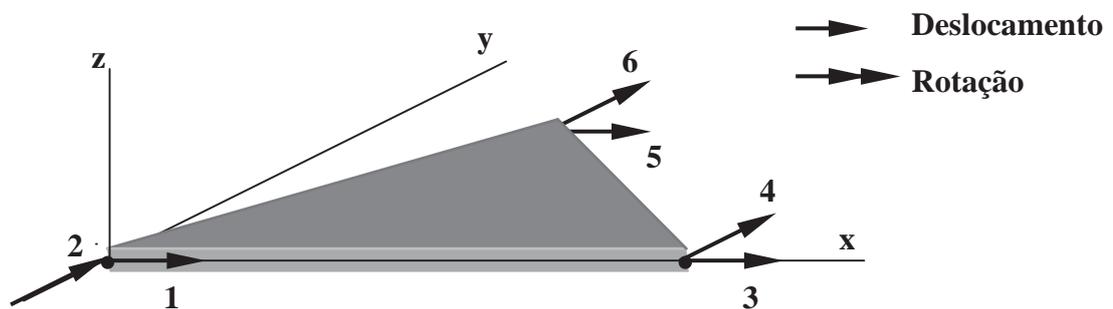


Figura 4.3. Elemento de membrana triangular com seus respectivos graus de liberdade.

A matriz de rigidez do elemento de membrana triangular é montada por integração numérica, e o desenvolvimento para isto pode ser encontrado em Cook [52] ou Zienkiewicz [53], não sendo apresentado neste texto. Vale salientar que foi acrescentada uma rigidez fictícia de rotação segundo a direção z em cada um dos nós. Isto em virtude de compatibilizar este elemento com o de pórtico espacial, o qual possui seis graus de liberdade por nó. Adotou-se um valor para esta rigidez da ordem  $10^{-10}$  o menor valor encontrado entre todas as rigidezes, tanto do elemento de placa, quanto do elemento de membrana.

Assim, a matriz de rigidez do elemento de placa triangular, com efeito de membrana, passa a ter dimensão 18 x 18 elementos.

Por sua vez, a matriz diagonal de massa concentrada do elemento triangular, considerando-se placa e efeito de membrana, é definida pela expressão (4.3).

$$[M] = \text{diagonal} \left[ \underbrace{\frac{\mu}{3}, \frac{\mu}{3}, \frac{\mu}{3}}_{3\text{Vezes}}, \chi, \chi, \chi \right] \quad (4.3)$$

onde:  $\mu = \rho Ah$ , é a massa de translação do elemento; sendo A a área e h a espessura da placa;  $\rho$  a sua massa específica (massa por unidade de volume) e  $\chi$  um valor fictício para a massa rotacional elementar, adotando-se, para este trabalho, um valor muito pequeno em relação à massa de translação elementar ( $\mu$ ), algo como  $\chi = \mu \cdot 10^{-10}$ .

#### 4.2.2.2. Elemento Retangular Reissner-Mindlin

Os elementos de placa retangular utilizados no presente trabalho são aqueles derivados da teoria de Reissner-Mindlin, que leva em consideração as deformações transversais devido ao cisalhamento. Como os elementos derivados desta teoria não apresentam bons resultados no caso de placas de pequena espessura, uma vez que representam a estrutura de forma demasiadamente rígida, fenômeno conhecido como trancamento por cortante, adota-se no presente texto a Técnica de Integração Seletiva Reduzida. Esta técnica consiste em estimar a energia de deformação de flexão e de cisalhamento através de uma integração numérica, utilizando um número reduzido de pontos de integração [52,55].

A matriz de rigidez montada a partir desta técnica, para um elemento retangular de quatro nós, com graus de liberdade definidos de acordo com o mostrado na Figura 4.4., possui dimensão de 12 x 12 elementos. Os detalhes para montagem desta matriz podem ser visto em Vasconcelos [6].

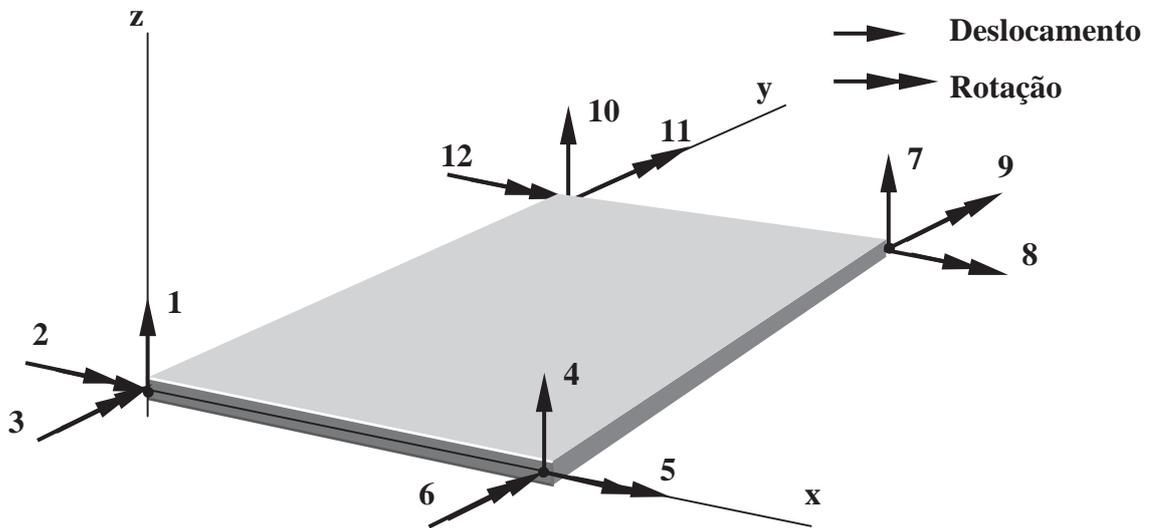


Figura 4.4. Elemento de placa retangular com seus respectivos graus de liberdade.

Do mesmo modo que no elemento triangular de placa, neste elemento retangular, também foi acoplado um elemento de membrana. O elemento de membrana, para este caso, empregou-se um do tipo retangular, com graus de liberdade de acordo com a Figura 4.5.

Novamente, como no caso anterior do elemento triangular, também para este caso adicionou-se uma rigidez fictícia de rotação segundo a direção z para cada nó, de modo a compatibilizar os graus de liberdade deste elemento com os de elemento pórtico espacial. O valor desta rigidez é obtido de forma semelhante a aquele obtido pelo elemento triangular. Desta forma, a matriz do elemento placa retangular, incluindo o efeito de membrana, possui dimensão de 24 x 24 elementos.

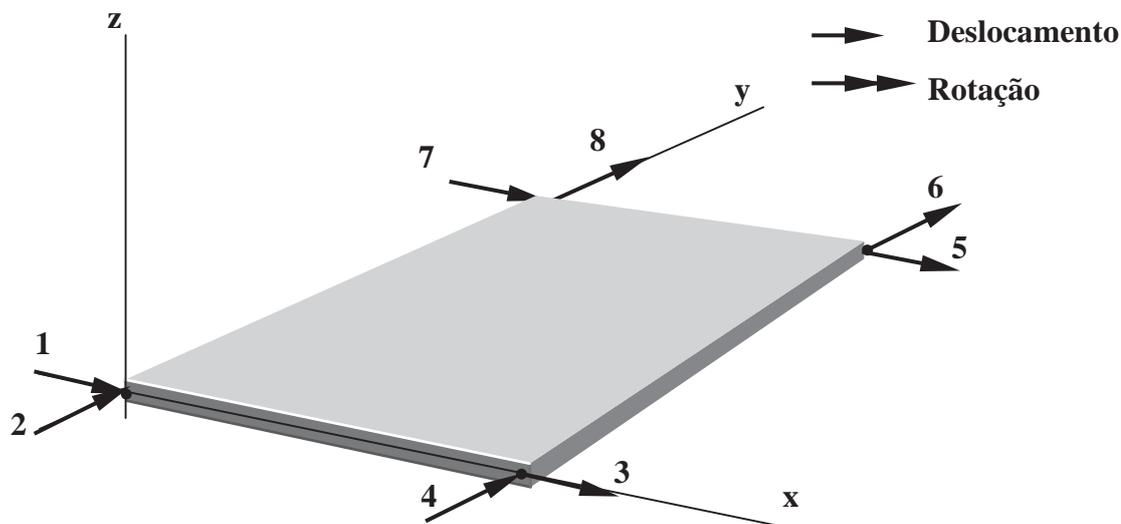


Figura 4.5. Elemento de membrana retangular com seus respectivos graus de liberdade.

Para montagem da matriz de massa concentrada optou-se pelo emprego do esquema HRZ. Segundo Cook [52] o esquema HRZ é um método efetivo para produzir uma matriz de massa diagonal, e pode ser recomendado para elementos arbitrários. A idéia deste método é utilizar somente os termos da diagonal da matriz de massa consistente, com cada um deles multiplicados por um fator, de modo que a massa total do elemento seja preservada. Especificamente, o procedimento é o seguinte:

1. Determinam-se somente os coeficientes da matriz de massa consistente.
2. Calcula-se a massa total do elemento,  $\mu$ .
3. Calcula-se, então, o número  $s$ , através da soma dos coeficientes da diagonal associados com os graus de liberdade de translação (sem componentes rotacional, se houver) que são mutuamente paralelos, ou seja, na mesma direção.
4. Multiplica-se todos os coeficientes da diagonal por um fator  $\mu/s$ , de modo a preservar a massa total do elemento.

A partir das matrizes de massa consistente para os elementos de placa e membrana (Vasconcelos [6]) e empregando-se o esquema HRZ, de acordo com os passos descritos anteriormente, pode-se definir a matriz de massa concentrada de um elemento de placa,

considerando-se o efeito de membrana, através da expressão (4.4). Os detalhes deste procedimento serão apresentados no final do texto, Apêndice A.

$$[M] = \text{diagonal} \left[ \frac{\mu}{4}, \frac{\mu}{4}, \frac{\mu}{4}, \underbrace{\frac{10 \cdot \mu \cdot a^2}{1727}, \frac{10 \cdot \mu \cdot b^2}{1727}}_{4 \text{ Vezes}}, \chi \right] \quad (4.4)$$

sendo  $\mu = \rho Ah$ , a massa do elemento de placa retangular de dimensões laterais  $a$  e  $b$ ;  $h$  a espessura;  $A = a \cdot b$  e  $\chi = \mu \cdot 10^{-10}$ .

### 4.2.3. Elemento de Casca

O elemento de casca empregado pelo PEFAMV não apresenta nenhuma formulação especial, na verdade trata-se do mesmo elemento de placa, com efeito de membrana, sendo, porém, utilizada matriz de rotação para a montagem das matrizes globais da estrutura (rigidez, massa e amortecimento).

Até aqui foi mostrado de que forma são montadas as matrizes de rigidez e de massa para todo os elementos elásticos empregados pelo PEFAMV. A matriz de amortecimento, por ser definida da mesma forma para todos os elementos elásticos, tem os detalhes de sua montagem mostrados na próxima seção.

### 4.2.4. Matriz de Amortecimento

Para montagem da matriz de amortecimento de cada elemento levou-se em consideração que o amortecimento em problemas estruturais é geralmente muito pequeno, podendo ser idealizado como viscoso, proporcional à velocidade, a despeito dos mecanismos reais de amortecimento. Sendo assim, existem dois mecanismos para incluir amortecimento viscoso no método dos elementos finitos [52]: amortecimento proporcional e amortecimento modal.

O primeiro tipo é o empregado, uma vez que, o PEFAMV utiliza para solução da equação de movimento um método de integração direta, o qual será visto posteriormente em mais detalhe.

O amortecimento proporcional, também chamado de amortecimento de Rayleigh, define a matriz de amortecimento na forma arbitrária e não-física:

$$[C] = a_0[M] + a_1[K] \quad (4.5)$$

O significado desta definição, em termos da taxa de amortecimento  $\xi$ , é mostrado na Figura 4.6, reproduzida da referência [44].

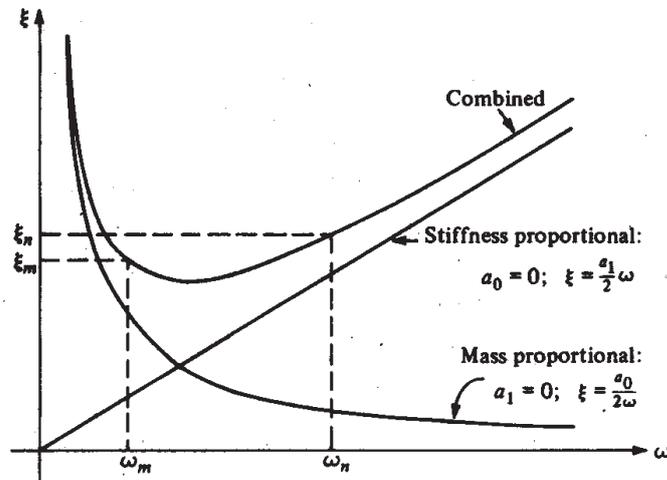


Figura 4.6. Relações entre taxa de amortecimento e frequência para amortecimento de Rayleigh [44].

Da Figura 4.6 observa-se que para valores nos quais  $a_0 = 0$ , a matriz de amortecimento  $[C]$  é dependente somente da matriz de rigidez  $[K]$ , e geralmente o amortecimento é dito proporcional a rigidez. O segundo caso particular acontece quando  $a_1 = 0$ , a matriz de amortecimento  $[C]$  é obtida através apenas da matriz de massa  $[M]$ , e o amortecimento é dito proporcional a massa. No caso mais geral,  $a_0 \neq a_1 \neq 0$ , o amortecimento tem contribuição tanto da matriz de massa  $[M]$  quanto da de rigidez  $[K]$ , e o amortecimento é dito “proporcional a massa e a rigidez”. Em todos os casos, definem-se os valores de  $\omega_m$ ,  $\omega_n$ ,  $\xi_m$  e  $\xi_n$  e resolvendo-se as duas equações simultâneas

$$\xi_m = \frac{a_0}{2\omega_m} + \frac{a_1\omega_m}{2} \quad \xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1\omega_n}{2} \quad (4.6)$$

para  $a_0$  e  $a_1$ , a matriz de amortecimento  $[C]$  fica definida, através da equação (4.6), em termos das matrizes de massa  $[M]$  e rigidez  $[K]$ . Com esta definição de  $[C]$ , pode-se aceitar que a curva entre os pontos “m” e “n” representa de forma satisfatória o amortecimento na faixa de frequência de interesse,  $\omega_m < \omega < \omega_n$ . Enquanto esta

representação pode ser aceitável, ela não é fisicamente correta, porque para  $\omega = 0$  o amortecimento torna-se infinito. Observa-se, também, através do gráfico, que para modos de vibração com frequências naturais mais baixas a forma  $[C] = a_0[M]$  é a dominante, enquanto para modos de vibração com frequências mais altas a forma  $[C] = a_1[K]$  é a que predomina.

### 4.3. Elementos Viscoelásticos

Os elementos viscoelásticos serão definidos neste trabalho como aqueles para os quais as propriedades são variáveis no domínio do tempo e da frequência. Empregando-se para tanto a modelagem numérica via GHM definida no Capítulo 3. O GHM consiste na determinação de um sistema dinâmico, expresso no domínio do tempo, equivalente a um problema envolvendo materiais viscoelásticos modelados no domínio de Laplace. Neste sistema equivalente as matrizes de massa, rigidez e amortecimento são aumentadas por alguns Graus de Liberdade (GL) adicionais, chamados de GLs de dissipação [7]. Segue-se a formulação para montagem das matrizes de massa, rigidez e amortecimento referente a estes elementos.

#### 4.3.1. Formulação para um Grau de Liberdade

Partindo-se da equação diferencial de movimento para um grau de liberdade (GL) no domínio de Laplace

$$\{ s^2M + [\varepsilon + h(s)] K \} q(s) = F(s) \quad (4.7)$$

na qual são requeridas condições iniciais nulas, procura-se determinar sua transformada inversa e expressar a equação acima no domínio do tempo, sendo  $M$  a massa do sistema,  $K$  a rigidez do sistema não incluindo o fator relativo ao módulo de elasticidade,  $h(s)$  a função dissipativa definida na equação (3.8) reproduzida abaixo,

$$h(s) = \frac{\alpha s^2 + \gamma s}{s^2 + \beta s + \delta} \quad (3.8)'$$

$F(s)$  a força de excitação e  $q(s)$  o GL do sistema.

Para que este objetivo seja atingido deve-se determinar a Transformada Inversa de Laplace ( $L^{-1}$ ) de cada termo presente na equação (4.7). Com exceção do termo  $h(s)q(s)$ , os outros termos possuem  $L^{-1}$  bem simples.

O GHM, ao invés de buscar a  $L^{-1}[h(s)q(s)]$  de uma forma clássica, admite que existe  $H = L^{-1}[h(s)q(s)]$  e que pode ser escrita em termos de matrizes simétricas na forma:

$$\begin{bmatrix} M & m \\ m & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} D & d \\ d & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \delta \begin{bmatrix} K & k \\ k & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

onde  $M, D, K, m, d$  e  $k$  são incógnitas e  $z$  é um GL adicional.

Conforme dito anteriormente, em Golla e Hughes [30] verifica-se a veracidade desta equação matricial, e chega-se a conclusão que a mesma é válida desde que seja obedecida a restrição  $\gamma = \alpha\beta$ . Barbosa [7] seguindo os mesmos passos determinou uma expressão para  $H$ , a qual substituindo na equação (4.8) e após alguns agrupamentos matriciais e a omissão da variável ( $t$ ), obteve no domínio do tempo a equação:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & \alpha/\delta K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\hat{z}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha\beta/\delta K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\hat{z}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (\varepsilon + \alpha)K & \alpha K \\ \alpha K & \alpha K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \hat{z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

onde  $\hat{z} = z\sqrt{\alpha/\beta}$ .

A variável  $\hat{z}$  é chamada de variável de dissipação e uma interpretação para a mesma pode ser feita através de uma ilustração de um modelo mecânico associado, conforme a Figura 4.7, onde esta variável aparece como um deslocamento de um oscilador amortecido atuando em paralelo com a mola principal. Entretanto, esta analogia mecânica não deve ser interpretada literalmente, pois o GL adicional não tem qualquer significado físico definido. Além disso, este modelo está de acordo com o modelo básico mostrado na Figura 3.1 (c), representando, portanto, uma modelagem das características de um MVE e ratificando que a associação de molas e amortecedores viscosos pode simular o comportamento dinâmico deste tipo de material.

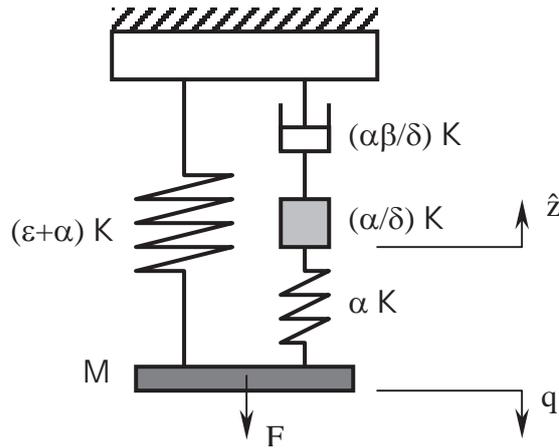


Figura 4.7. Interpretação do GHM para 1 GL.

### 4.3.2. Formulação para vários Graus de Liberdade

Considerando-se agora, um modelo estrutural com “n” graus de liberdade:

$$\{ s^2 \mathbf{M}^e + [\varepsilon + h(s)] \mathbf{K}^e \} \mathbf{q}(s) = \mathbf{F}(s) \quad (4.10)$$

onde  $\mathbf{M}^e$  e  $\mathbf{K}^e$  são, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez relativas a um elemento de comportamento elástico, onde os termos da matriz  $\mathbf{K}^e$  não contêm como fator o módulo de elasticidade, e  $h(s)$  a função dissipação definida na equação (3.8) com a restrição  $\gamma = \alpha\beta$ .

De forma análoga ao caso de um GL, considerando-se agora “n” GLs, têm-se;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha/\delta \mathbf{K}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha\beta/\delta \mathbf{K}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \hat{\mathbf{z}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (\varepsilon + \alpha)\mathbf{K}^e & \alpha\mathbf{K}^e \\ \alpha\mathbf{K}^e & \alpha\mathbf{K}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \hat{\mathbf{z}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

Onde a Matriz  $\mathbf{K}^e$  inclui modos relativos a movimentos de corpo rígido (seis para um elemento tridimensional). Desse modo a equação acima deve ser modificada para evitar a inclusão de forças de amortecimento associadas a movimentos de corpo rígido. Para tanto, fatora-se  $\mathbf{K}^e$  segundo sua decomposição espectral:

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{R}_e \mathbf{\Lambda} \mathbf{R}_e^T \quad (4.12)$$

onde:

$\mathbf{R}_e = [\mathbf{R}_r, \mathbf{R}_f]$  é a matriz cujas colunas são os autovetores de  $\mathbf{K}^e$  associados com os modos de corpo rígido ( $\mathbf{R}_r$ ) e os autovetores associados com os modos do elemento flexível ( $\mathbf{R}_f$ ).

$\Lambda =$  diagonal  $[\mathbf{0}, \Lambda_f]$  é uma matriz diagonal com os autovalores de  $\mathbf{K}^e$  associados com os modos de corpo rígido ( $\mathbf{0}$  – matriz de elementos nulos) e os autovalores associados com os modos do elemento flexível ( $\Lambda_f$ ).

Definindo-se

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_f \Lambda_f^{1/2} \quad (4.13)$$

e fazendo-se a substituição

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{R}\mathbf{z} \quad (4.14)$$

a qual efetivamente elimina as coordenadas de dissipação associadas aos modos de corpo rígido, chega-se finalmente a equação:

$$\mathbf{M}^v \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{Bmatrix} + \mathbf{C}^v \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{Bmatrix} + \mathbf{K}^v \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

onde:

$$\mathbf{M}^v = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha / \delta \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{C}^v = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha\beta / \delta \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{K}^v = \begin{bmatrix} (\varepsilon + \alpha)\mathbf{K}^e & \alpha\mathbf{R} \\ \alpha\mathbf{R}^T & \alpha\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$\mathbf{I}$  = Matriz identidade.

Portanto, para elementos viscoelásticos com mais de um GL modelados via o GHM as matrizes de rigidez, amortecimento e massa são definidas pelas expressões (4.16), (4.17) e (4.18) respectivamente, considerando-se a função dissipação  $h(s)$

definida pela equação (3.8). Em alguns casos, porém, as características dinâmicas de um determinado MVE não são suficientemente bem modeladas quando se emprega uma função dissipação na forma definida pela equação (3.8). Assim, para estes casos, pode-se utilizar uma função dissipação, também definida por Golla e Hughes [30], na forma:

$$h(s) = \sum_{l=1}^M \frac{\alpha_l (s^2 + \beta_l s)}{s^2 + \beta_l s + \delta_l} \quad (4.19)$$

onde “M” é o número de termos da expressão. Deve-se salientar que a equação (4.19) é análoga a (3.8), contudo, já se considera a restrição  $\gamma = \alpha\beta$ . Acrescenta-se ainda, que a equação (3.8), com a referida restrição, conduz a um caso particular da equação (4.19), quando se utiliza somente um termo desta equação, ou seja,  $M = 1$ .

Portanto, considerando-se esta nova função dissipação, as matrizes para elementos viscoelásticos definidas pelas expressões (4.16) a (4.18), assumem a forma:

$$\mathbf{M}^v = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^e & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \alpha_1 / \delta_1 \mathbf{I} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \alpha_M / \delta_M \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{C}^v = \begin{bmatrix} 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \alpha_1 \beta_1 / \delta_1 \mathbf{I} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \alpha_M \beta_M / \delta_M \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{K}^v = \begin{bmatrix} (\varepsilon + \sum_{l=1}^M \alpha_l) \mathbf{K}^e & \alpha_1 \mathbf{R} & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_M \mathbf{R} \\ \alpha_1 \mathbf{R}^T & \alpha_1 \mathbf{I} & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \alpha_M \mathbf{R}^T & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \alpha_M \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

### 4.3.3. Matrizes para Elementos Hexaédricos

Neste item serão obtidas as matrizes viscoelásticas considerando-se um elemento hexaédrico linear de oito nós conforme a Figura 4.8, inicialmente para uma função dissipação com apenas um termo ( $M = 1$ ). Somente este elemento é empregado na modelagem de MVEs pelo PEFAMV.

Considerando-se que o elemento em questão possui vinte e quatro graus de liberdade com seis movimentos possíveis de corpo rígido (três translações e três rotações) e que a modelagem via o GHM cria, para uma função dissipação com um termo (eq. (3.8)), um grau dissipador para cada grau de liberdade físico, as matrizes viscoelásticas para este elemento devem possuir a seguinte dimensão:

$$\text{Dim} = 2 * 24 - 6 = 42.$$

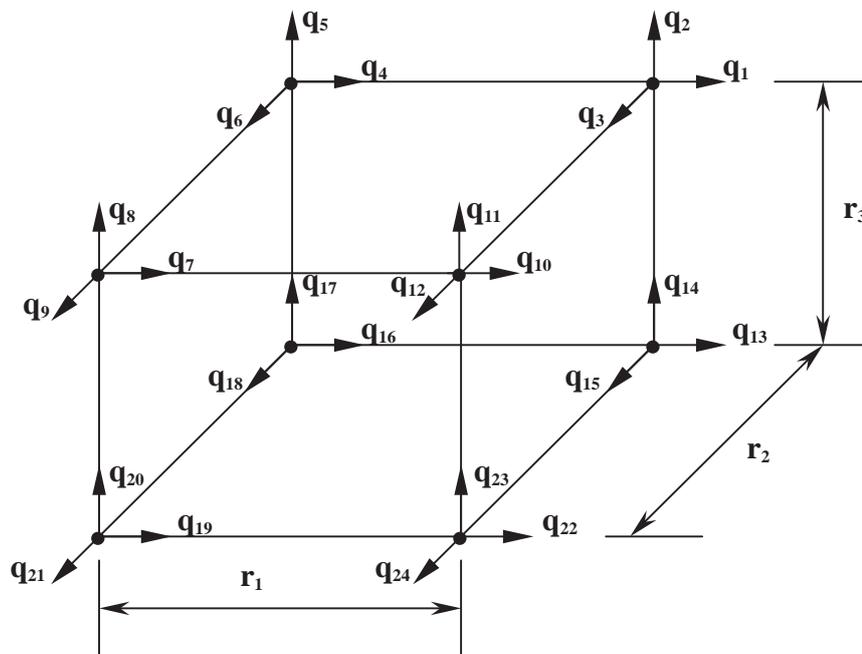


Figura 4.8. Elemento hexaédrico linear de oito nós.

Observando-se as expressões (4.16) e (4.17), e levando-se em conta às considerações anteriores, tem-se que as matrizes de massa e amortecimento para o elemento em questão assumem a forma:

$$\mathbf{M}^v = \text{diagonal} \left[ \underbrace{\frac{\mu}{8}, \frac{\mu}{8}, \dots, \frac{\mu}{8}}_{24 \text{ vezes}}, \underbrace{\alpha/\delta, \alpha/\delta, \dots, \alpha/\delta}_{18 \text{ vezes}} \right] \quad (4.23)$$

$$\mathbf{C}^v = \text{diagonal} \left[ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{24 \text{ vezes}}, \underbrace{\alpha\beta/\delta, \alpha\beta/\delta, \dots, \alpha\beta/\delta}_{18 \text{ vezes}} \right] \quad (4.24)$$

onde,  $\mu = \rho V$ , sendo  $V$  o volume do elemento e  $\rho$  a sua massa específica (massa por unidade de volume).

Por sua vez, a matriz de rigidez  $\mathbf{K}^v$  exige um desenvolvimento algébrico mais elaborado e complexo, em face do grande número de graus de liberdades envolvidos, dificultando uma solução algébrica dos autovalores e autovetores de  $\mathbf{K}^v$ .

Sendo assim, optou-se pela determinação da matriz  $\mathbf{K}^v$  de forma numérica, para tanto, utiliza-se no presente trabalho o método de Jacobi na solução do problema de autovalor, fazendo-se em seguida as devidas substituições na expressão (4.18). Barbosa [7] em sua tese de doutorado apresenta um exemplo de uma matriz de rigidez de um elemento viscoelástico hexaédrico montada através desse processo numérico.

Salienta-se que as matrizes para o elemento hexaédrico linear em questão foram obtidas através da equação (3.8). Como foi dito na seção 4.3.2, em alguns casos quando se emprega esta equação as características de um determinado MVE não são modeladas de modo eficiente, como por exemplo, com MVE empregado na análise do exemplo da seção 5.5.1, para estes casos, lança-se mão de uma função dissipação do tipo definida na equação (4.19) e as matrizes passam a serem definidas através das expressões (4.20) a (4.22). Para o MVE da seção 5.5.1, empregou-se 18 termos ( $M=18$ ), e levando-se em consideração à dimensão das matrizes do elemento hexaédrico definida anteriormente, adotou-se para cada matriz elementar a forma simplificada:

$$\mathbf{M}^v = \text{diagonal} \left[ \underbrace{\mu, \mu, \dots, \mu}_{24 \text{ vezes}}, \frac{\alpha_1}{\delta_1}, \dots, \frac{\alpha_M}{\delta_M} \right] \quad (4.25)$$

$$\mathbf{C}^v = \text{diagonal} \left[ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{24 \text{ vezes}}, \frac{\alpha_1 \beta_1}{\delta_1}, \dots, \frac{\alpha_M \beta_M}{\delta_M} \right] \quad (4.26)$$

$$\mathbf{K}^v = \begin{bmatrix} (\varepsilon + \sum_{I=1}^M \alpha_I) \mathbf{K}^e & \alpha_1 \mathbf{R}_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_M \mathbf{R}_M \\ \alpha_1 \mathbf{R}_1^T & \alpha_1 & 0 & & & 0 \\ \cdot & 0 & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & 0 \\ \alpha_M \mathbf{R}_M^T & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \alpha_M \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

onde  $\mathbf{R}_M$  é “m-ésima” coluna da matriz  $\mathbf{R}$ .

Esta forma simplificada foi adotada em face do tamanho que teriam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, caso fossem utilizadas as equações (4.20) a (4.22). Tomando-se como exemplo, a matriz de rigidez definida pela equação (4.22) e observando-se que a  $\dim(\mathbf{R}) = 18 \times 18$ , teríamos para  $\mathbf{K}^v$ , considerando  $M = 18$  termos, a dimensão:

$$\text{Dim}(\mathbf{K}^v) = [24 + (18 \times 18)] \times [24 + (18 \times 18)] = 348 \times 348$$

Nota-se, portanto, através da dimensão de  $\mathbf{K}^v$ , que a utilização das matrizes definidas pelas equações (4.20) a (4.22) tornaria a análise extremamente onerosa do ponto de vista computacional. Sendo assim, ao invés de cada coeficiente do parâmetro  $\alpha$  multiplicar todos os elementos de  $\mathbf{R}$ , optou-se por multiplicar cada um deles pela coluna de índice correspondente de  $\mathbf{R}$ . Logo, multiplica-se o coeficiente  $\alpha_1$  pela primeira coluna de  $\mathbf{R}$ ,  $\alpha_2$  pela segunda coluna, e assim sucessivamente até o m-ésimo coeficiente de  $\alpha$ . Considerando-se que são utilizados  $M = 18$  termos, a dimensão de  $\mathbf{K}^v$  é a mesma daquela definida pela equação (4.18) quando é empregado apenas um termo da função dissipação. Conclusões análogas são obtidas para as matrizes de massa e amortecimento.

Como cada coluna de  $\mathbf{R}$  representa um modo de vibração e como cada valor  $\alpha$  pode ser visto como um fator de ponderação para os graus relativos ao amortecimento, neste trabalho adota-se a expressão **superposição modal com amortecimento ponderado** para esta simplificação.

Deve-se salientar que a técnica apresentada acima tem a sua validação através dos resultados obtidos na análise com a placa sanduíche que será apresentada na seção 5.5.1. A validação com base na matemática está além do escopo deste trabalho.

Assim, implementou-se o elemento hexaédrico linear empregando as matrizes elementares definidas pelas expressões (4.16) a (4.18), quando a função dissipação é definida por um único termo, equação (3.8); e pelas expressões (4.25) a (4.27) quando da utilização de dezoito termos ( $M = 18$ ) na equação (4.19).

## 4.4. Implementação Computacional do PEFAMV

O PEFAMV utiliza a linguagem FORTRAN e foi desenvolvido para análise de estruturas que utilizem MVE empregando para isso os elementos elásticos e viscoelástico definidos nas seções 4.2 e 4.3. De um modo geral compreende quatro blocos de programas, os quais são definidos a seguir:

- Gera malha.for: Programa que gera as malhas e o arquivo de dados para análise executada pelos demais programas.
- PEFAMV.for: É o programa propriamente dito. Com o arquivo de dados fornecido pelo Gera malha.for monta as matrizes elementares e as globais da estrutura e faz análise no domínio do tempo, empregando para isso integração numérica direta através do método de Newmark [51]. Gera vários arquivos de saída entre os quais os que serão utilizados pelo Gera FFT.for para análise do problema no domínio da frequência.
- Frequências.for: Este programa, a partir do mesmo arquivo de dados empregado pelo o PEFAMV calcula as frequências e os modos de vibração da estrutura analisada. As frequências e os respectivos modos são determinados através da subrotina SSPACE.for [51], que é uma implementação do método do subespaço para o cálculo dos autovalores e autovetores do problema. Um arquivo gerado por este programa é empregado pelo View-3D [57], que é um visualizador de malhas desenvolvido na COPPE/UFRJ. Desse modo é possível observar as formas modais para cada frequência calculada pelo Frequências.for.
- Gera FFT.for: É um programa que determina, a partir de arquivos gerados pelo PEFAMV, a resposta do problema analisado no domínio da frequência, em termos do **módulo do auto-espectro** – cuja unidade é a mesma da amplitude da resposta no tempo – e da **densidade espectral**. Utiliza para isso a Transformada Rápida de Fourier, ou como é comumente conhecida: a “FFT” [44,58]. Este bloco possui também uma versão alternativa que

determina a mesma resposta, porém, empregando o MAPLE V e não o Fortran, denominado FFT.mws.

Como pôde ser observada na seção 4.3, a implementação do GHM aumenta significativamente o número de graus de liberdade do sistema. Como num programa de engenharia estrutural que utiliza o Método dos Elementos finitos (MEF), os graus de liberdade estão associados a incógnitas nodais físicas (deslocamentos, esforços internos, etc.), deve-se introduzir os graus de liberdade dissipadores (GLs) através da adição de novos nós denominados “nós dissipadores”. Como os “nós dissipadores” não possuem coordenadas físicas, estes devem ser associados ao elemento que pertencem através de um nó fictício.

No presente trabalho foi estabelecido apenas um nó dissipador por elemento viscoelástico, com conseqüente criação de um nó fictício associado a ele. Esta mesma estratégia foi adotada por Barbosa [7] na implementação do GHM3D.

A Figura 4.9 ilustra uma abstração da representação gráfica de um elemento hexaédrico linear com seus nós e graus de liberdade dissipadores.

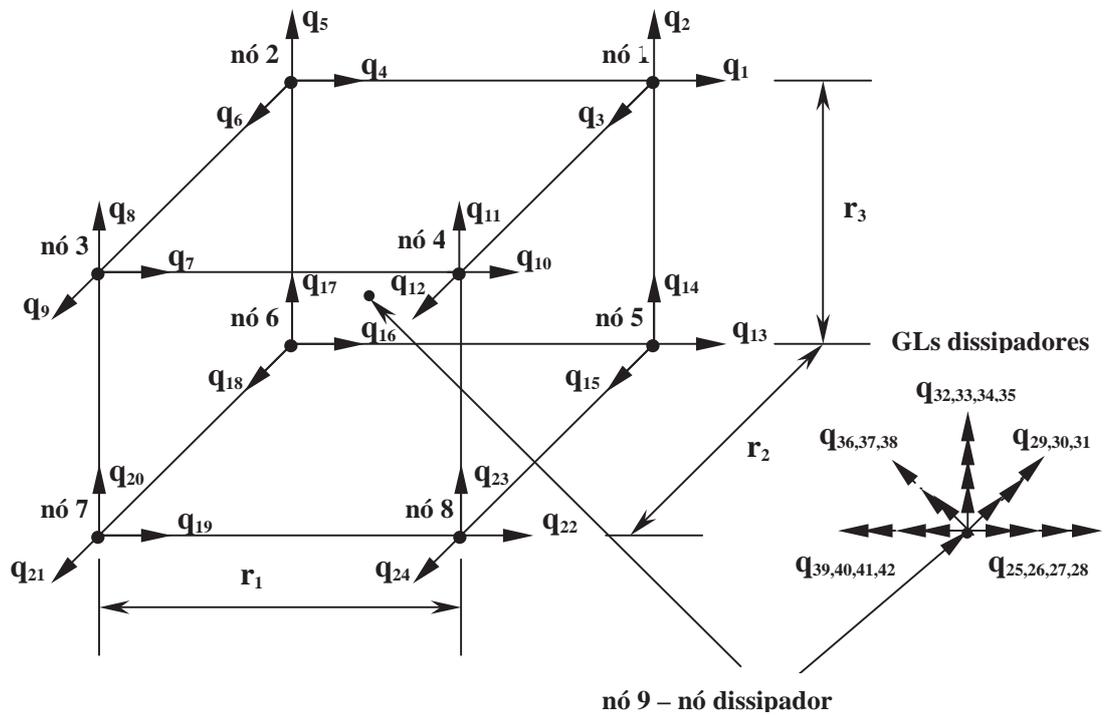


Figura 4.9. Elemento hexaédrico linear com os nós e GLs dissipadores.

Para implementação no PEFAMV do nó dissipador e dos respectivos GLs dissipadores empregou-se o número de GLs dissipadores mais três ( $n^{\circ}$ . GLs = 18 + 3 = 21), estes três GLs adicionais são necessários para poder compatibilizar o elemento hexaédrico linear, o qual é utilizado para modelar um MVE, com elementos elásticos do tipo casca, caso venham a ter alguma conexão entre si. Eles se referem às rotações segundo as três direções, presentes em um elemento elástico de casca, mas ausente em um elemento viscoelástico hexaédrico linear. Devido a isso esses elementos, ditos de não-conformidade, poderão apresentar problemas de compatibilização, os quais podem ser contornados com um refinamento maior da malha de elementos.

A Figura 4.10 mostra uma representação considerando os três GLs adicionais para um nó físico e um nó dissipador (fictício). Para este último nó esses três GLs são sempre nulos.

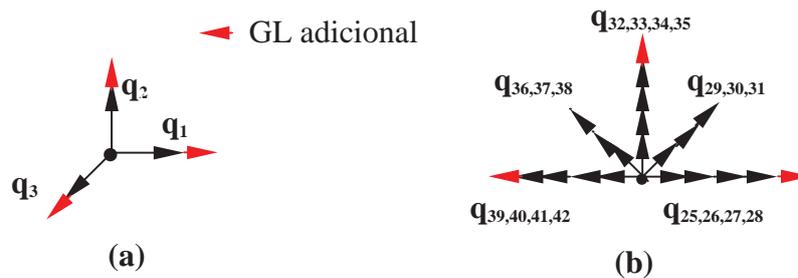


Figura 4.10. Representação de um nó elástico (a) e um nó de dissipação (b) considerando-se os três GLs adicionais para compatibilização do elemento hexaédrico linear com elementos de casca.

No caso de elementos elásticos, observa-se que a utilização de todos os vinte e um graus de liberdade (21 GLs) não é necessária. Portanto, para redução do número de equações de equilíbrio, empregou-se a estratégia de restringir os quinze graus de liberdade (15 GLs) que nada tenham a ver com os GLs físicos de cada nó do elemento, ficando estes seis graus de liberdades (06 GLs) restantes livres ou restringidos de acordo com as condições de contorno no nó.

No caso de elementos viscoelásticos os três graus de liberdade (03 GLs) adicionais, correspondentes às rotações, como dito anteriormente nulos, podem ser restringidos para o caso do nó fictício, com conseqüente redução no número de

equações de equilíbrio a serem manipuladas. Esta redução traduz-se em ganho de tempo, o que foi observado durante a análise dos exemplos apresentados na seção 5.2.

Já o número de nós de um elemento viscoelástico adotou-se como sendo o número de nós físicos mais um ( $n^\circ \text{ nós} = 8 + 1 = 9$ ), tendo o nó adicional fictício coordenada nula.

Deve-se salientar que embora a implementação do elemento hexaédrico linear, para os elementos viscoelásticos, ter seguido os mesmos passos empregados por Barbosa [7] no desenvolvimento do GHM3D, o PEFAMV difere deste significativamente, como já foi dito, por apresentar uma estrutura diferente e por empregar elementos elásticos específicos. Isto se traduz em uma modelagem mais refinada para diferentes tipos de estruturas, e a diferença obtida através desses dois programas para modelagem de diversas estruturas será objeto de estudo do próximo capítulo.

Outra observação que merece ser destacada diz respeito ao custo computacional decorrente da análise de estruturas com MVE modeladas via o GHM. Devido ao acentuado aumento no número de GLs quando elementos viscoelásticos estão envolvidos na análise, o custo computacional para a solução de problemas dinâmicos, dependendo da discretização da malha em elemento finitos, do tempo de observação e do número de passos de integração necessários ao processo, pode torna-se bastante oneroso quando microcomputadores são empregados. Portanto, o emprego de recursos de computação de alto desempenho pode ser necessário.

No presente trabalho para análise dos exemplos apresentados na seção 5.2 este recurso foi necessário, pois microcomputadores com processadores da ordem de 950 MHz não foram suficientes para efetuar as análises em um tempo de poucas horas, assim foi necessário empregar os recursos do supercomputador CRAY T94 da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul) [47], o qual reduziu o tempo para solução de cada problema de horas para alguns minutos.

A tabela 4.1 apresenta as características principais do supercomputador CRAY T94 [59].

Tabela 4.1. Características do supercomputador CRAY T94 [59].

Número de Processadores	02
Tamanho de memória	32 Mwords
Seções de memória	04
Bancos de memória	32
Ciclo de relógio	6 nanosegundos
Velocidade máxima de CPU	333 Megaflops
Número de discos	23
Espaço total em cada disco	44 Gigabytes

# Capítulo 5

## Exemplos de Referência

### 5.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados e comparados os resultados obtidos da análise de estruturas com e sem MVE's através do PEFAMV, utilizando para isso exemplos de referência e validação. O principal objetivo é avaliar a eficiência e confiabilidade do PEFAMV como ferramenta numérico-computacional para análise de estruturas com MVE's.

Para comparar o desempenho do PEFAMV, inicialmente, alguns exemplos sem MVE são analisados e comparados com o SAP2000 [32], que é uma ferramenta numérica comercial muito utilizada, testada, conhecida e aceita internacionalmente.

Primeiramente, faz-se um comparativo entre os resultados obtidos pelo PEFAMV e o SAP2000 [32] com modelos discretizados por elementos elásticos, sem nenhum material viscoelástico utilizado. Estes exemplos apresentados na seção 5.2 têm por objetivo verificar a eficiência e a confiabilidade do PEFAMV na análise de estruturas discretizadas por elementos elásticos do tipo viga, placa e casca. A fim de aumentar o grau de comparação, também são apresentados os resultados obtidos através do GHM3D [7] para os exemplos da seção 5.2.1.

Na etapa seguinte são analisados exemplos de placas simplesmente apoiadas de aço, mista e sanduíche, tendo esta terceira uma camada de material viscoelástico, tais exemplos são apresentados na seção 5.3. Nesta etapa faz-se uma comparação com os resultados apresentados por Barbosa [7] para os mesmos casos.

Na seção 5.4 faz-se a análise de placas de forma análoga aos casos analisados na etapa anterior, porém estas placas apresentam geometria diferente e são enrijecidas por vigas. Estes exemplos têm por finalidade simular um comportamento de uma estrutura semelhante a aquelas que compõe o tabuleiro de uma ponte.

A última etapa é dividida em duas partes, a primeira apresenta os exemplos de uma placa de aço e outra sanduíche com MVE (seção 5.5.1), e a segunda etapa apresenta o exemplo de um amortecedor cilíndrico composto com MVE (seção 5.5.2). Os resultados obtidos através do PEFAMV para os exemplos das placas de aço e sanduíche, para o primeiro caso, são comparados com os obtidos numericamente e experimentalmente por Lu et al [33,34]. Para o segundo caso, amortecedor cilíndrico, os resultados obtidos são comparados com os obtidos experimentalmente por Aseka e Riera [31]. Procura-se, através dos exemplos apresentados nesta etapa, atestar a eficiência e a confiabilidade do PEFAMV também na análise de estruturas com MVE's.

## 5.2. Exemplos de Estruturas Modeladas com Elementos Elásticos

A análise desenvolvida, neste trabalho, é de natureza dinâmica e consiste de uma carga de impacto pontual, triangular, com uma amplitude máxima ( $F_{Max.}$ ) de 5 kN, com tempo de duração ( $\Delta t$ ) definido de acordo com o exemplo analisado, aplicada na direção vertical global para baixo, Figura 5.1.

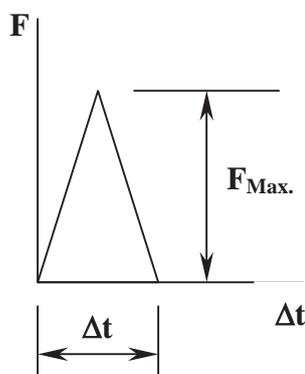


Figura 5.1. Carga de impacto empregada na presente análise.

### 5.2.1. Análise de Placas Simplesmente Apoiadas

Como primeiro exemplo é feita a análise de uma placa em aço, Figura 5.2.(a), simplesmente apoiada, discretizada em malha de elementos finitos de 30 x 25, com carregamento mostrado na Figura 5.1, tempo de carregamento de 0,05 s e aplicada no ponto F, sendo observado o deslocamento na direção vertical global no centro da placa.

Em seguida, uma outra placa, agora em concreto é sobreposta à de aço, Figura 5.2.(b), discretizada também em malha de 30 x 25, com a mesma força aplicada, porém com tempo de carregamento de 0,005 s. As características de ambos os materiais são apresentadas na tabela 5.1.

Tabela 5.1. Características do aço e do concreto.

CARACTERÍSTICAS	AÇO	CONCRETO
Módulo de Elasticidade (GPa)	200	25
Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )	7827	2400
Coefficiente de Poisson	0,3	0,2
Taxa de amortecimento (%)	0,0	0,0

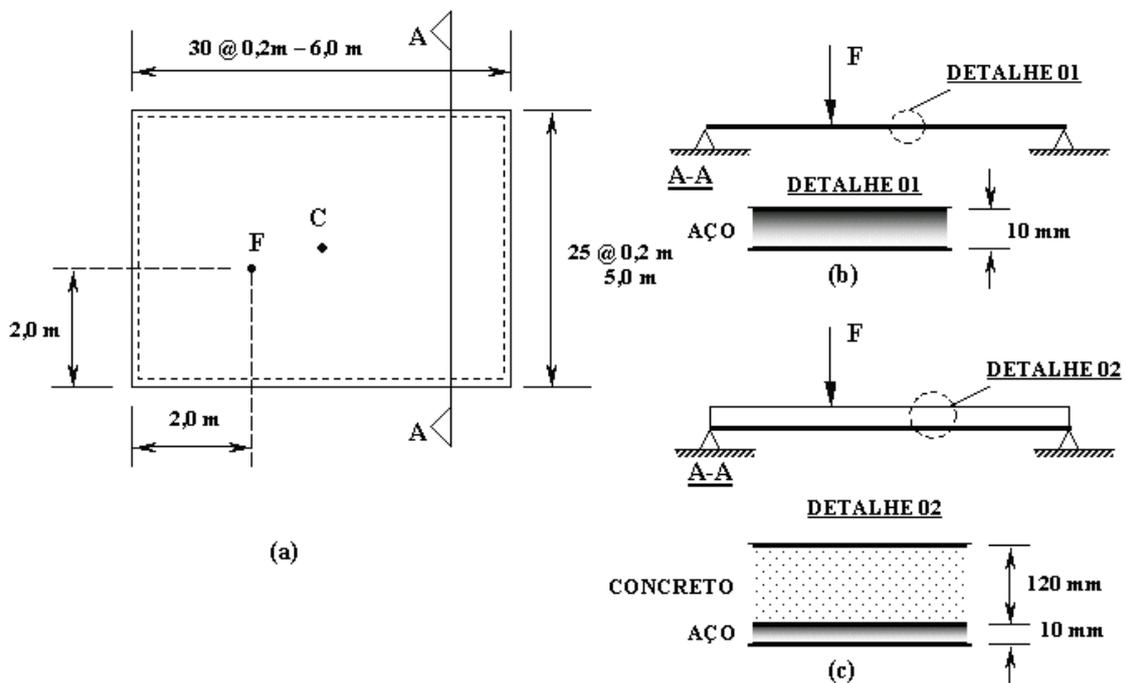


Figura 5.2. (a) Placa simplesmente apoiada, com carga aplicada no ponto F e ponto de observação em C, (b) constituída por aço, ou (c) por duas camadas, uma de aço e a outra de concreto.

Os resultados obtidos através do PEFAMV, SAP2000 [32] e GHM3D [7], são mostradas na Figura 5.3. para a placa de aço, considerando-se um tempo de observação de 1,5 s, e na Figura 5.4. para a placa mista (aço e concreto), com tempo de observação de 0,3 s. A Tabela 5.2. traz um quadro comparativo das 10 (dez) primeiras frequências naturais com relação ao PEFAMV e SAP2000 [32].

Observa-se ainda que, para o programa GHM3D, por empregar apenas elementos hexaédricos lineares, muito mais rígidos que elementos de placas, os resultados foram obtidos considerando um relaxamento do módulo de elasticidade, tanto para a placa de aço, quanto a placa de concreto, sendo adotado 77 vezes menor para o primeiro e 2,8 para o segundo material. Tais valores foram empregados por Barbosa [7], que apresentou os mesmos exemplos em sua tese de Doutorado. As frequências teóricas, também apresentadas na Tabela 5.2, para a placa de aço, foram obtidos através da expressão [60]:

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho_0}} \quad (5.1.)$$

onde m e n representam o número de meias ondas nas direções das dimensões a e b da placa; D a rigidez flexural da placa e  $\rho_0$  a quantidade de massa por unidade de área.

A resposta para a placa de aço, Figura 5.3, mostra a concordância da resposta do PEFAMV com o SAP2000 [32], enquanto os resultados do programa GHM3D [7] apresentam uma pequena diferença em relação aos dois primeiros; isto ocorre devido o elemento empregado ser mais rígido e devido à introdução de um relaxamento do módulo de elasticidade o que introduz uma certa imprecisão no resultado final.

Essa concordância também é observada quando são comparadas as primeiras frequências naturais, conforme a Tabela 5.2, sendo os valores obtidos tanto para o PEFAMV quanto para o SAP2000 [32] muito próximos dos valores teóricos calculados através da equação (5.1).

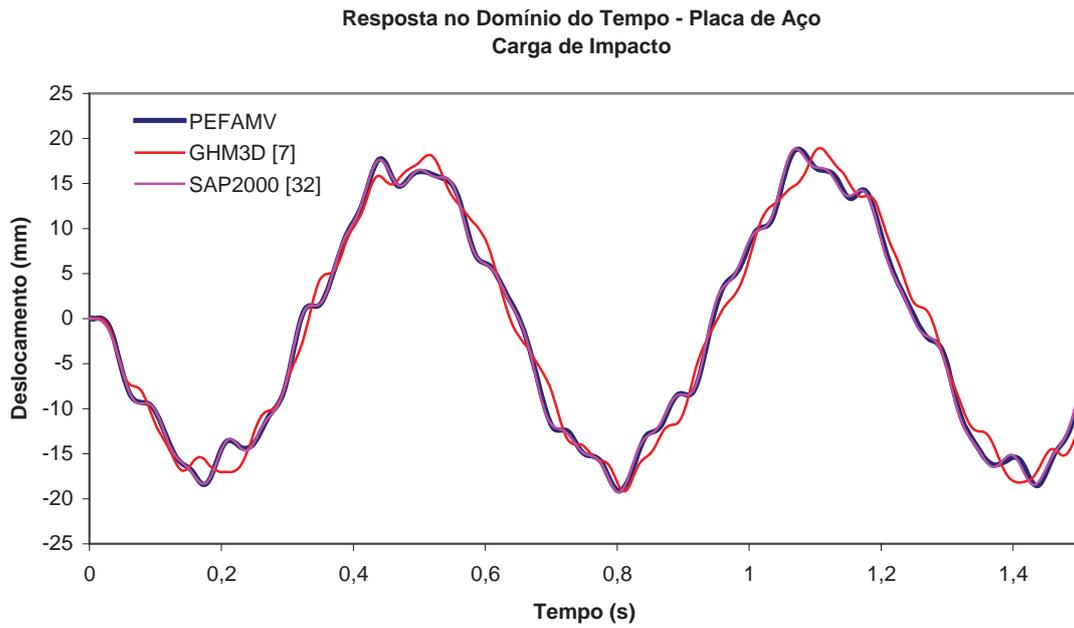


Figura 5.3. Resposta no domínio do tempo para a placa de aço submetida a uma carga de impacto.

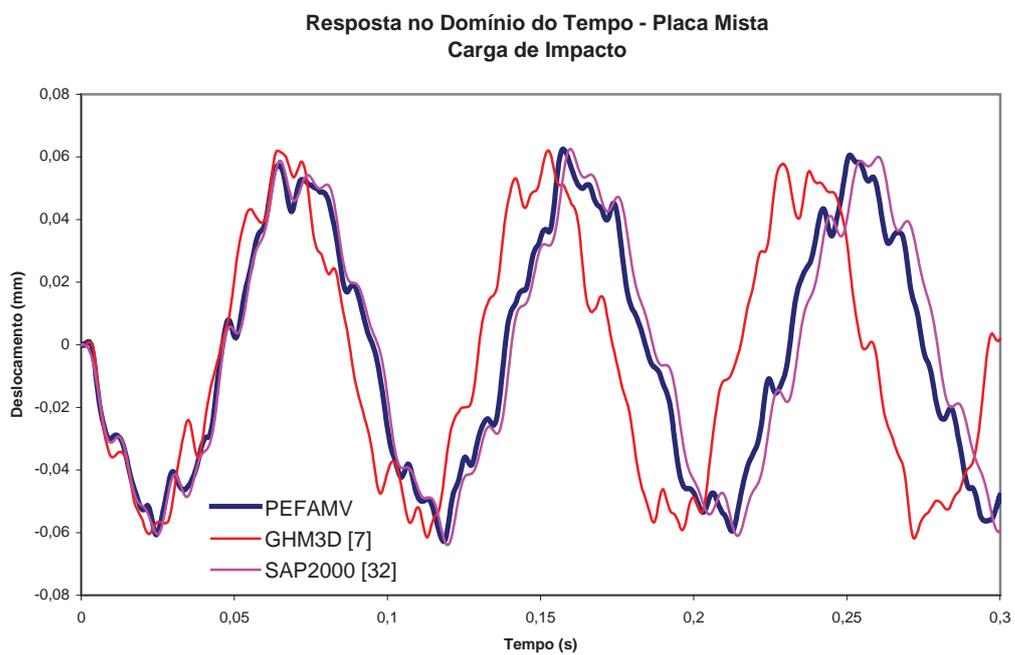


Figura 5.4. Resposta no domínio do tempo para a placa mista submetida a uma carga de impacto.

Para os resultados obtidos com a placa mista, em relação PEFAMV e SAP2000 [32], observou-se que apresentaram uma pequena defasagem, isto se deve, principalmente, ao fato de que o programa PEFAMV não levou em consideração a excentricidade entre os elementos das placas de aço e de concreto, enquanto que, a modelagem para o SAP2000 [32] levou em consideração este fato. Já a resposta obtida pelo GHM3D [7] apresentou uma defasagem maior, o que já era esperado, tendo em vista o que já foi comentado anteriormente, devido ao emprego de elementos hexaédricos lineares, o que torna o elemento modelado muito rígido. Para melhorar os resultados obtidos pelo GHM3D [7] haveria a necessidade de um refinamento maior na malha, o que representaria um custo computacional maior.

Tabela 5.2. Frequências naturais para as placas de aço e mista.

<b>FREQÜÊNCIAS (Hz)</b>					
	<b>PLACA DE AÇO</b>			<b>PLACA MISTA</b>	
<b>MODOS</b>	<b>PEFAMV</b>	<b>SAP 2000[32]</b>	<b>TEÓRICO</b>	<b>PEFAMV</b>	<b>SAP 2000[32]</b>
<b>1</b>	<b>1,62</b>	<b>1,63</b>	<b>1,63</b>	<b>10,68</b>	<b>10,80</b>
<b>2</b>	<b>3,62</b>	<b>3,62</b>	<b>3,63</b>	<b>23,78</b>	<b>24,04</b>
<b>3</b>	<b>4,34</b>	<b>4,51</b>	<b>4,51</b>	<b>29,62</b>	<b>29,40</b>
<b>4</b>	<b>6,46</b>	<b>6,49</b>	<b>6,51</b>	<b>42,34</b>	<b>43,10</b>
<b>5</b>	<b>6,94</b>	<b>6,95</b>	<b>6,97</b>	<b>45,63</b>	<b>46,08</b>
<b>6</b>	<b>9,29</b>	<b>9,30</b>	<b>9,32</b>	<b>61,10</b>	<b>61,73</b>
<b>7</b>	<b>9,74</b>	<b>9,79</b>	<b>9,85</b>	<b>63,68</b>	<b>64,93</b>
<b>8</b>	<b>11,21</b>	<b>11,26</b>	<b>11,32</b>	<b>73,35</b>	<b>74,63</b>
<b>9</b>	<b>11,59</b>	<b>11,61</b>	<b>11,64</b>	<b>76,10</b>	<b>76,92</b>
<b>10</b>	<b>14,32</b>	<b>14,43</b>	<b>14,66</b>	<b>93,53</b>	<b>96,15</b>

Observa-se ainda, pela Tabela 5.2, que para as primeiras frequências naturais, a diferença apresentada entre ambos os programas é pequena, com isso o PEFAMV mostrou-se eficiente para análise dinâmica de problemas envolvendo elementos de placa.

Fechando os comparativos para os exemplos da placa de aço e da placa mista é apresentada a Tabela 5.3, com os tempos obtidos para o GHM3D[7] e PEFAMV em um microcomputador Pentium III (930 MHz).

Tabela 5.3. Tempos de execução obtidos em um microcomputador Pentium III (930 MHz).

<b>Tempo de execução (min.)</b>		
	<b>PEFAMV</b>	<b>GHM3D[7]</b>
<b>Placa de aço</b>	<b>3,17</b>	<b>4,77</b>
<b>Placa mista</b>	<b>3,22</b>	<b>9,78</b>

A Tabela 5.3 mostra que, à medida que mais elementos são necessários para discretizar um determinado modelo a ser analisado, maior será o custo computacional do GHM3D[7] em relação ao PEFAMV. Portanto, para os modelos ora analisados o PEFAMV mostrou-se bem mais eficiente. Assim, para os próximos exemplos, desta seção, somente serão comparados o PEFAMV e o SAP2000 [32].

### **5.2.2. Análise de Casca Simplesmente Apoiada**

O exemplo comparativo desta seção é a análise de uma casca semicilíndrica em aço, com espessura de 10 mm, simplesmente apoiada, e com as características idênticas ao material do primeiro exemplo da seção 5.2.1, modelada em malha de 20 x 20 elementos, sob a ação da carga de impacto triangular, conforme a Figura 5.1, sendo  $F_{Max.} = 5$  kN e tempo de duração de 0,05 s, aplicada no ponto F, com deslocamento vertical global observado no centro da casca, vide Figura 5.5. Este exemplo tem a finalidade de comparar-se às respostas obtidas por PEFAMV e SAP2000 [32] de modo a testar a eficiência do primeiro com relação aos elementos de cascas.

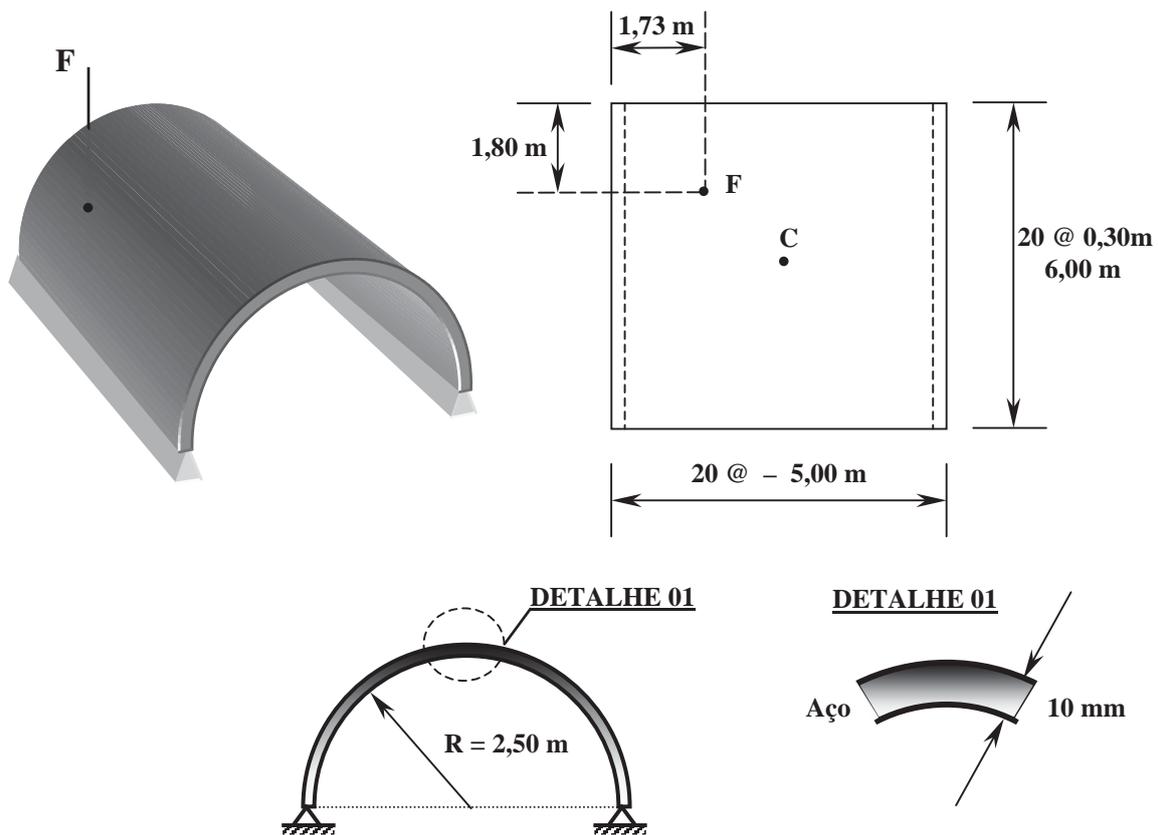


Figura 5.5. Casca semicilíndrica simplesmente apoiada, de dimensões 6,00 x 5,00 m, modelada em malha de 20 x 20 elementos, e raio de 2,34 m.

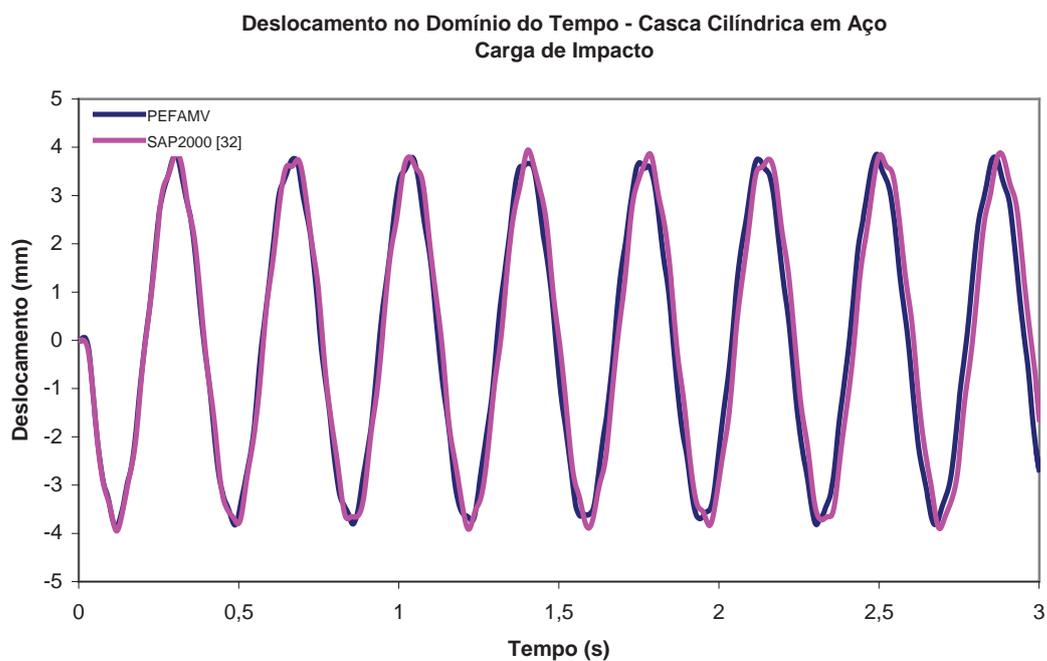


Figura 5.6. Resposta no domínio do tempo para um casca semicilíndrica de aço para uma carga de impacto.

As respostas para este caso são mostradas na Figura 5.6, bem como os valores para as primeiras dez frequências são apresentados na tabela 5.4.

Tabela 5.4. Frequências naturais para a casca semicilíndrica de aço.

<b>FREQÜÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (Hz)</b>		
<b>MODOS</b>	<b>PEFAMV</b>	<b>SAP 2000[32]</b>
<b>1</b>	<b>0,89</b>	<b>0,89</b>
<b>2</b>	<b>2,72</b>	<b>2,71</b>
<b>3</b>	<b>3,00</b>	<b>2,84</b>
<b>4</b>	<b>5,34</b>	<b>5,37</b>
<b>5</b>	<b>5,51</b>	<b>5,47</b>
<b>6</b>	<b>8,98</b>	<b>8,94</b>
<b>7</b>	<b>9,28</b>	<b>9,19</b>
<b>8</b>	<b>13,34</b>	<b>13,28</b>
<b>9</b>	<b>13,42</b>	<b>13,30</b>
<b>10</b>	<b>18,41</b>	<b>18,32</b>

As respostas obtidas pelo PEFAMV apresentam resultados muito próximos aos obtidos pelo SAP2000 [32], tanto para a resposta no domínio do tempo, considerando-se um intervalo de observação de 3,0 s, Figura 5.6, quanto para as 10 (dez) primeiras frequências naturais, Tabela 5.4, sendo a maior diferença relativa observada no terceiro modo. Logo, para este exemplo, as respostas obtidas pelo PEFAMV ficaram em conformidade com as apresentadas pelo programa SAP2000 [32].

Conclui-se então, a partir dos exemplos comparativos mostrados, que o PEFAMV é uma ferramenta computacional eficiente para fazer análise dinâmica no domínio do tempo, envolvendo modelagem de placas e cascas com boa precisão.

### 5.3. Análise de Placa Sanduíche Simplesmente Apoiada

Tomando-se a placa mista (aço e concreto) simplesmente apoiada, analisada no segundo exemplo comparativo da seção 5.2.1, Figura 5.2.(a) e (c), e acrescentando-se uma camada de MVE, com 10 mm de espessura, entre a placa de aço e a de concreto, tem-se a placa sanduíche mostrada na Figura 5.7, onde a camada com MVE têm suas propriedades dinâmicas representadas na Figura 3.2, com  $\rho = 1.100 \text{ kg/m}^3$  e  $\nu = 0,25$ . A camada de MVE é denominada de núcleo, enquanto a de concreto é chamada de restritora da placa sanduíche.

Faz-se agora a análise desta placa sanduíche, discretizada em malha de  $30 \times 25$  elementos em cada uma das três camadas, tendo um total de 2234 elementos, sendo 1340 elementos elásticos de placas e 734 elementos viscoelásticos hexaédricos. Considerou-se a carga atuante igual àquela aplicada ao do exemplo da placa mista, apresentado na seção anterior, com o deslocamento vertical observado no centro da placa.

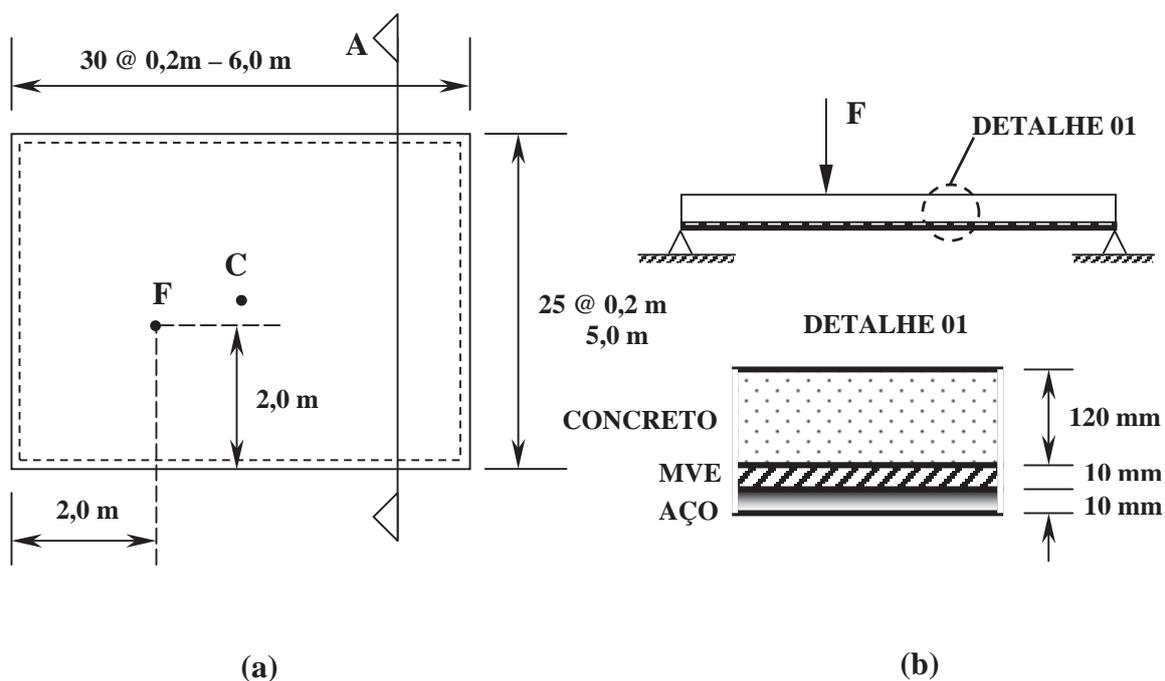


Figura 5.7. (a) Placa simplesmente apoiada, (b) composta por três camadas.

Para este exemplo foi feita uma análise tanto para o PEFAMV quanto para o GHM3D [7], de modo a se comparar às respostas obtidas por ambos.

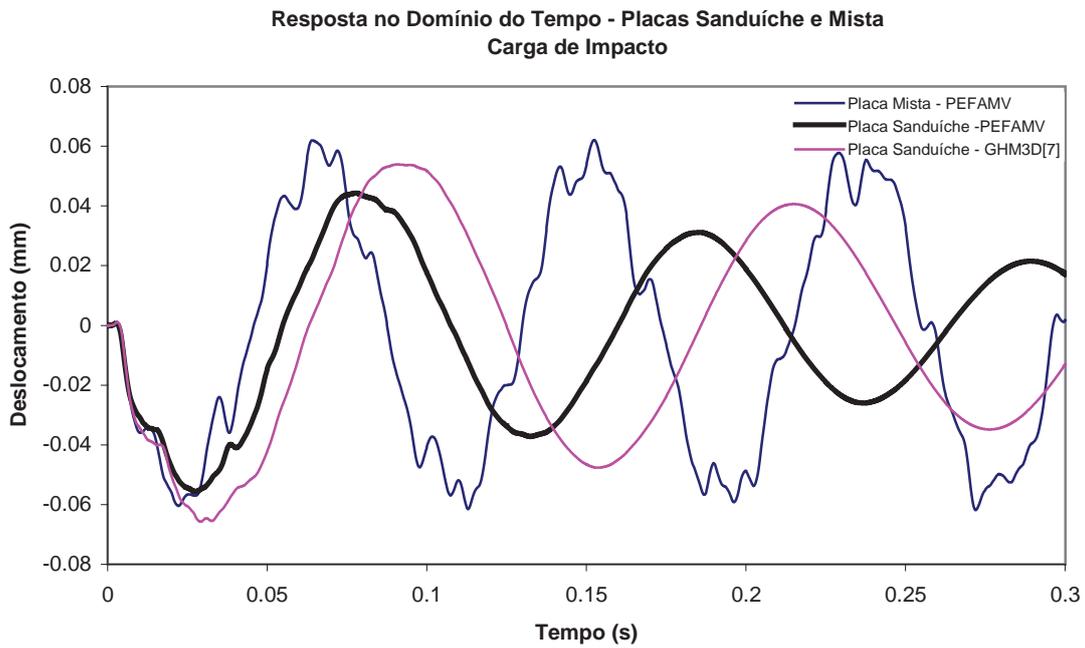


Figura 5.8. Resposta no domínio do tempo para a placa mista e a sanduíche.

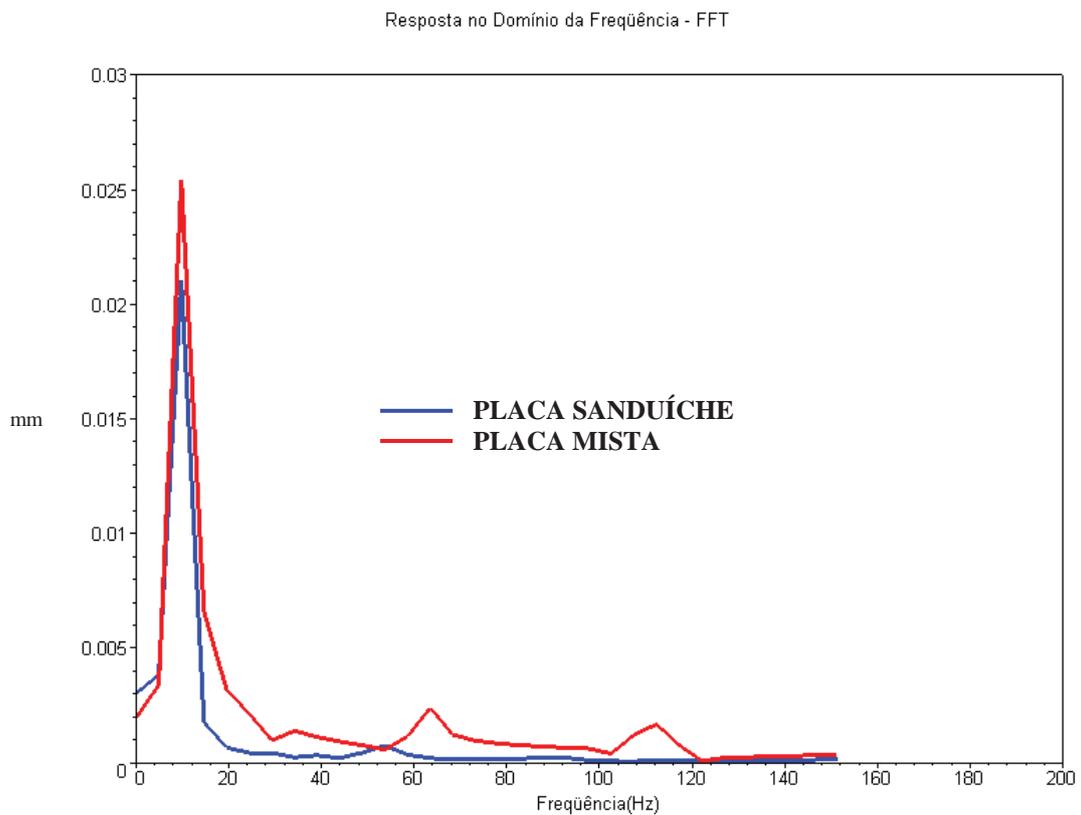


Figura 5.9. Resposta no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, para a placa mista e a sanduíche.

A Figura 5.8 apresenta a resposta no domínio do tempo obtida pelo PEFAMV e GHM3D [7] para placa sanduíche, além de mostrar a resposta para a placa mista do exemplo, de tal forma que se possa tecer comentários a respeito da mudança da forma de resposta obtida após a introdução de uma camada de MVE na estrutura.

Para a resposta da placa mista optou-se somente por mostrar aquela apresentada pelo PEFAMV; primeiro, para não sobrecarregar o gráfico, e segundo, por esta ser mais precisa do que a apresentada pelo GHM3D [7].

O que se observa nos gráficos de forma significativa é o amortecimento que a colocação de uma camada de MVE introduziu ao sistema. Nota-se ainda, que a resposta obtida pelo PEFAMV apresenta um amortecimento maior do que o obtido pela resposta do GHM3D [7], isto novamente deve-se ao tipo de elemento empregado em cada um dos programas. Sendo os elementos hexaédricos lineares empregados pelo GHM3D [7] mais rígidos do que os de placa utilizado pelo PEFAMV, a estrutura modelada pelo primeiro torna-se bem mais rígida do que a modelada pelo segundo programa, assim, as camadas de materiais elásticas analisadas pelo PEFAMV apresentam deformações devido à flexão maiores do que as apresentadas pelas mesmas camadas analisadas através do GHM3D [7], estas deformações maiores induzem na camada de MVE distorções maiores com conseqüente aumento na dissipação de energia cinética e no nível de amortecimento do sistema.

Assim, para que as respostas obtidas por cada um deles sejam mais próximas há a necessidade de um refinamento maior na malha adotada, o que traria um custo computacional bem maior, conforme também foi observado por Barbosa [7].

Pode-se observar ainda, dos gráficos de respostas no domínio do tempo, que as obtidas para placa sanduíche são mais suaves do que aquela obtida para a placa mista, isto porque, esta última é influenciada por vários modos de vibração, enquanto a sanduíche apresenta uma resposta influenciada, quase que exclusivamente, pelo primeiro modo. Donde conclui-se que, após a introdução do MVE na placa mista, os modos mais altos de vibração foram praticamente eliminados, fazendo com que a resposta seja dominada pelo primeiro modo. Isto é mais claramente observado pelo gráfico da Figura 5.9, que mostra a FFT, em termos do módulo do auto-espectro, do sinal no tempo obtido pelo PEFAMV para a placa mista e a sanduíche. Neste gráfico, observa-se que aparecem três picos significativos na resposta da placa mista, o primeiro, próximo a 10 Hz, apresentando uma parcela maior de contribuição na amplitude da resposta, enquanto os outros dois, próximos respectivamente a 62 Hz e 116 Hz,

contribuindo com uma parcela menor. Já para a placa sanduíche é notória a contribuição do primeiro modo para a resposta, sendo a contribuição desta menor do que a do primeiro modo para a placa mista.

Inevitavelmente surge uma questão: a resposta obtida para a placa sanduíche, ora analisada, poderia ainda ser melhorada, obtendo-se uma redução na amplitude ou aumento no amortecimento estrutural? Pode-se responder a esta questão, fazendo-se reanálises da estrutura, considerando-se em cada caso, uma das seguintes alterações:

- Modificação nas características dos materiais.
- Alteração na espessura da camada de MVE.
- Discretização maior da camada de MVE.

Deve-se salientar que nenhuma das modificações sugeridas altera as condições de carregamento e de contorno, condição essencial para validar a comparação a ser feita.

Para a primeira modificação, neste exemplo, alterou-se somente o módulo de elasticidade do concreto, primeiro, porque este está diretamente ligado a rigidez do material que compõe a camada restritora; segundo, o MVE que está no núcleo, não terá suas características alteradas, uma vez que, uma análise levando-se em consideração modificações nas características deste material será feita com mais detalhes no próximo exemplo; e terceiro, o aço, que também terá suas características mantidas inalteradas, para simular uma situação em que a camada inferior representaria uma estrutura com problemas de vibração, cuja redução de amplitudes, poderia ser obtida com a introdução de uma camada de concreto (placa mista) ou uma camada de concreto e MVE(placa sanduíche).

Na prática, o módulo de elasticidade do concreto pode ser alterado mudando-se a resistência características dele, ou seja, ao invés de utilizar-se um concreto comum poderia empregar-se um concreto de alto desempenho. De acordo com a NBR – 6118 (NB – 1) [61], o módulo de elasticidade em função da resistência do concreto é dado por:

$$E = 6600 \sqrt{f_{cj}} \text{ (MPa)} \quad (5.1)$$

onde,  $f_{cj}$  é o valor da resistência do concreto aos 28 dias.

Assim, empregando-se um concreto de alto desempenho, com resistência aos 28 dias ( $f_{cj}$ ) igual a 82,5 MPa, o módulo de elasticidade, pela equação (5.1), terá valor igual a 60 GPa, que é o valor empregado na reanálise da placa sanduíche, considerando a primeira modificação.

A segunda alteração diz respeito ao aumento ou diminuição na espessura da camada de MVE. Segundo Barbosa [7], a espessura de um MVE está diretamente ligada ao nível de amortecimento que se deseja obter, quanto mais espessa, maiores as taxas de amortecimento. Porém, uma camada espessa demais pode tornar a estrutura muito mais flexível, diminuindo o amortecimento induzido a estrutura pela camada de MVE. Sendo o limite desta camada diretamente ligado às características do MVE e as condições de execução e aplicabilidade em estruturas reais.

Para a segunda reanálise empregou-se uma camada de MVE com 20 mm, ou seja, o dobro da espessura anterior.

A terceira alteração está mais ligada a modelagem da placa sanduíche. Ao invés de somente uma camada de elementos viscoelásticos, utilizada na primeira modelagem do problema, adotou-se, desta vez, duas camadas, totalizando-se 1340 elementos viscoelásticos hexaédricos. Esta nova modelagem tem por objetivo verificar se o refinamento da malha de elementos viscoelásticos conduz a uma melhoria na resposta obtida e até que ponto é vantajosa ou não, pois, como já comentado anteriormente, um refinamento na malha conduz a um aumento no custo computacional da análise.

Dos gráficos no domínio do tempo e da frequência (em termos do módulo do auto-espectro), apresentadas nas Figuras 5.10 a 5.12, pode-se concluir que:

- O aumento do módulo de elasticidade do concreto reduziu consideravelmente a amplitude de resposta para a placa sanduíche, isto porque, tornou a estrutura mais rígida, com conseqüente restrição de amplitudes de deslocamentos.
- Com relação à espessura da camada de MVE, observou-se que o aumento desta conduziu a um pequeno aumento no amortecimento na estrutura com perturbações consideráveis no início da resposta, tornando-se leves a partir dos 0,12 segundos iniciais, Figura 5.10, com aparecimento de pequenos picos em frequências mais altas que a primeira, Figura 5.11. Apesar de ter-se dobrado a espessura da camada viscoelástica a resposta apresentou apenas uma pequena melhora em termos de amplitude, o que significa dizer que o aumento na espessura da camada de MVE pode não ser a melhor solução, pois apesar de apresentar um pequeno ganho em termos de amortecimento, podem aparecer dificuldades práticas na aplicação ou

confinamento de uma camada mais espessa de MVE na estrutura que inviabilizaria a sua utilização.

- Com relação à modelagem da placa sanduíche, observou-se uma pequena diferença entre os resultados obtidos empregando-se uma e duas camadas de elementos viscoelásticos hexaédricos, placa sanduíche e reanálise 3 respectivamente, e cujo gráfico, para o segundo caso, não é mostrado na Figura 5.10, para não sobrecarregar a mesma. Esta diferença, apresentada entre ambos os casos, pode ser explicado pelo fato de que a camada de MVE é muito fina; sendo assim, a distribuição de tensões de cisalhamento ao longo da espessura pode ser considerada aproximadamente linear, logo, os elementos hexaédricos lineares modelam de forma eficiente a dissipação de energia nesta camada empregando apenas uma camada de elementos.

Do exposto anteriormente chega-se à conclusão que se pode melhorar ainda mais a amplitude de resposta na placa sanduíche com MVE, alterando-se, por exemplo, o módulo de elasticidade da camada restritora. O aumento na espessura da camada com MVE pode não ser uma boa solução, tendo em vista que melhora pouco os resultados e pode apresentar problemas de natureza prática. Com relação a modificações nas características do MVE, o próximo exemplo fará uma abordagem que levará em consideração isto.

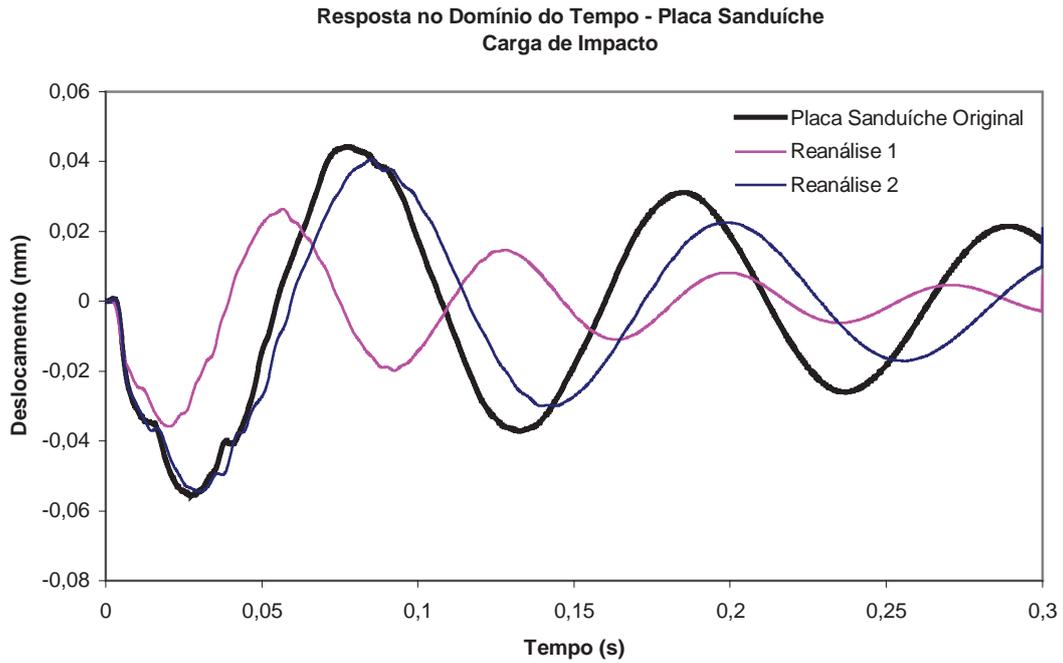


Figura 5.10. Gráficos no domínio do tempo para placa sanduíche com modificações.

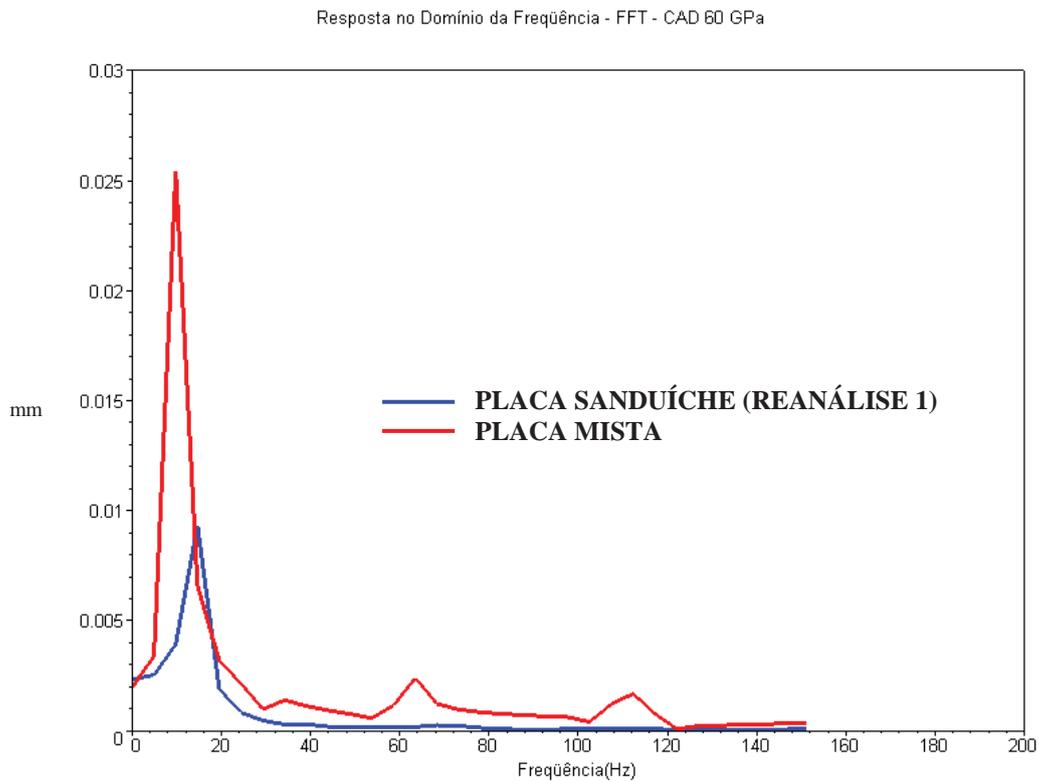


Figura 5.11. Gráficos comparativos, no domínio da freqüência, em termos do módulo do auto-espectro, entre a placa mista e a placa sanduíche, para reanálise 1.

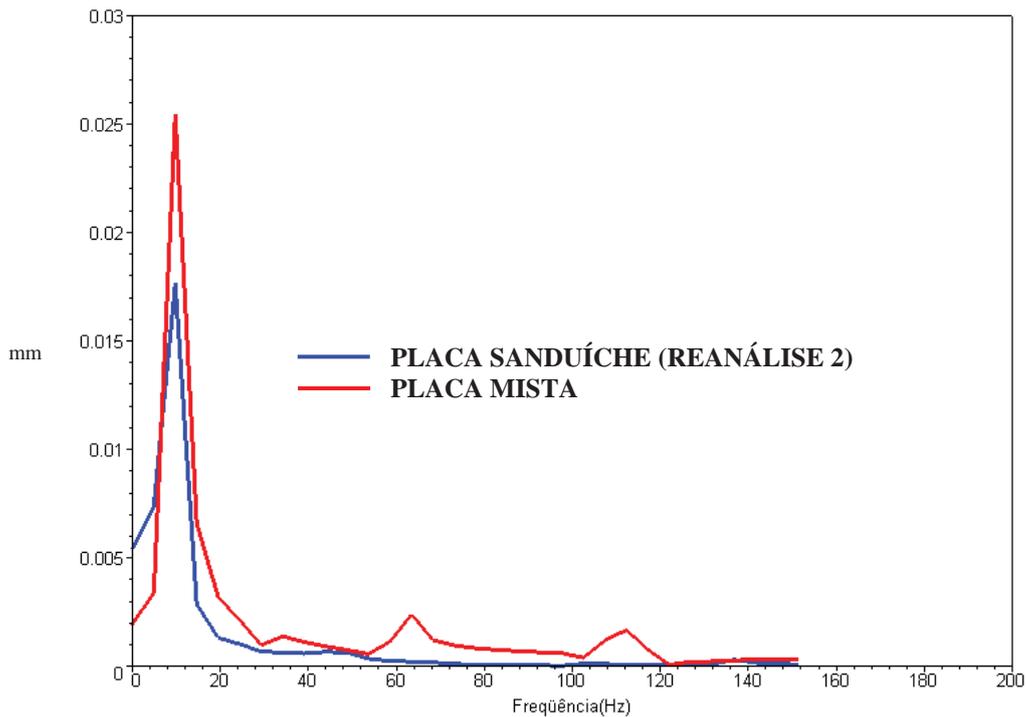


Figura 5.12. Gráficos comparativos, no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, entre a placa mista e a placa sanduíche, para reanálise 2.

A tabela 5.5 apresenta o desempenho dos programas PEFAMV e GHM3D [7] para o exemplo da placa sanduíche, cujos foram valores obtidos no computador CRAY T94 da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do SUL) [59].

Todos os exemplos, desta seção, envolvendo placas sanduíches foram executados neste computador, pois, devido ao elevado número de equações e passos envolvidas na análise, como já exposto anteriormente, os microcomputadores comuns com processadores de até 933 Hz e memória RAM de 128 Mbytes não conseguiram resolver em um tempo considerável de poucas horas.

Tabela 5.5. Medidas do desempenho do PEFAMV e do GHM3D [7] para o exemplo da placa sanduíche sob carga de impacto.

PROGRAMAS	TEMPO (s)		MFLOP's	
	SERIAL	VETORIZADO	SERIAL	VETORIZADO
PEFAMV	3.617,20	483,321	85,34	638,69
GHM3D	3.195,10	427,235	76,88	571,22

O que levaria horas em um microcomputador comum, no CRAY levou-se alguns minutos. Para acelerar a execução, algumas diretivas de vetorização foram empregadas, de modo a reduzir o tempo necessário para solução do problema.

Pode-se observar que enquanto o GHM3D[7] sem qualquer recurso adicional, na sua forma serial, levou 3.195,10 segundos para resolver o exemplo da placa sanduíche original, com as diretivas de vetorização, este tempo caiu para 427,24 segundos, portanto, 7,5 vezes mais rápido. Isto é importante se levarmos em conta o custo do tempo de cpu de uma máquina vetorial desse porte. O PEFAMV, por sua vez, apresentou um tempo de execução, considerando as diretivas de vetorização, de 483,21 segundos, ou seja, uma diferença de 55,97 segundos a mais do que o GHM3D [7]; mas, isto não representa que o PEFAM tem desempenho no CRAY inferior ao GHM3D [7]; primeiro, porque estes programas apresentam diferenças em sua estrutura, um trabalhando somente com elementos hexaédricos e o outro tanto hexaédricos como elementos de cascas, placas e pórticos; segundo, porque a medida mais empregada para comparação de desempenho entre programas similares em máquinas vetoriais é o número de operações de ponto flutuante por segundo (flop's), cujo múltiplo mais utilizado é o Mflop's ( $10^6$  x flop's). Esta medida de desempenho por sinal é a mais empregada nos "Benchmarks", ou seja, na comparação de um programa com um similar conhecido. Levando-se em consideração esta medida, o desempenho do PEFAMV foi superior ao apresentado pelo GHM3D [7], esta diferença é explicada pelo número maior de operações executadas pelo PEFAMV durante montagem das matrizes dos elementos de placa e cascas, uma vez que emprega para isso integração numérica, enquanto que o outro programa monta de uma forma mais direta, através de expressões numéricas. O que mostra mais uma vez a eficiência deste em relação ao GHM3D [7].

## **5.4. Análise de Placa Sanduíche Enrijecida por Vigas**

A análise que será feita nesta seção é dividida em três etapas. A primeira etapa analisa uma estrutura simplesmente apoiada, composta por duas placas de aço, espessura de 10 mm, apoiadas sobre duas vigas longarinas e três transversinas, em perfil W6x9 de aço, enrijecidas por nove chapas finas longitudinais de aço (vigas de enrijecimento), conforme mostrado nas Figuras 5.13 e 5.14, sob ação de uma carga de

impacto triangular, com intensidade máxima de 5 kN e intervalo de tempo de 0,005 segundos, aplicada em dois pontos distintos, primeiro no centro da primeira placa (ponto P1) e depois no centro da viga transversina central (ponto P2), parte superior da estrutura. Esta estrutura é discretizada em malha de 20 x 20 elementos do tipo placa para cada uma das placas, tendo elementos de pórtico assim distribuídos: 20 elementos para cada transversina em perfil W6x9, 40 elementos para cada longarina em perfil W6x9 e 40 elementos para cada viga de enrijecimento. Totalizando-se assim, 800 elementos do tipo placa e 340 elementos do tipo pórtico espacial. Para a resposta desta estrutura, são observados os deslocamentos verticais na parte inferior, pontos C1 e C2, logo abaixo dos dois pontos de aplicação de carga, P1 e P2, respectivamente. O aço empregado preserva as mesmas características apresentadas na Tabela 5.1, porém alterando-se a taxa de amortecimento para 0,5 % proporcional a massa, tornando o exemplo mais condizente com a realidade.

Na segunda etapa, adiciona-se uma camada de concreto de alto desempenho com 10 cm de espessura, módulo de elasticidade de 45 GPa, correspondendo a uma resistência aos 28 dias ( $f_{cj}$ ) de 46,5 MPa, conforme a equação (5.1), e taxa de amortecimento de 1,5 %, mantendo-se as demais características apresentadas na Tabela 5.1. Esta estrutura, denominada de placa mista, também é analisada para os mesmos carregamentos e pontos de observação com duas malhas de 20 x 20 elementos por placa, empregando, portanto 800 elementos do tipo placa a mais que os da modelagem anterior, porém, mantendo a mesma modelagem para os elementos do tipo pórtico. Na análise não se leva em consideração a excentricidade existente entre os elementos.

Para a terceira etapa, analisa-se a placa sanduíche propriamente dita, Figura 5.14, a qual é obtida com a introdução de uma camada de MVE, entre as camadas de aço e concreto, com espessura de 5 mm, composta de uma material cujas propriedades dinâmicas principais são representadas na Figura 3.2, com  $\rho = 1.100 \text{ kg/m}^3$  e  $\nu = 0,25$ .

A modelagem para a terceira análise emprega três malhas de 20 x 20 elementos, uma para cada camada, mantendo para os elementos do tipo pórtico espacial a mesma modelagem utilizada para os dois casos anteriores. Assim, para este caso têm-se 1600 elementos do tipo placa, 340 elementos do tipo pórtico e 800 elementos do tipo hexaédrico linear.

Este exemplo procura simular uma situação real, em que uma estrutura em aço é submetida a uma carga dinâmica, produzindo vibrações com amplitudes de respostas significativas (etapa 1), as quais são reduzidas com a introdução de uma camada de



(b) com as características geométricas mostradas.

Após a análise das placas de aço, mista e sanduíche, conforme cada etapa descrita anteriormente, foram obtidos os gráficos no domínio do tempo e da frequência (em termos do módulo do auto-espectro) mostrados nas Figuras de 5.15 a 5.26, para um tempo de observação de 0,5 segundos.

Dos gráficos apresentados, observa-se que o maior deslocamento acontece na estrutura de aço, ponto de observação C1, e carga aplicada no ponto P1, com amplitude máxima aproximada de 2,5 mm. Isto acontece porque o ponto está localizado no centro da primeira placa, sobre uma das vigas enrijecedoras, local bem menos rígido do que o segundo ponto, que fica justamente em um ponto enrijecido pela viga transversina central, além do que a placa de aço é bem mais flexível que as outras duas.

É bem nítida a diminuição de amplitude obtida com o enrijecimento adicional a estrutura através da adição de uma camada de concreto, tendo sido reduzido o deslocamento máximo para 0,08 mm, cerca de trinta vezes menor, Figuras 5.15 e 5.16. Está tendência também é observada nos gráficos das Figuras 5.17 a 5.20, para a resposta no domínio do tempo, considerando-se combinações diferentes entre pontos de carga e observação.

Nota-se, ainda que apesar da diminuição considerável em termos de amplitudes obtida pela placa mista, aço e concreto, existe uma grande influência de modos relativos a frequências mais elevadas que o primeiro na resposta da estrutura, o que pode ser constatado pelos gráficos no domínio da frequência apresentados nas Figuras de 5.21 a 5.26. Nestes gráficos, apesar dos primeiros modos apresentarem picos de contribuição para a amplitude de resposta bem maiores que os modos mais altos, estes apresentam uma contribuição nada desprezível, pelo contrário, bastante significativa.

Esta contribuição dos modos mais altos poderia se tornar danosa a estrutura. Imaginando-se uma estrutura real, composta por uma chapa de aço e uma camada de concreto, estrutura mista, consolidada com ligações rígidas, através de conectores metálicos, por exemplo. A exposição da estrutura a esse carregamento repetidas vezes induziria a fadiga do concreto na região próxima aos conectores, levando ao aparecimento de fissuras e conseqüentes problemas, decorrentes das mais variadas patologias, no aço e no concreto. Portanto, tão importante quanto à redução na amplitude de resposta obtida com a adição de uma camada de concreto é a eliminação da contribuição de modos de vibração mais altos que os primeiros.

A eliminação da contribuição dos modos de vibração mais altos é obtida com a introdução da camada de MVE. Isto é observado nos gráficos para a resposta no domínio do tempo mostrados nas Figuras 5.16, 5.18 e 5.20, onde a curva obtida para a placa sanduíche com MVE é muito mais suave do que a obtida para a placa mista. Esta observação é confirmada pelos gráficos no domínio da frequência, mostrados nas Figuras 5.22, 5.24 e 5.26. Através destes pode-se observar claramente que os modos para frequências acima dos 30 Hz passaram a ter sua contribuição para resposta da estrutura sanduíche totalmente desprezível, restando apenas a referente aos primeiros modos.

Além dessa benéfica eliminação dos modos mais altos para a resposta da estrutura sanduíche é bom ressaltar a redução na amplitude, sendo o valor máximo aproximadamente igual a 0,06 mm, ou seja, 25% menor do que aquela obtida para a placa mista, com considerável incremento no amortecimento estrutural, mostrado no rápido decréscimo das amplitudes de resposta para a placa sanduíche em relação à mista.

Das observações anteriores conclui-se que o MVE, introduzido em uma estrutura, pode tornar-se um eficiente dispositivo de redução de vibrações, reduzindo amplitudes de resposta e eliminando a contribuição dos modos mais altos, esta última podendo vir a se tornar danosa, dependendo de outros fatores ligados às características da estrutura.

Observando-se, ainda, os gráficos no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, apresentados nas Figuras 5.22, 5.24 e 5.26, uma inevitável pergunta surge: seria possível reduzir mais ainda, de forma significativa, as amplitudes dos primeiros modos e conseqüente amplitude de resposta da estrutura sanduíche, alterando somente as características do material? Além disso, é possível fazê-lo sem comprometer o desempenho para os modos mais altos? Para tentar responder a essas questões observa-se a Figura 3.3, reproduzida novamente aqui, a qual mostra o gráfico das características de três MVE's, variando com a frequência.

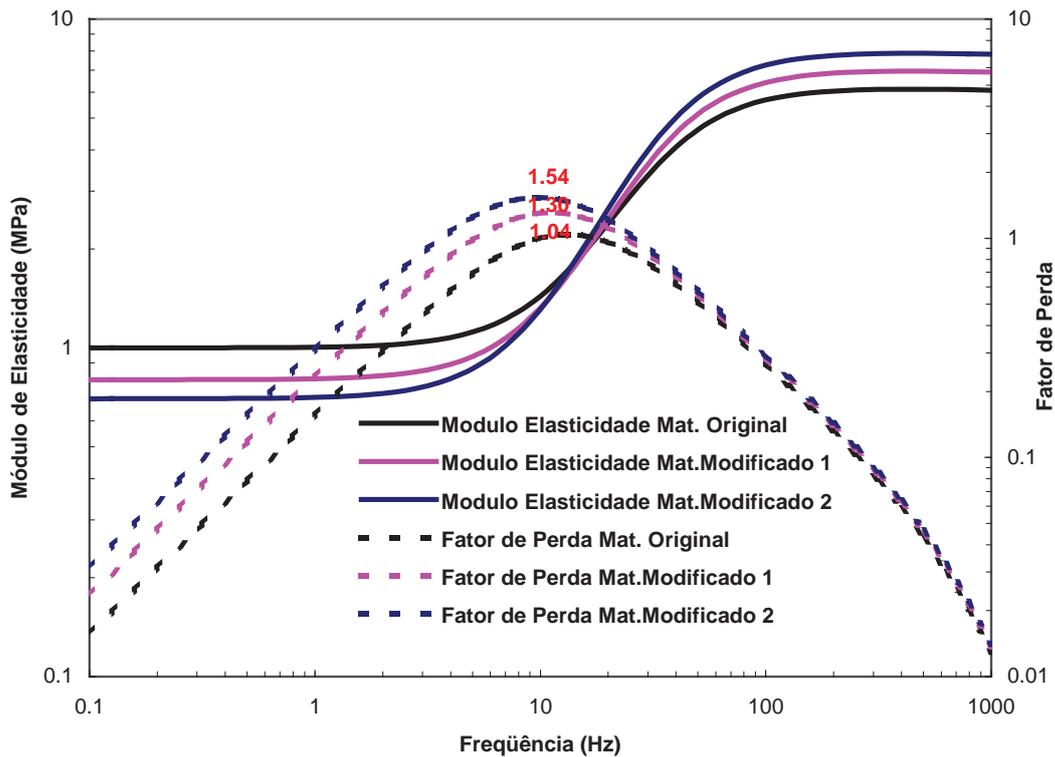


Figura 3.3. Materiais viscoelásticos: variações de  $E'$  e  $\eta$  com a frequência.

Como já analisado anteriormente, no capítulo 2, o fator de perda ( $\eta$ ) está relacionado diretamente com a taxa de amortecimento do MVE. Assim, quanto maior é este maior será o amortecimento produzido pelo MVE na estrutura. Substituindo-se o MVE original, empregado na análise, pelo modificado 2, que apresenta os maiores valores para o fator de perda, atingindo o máximo próximo aos 10 Hz, com pico de 1,54, com quase 34% acima do pico para o original (1,04), faz-se, uma reanálise da estrutura sanduíche, para o caso mais desfavorável observado, que é o da carga aplicada no ponto P1 e deslocamento vertical observado no ponto C1.

Fazendo-se, portanto, a reanálise da placa sanduíche, considerando a camada de material MVE modificado 2, e com a resposta obtida para este caso, traçou-se o gráfico no domínio do tempo, Figura 5.27, e o gráfico no domínio da frequência, Figura 5.28.

Da primeira figura observa-se que houve uma pequena diminuição no valor máximo da amplitude de resposta, com um amortecimento estrutural um pouco maior. Comparando-se a Figura 5.28 com a Figura 5.22, nota-se uma pequena diminuição na amplitude do segundo pico, enquanto a amplitude do primeiro ficou praticamente inalterada.

Portanto, apesar do valor máximo do fator de perda para o MVE modificado 2 ser aproximadamente 34% maior do que o máximo para o MVE original, esta diferença não se traduziu em termos de amortecimento, como poderia a primeira vista ser esperado, uma vez que o fator de perda está diretamente ligado ao amortecimento, conforme equação (2.28). Isto pode ser explicado pela natureza com que o um MVE produz amortecimento em uma estrutura. A energia de vibração é dissipada por um elemento viscoelástico através de deformações cisalhantes que ocorrem devido ao movimento relativo entre as camadas que compõe o material. Para o caso da estrutura em placa sanduíche, estas deformações surgem principalmente devido à flexão, onde quanto maior é a curvatura assumida pela placa durante o fenômeno de vibração, maior serão as deformações cisalhantes e maior será a dissipação de energia produzida pelo MVE.

Como sabidamente para o caso em análise os primeiros modos, principalmente o primeiro, a curvatura assumida pelas placas em cada forma modal é pequena, a deformação cisalhante no MVE é menor, e a dissipação de energia torna-se menos eficiente que a produzida para os modos mais altos. Logo, para os primeiros modos de vibração, no caso em questão, em que as curvaturas são mais suaves um incremento nas propriedades do MVE não representa um aumento proporcional no nível de amortecimento da estrutura em que este material encontra-se incluso.

Assim, para se obter o máximo de amortecimento induzido por um MVE é necessário buscar os melhores valores para suas características de acordo com o nível de redução de vibrações que se deseja induzir em uma determinada estrutura, isto é, uma busca dos parâmetros da modelagem via GHM ( $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$ ) para os quais este objetivo é atingido. Em outras palavras, para qualquer estrutura pode-se, através de um problema de otimização, determinar os parâmetros  $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$  que caracterizam um MVE a ser introduzido para obtenção de um desejável nível de redução de vibrações da estrutura.

Como informação complementar, ressalta-se que as análises desenvolvidas para a estrutura com MVE foram executadas no CRAY T90 da UFRGS [59], assim como foi dito na seção anterior. Isto foi necessário porque os microcomputadores disponíveis não tinham capacidade para efetuar tais análises dentro de um tempo razoável de poucas horas.

Observou-se que, apesar do tempo de cpu ser maior do que o observado para os casos analisados na seção anterior, envolvendo placas sanduíches, por ter um número consideravelmente maior de elementos, principalmente com relação aos viscoelásticos,

o número de operações de ponto flutuante por segundos para estes casos mantiveram-se próximas à apresentada na Tabela 5.5. Assim, pode-se afirmar que o PEFAMV, para os casos analisados nesta seção envolvendo estruturas com MVE, manteve o mesmo desempenho em uma máquina vetorial observado na análise da placa sanduíche apresentado na seção 5.2.2.

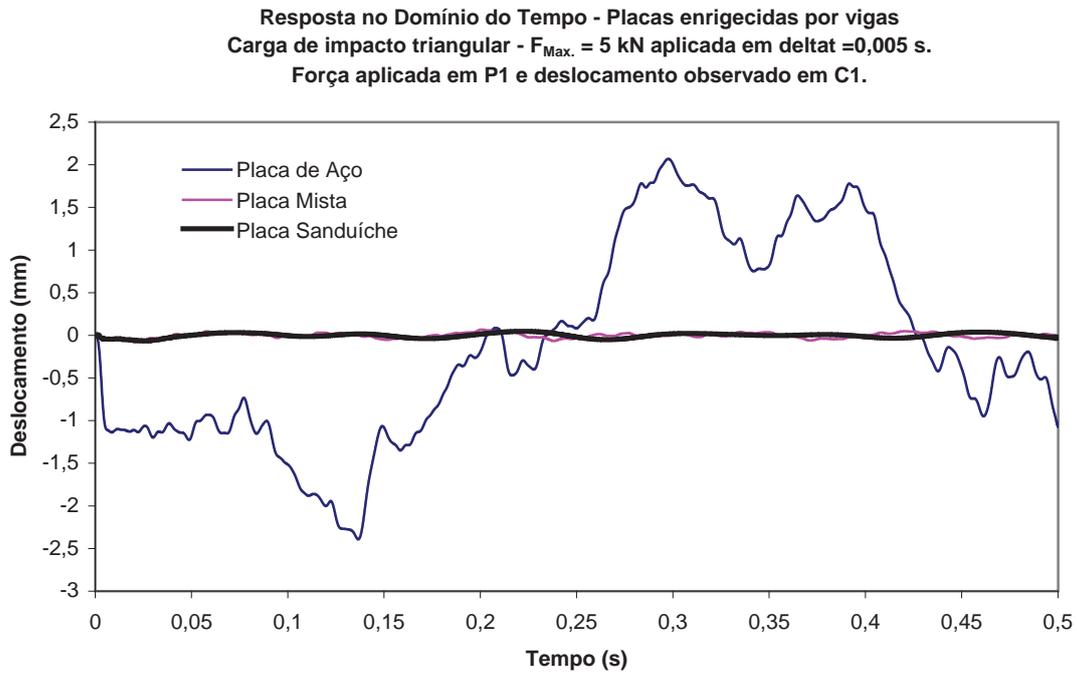


Figura 5.15. Respostas no domínio do tempo para as placas de aço, mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1.

Resposta no Domínio do Tempo - Placas enrijecidas por vigas  
 Carga de impacto triangular -  $F_{Max.} = 5 \text{ kN}$  aplicada em  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ .  
 Força aplicada em P1 e deslocamento observado em C1.

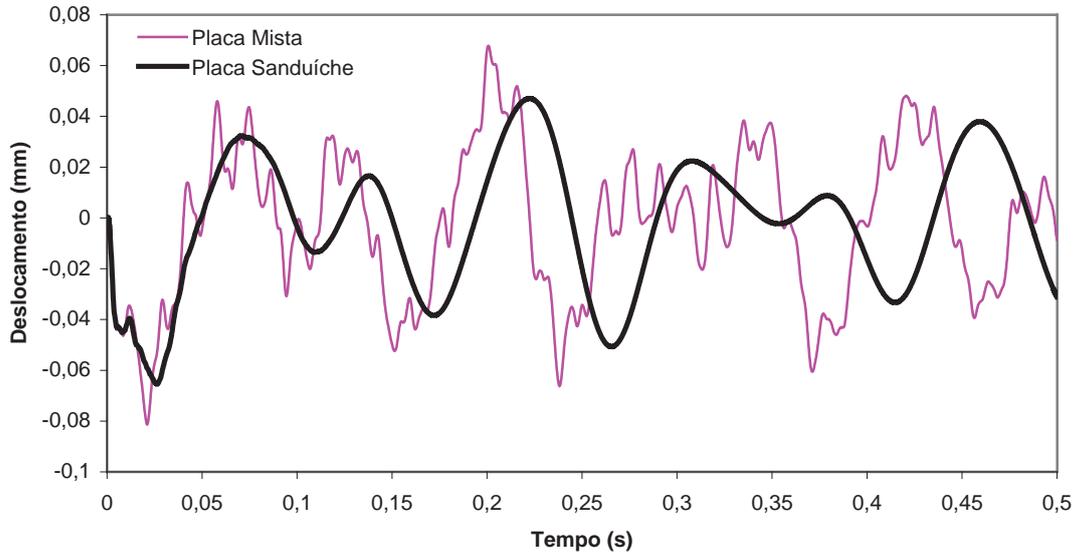


Figura 5.16. Resposta no domínio do tempo para as placas mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1.

Resposta no Domínio do Tempo - Placas enrijecidas por vigas  
 Carga de impacto triangular -  $F_{Max.} = 5 \text{ kN}$  aplicada em  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ .  
 Força aplicada em P1 e deslocamento observado em C2.

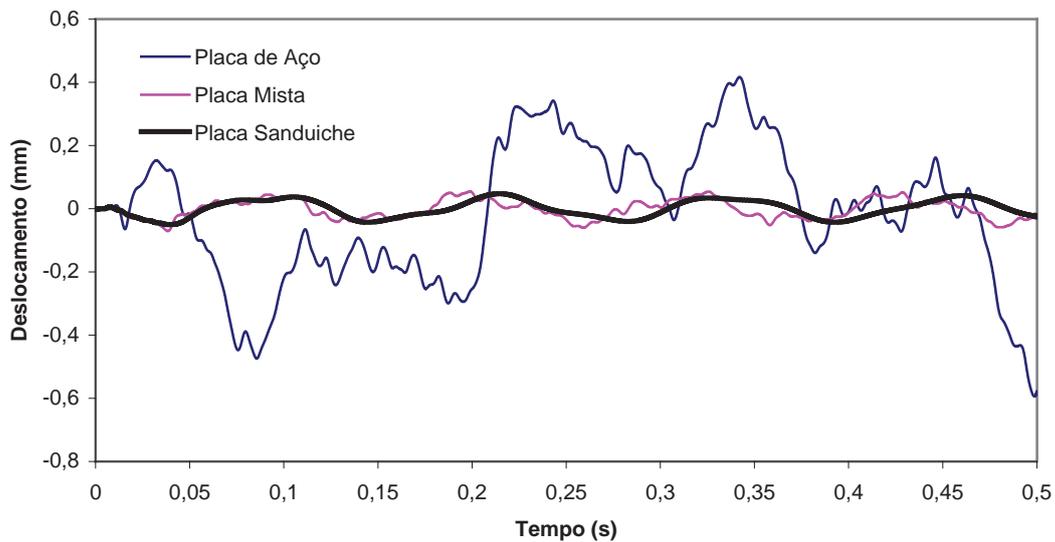


Figura 5.17. Resposta no domínio do tempo para as placas de aço, mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2.

Resposta no Domínio do Tempo - Placas enrijecidas por vigas  
 Carga de impacto triangular -  $F_{Max.} = 5 \text{ kN}$  aplicada em  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ .  
 Força aplicada em P1 e deslocamento observado em C2.

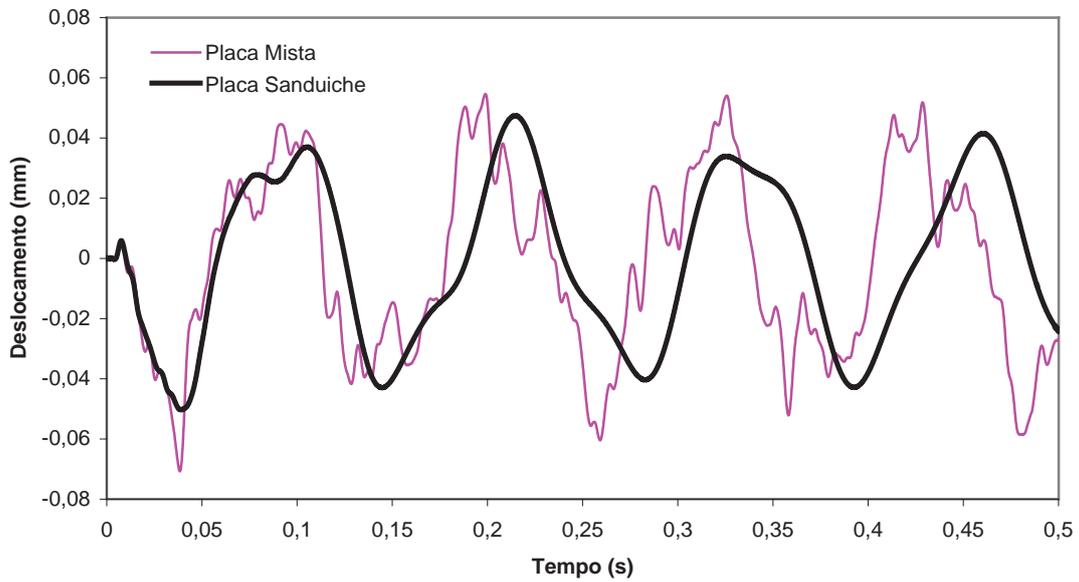


Figura 5.18. Resposta no domínio do tempo para as placas mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2.

Resposta no Domínio do Tempo - Placas enrijecidas por vigas  
 Carga de impacto triangular -  $F_{Max.} = 5 \text{ kN}$  aplicada em  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ .  
 Força aplicada em P2 e deslocamento observado em C2.

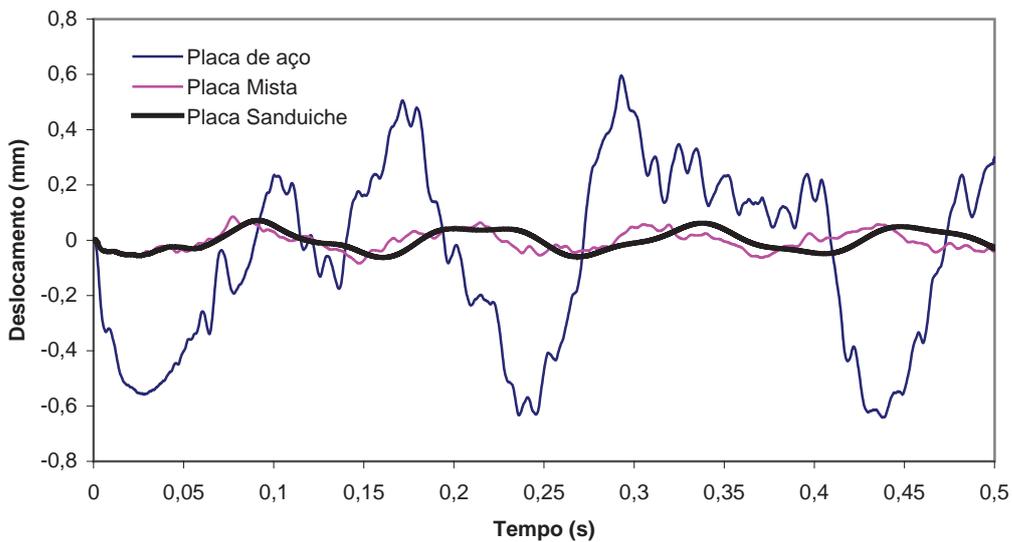


Figura 5.19. Resposta no domínio do tempo para as placas de aço, mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2.

Resposta no Domínio do Tempo - Placas enrijecidas por vigas  
 Carga de impacto triangular -  $F_{Max.} = 5 \text{ kN}$  aplicada em  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ .  
 Força aplicada em P2 e deslocamento observado em C2.

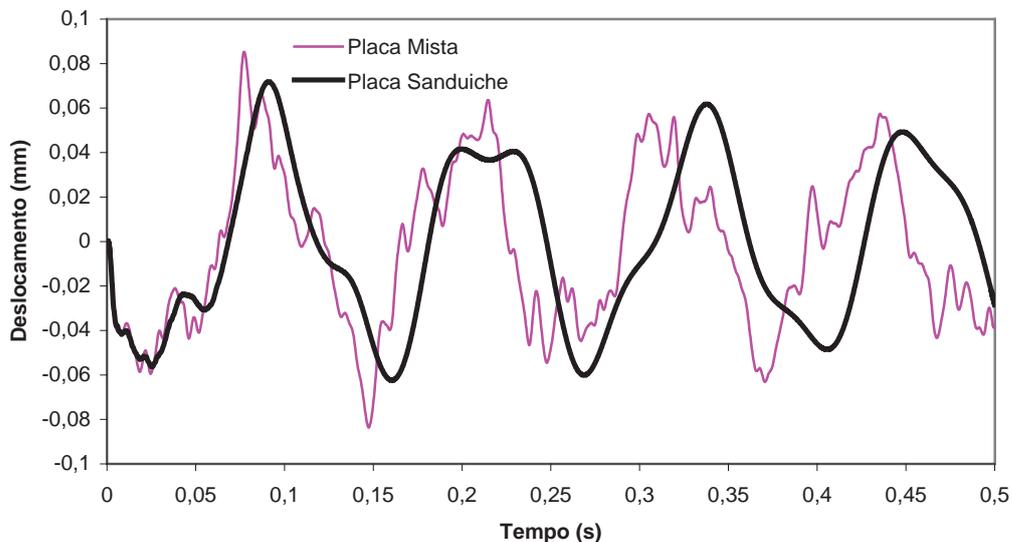


Figura 5.20. Resposta no domínio do tempo para as placas mista e sanduíche, enrijecidas por vigas de aço, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2.

Resposta no Domínio da Frequência - FFT - Placas de aço, mista e sanduíche

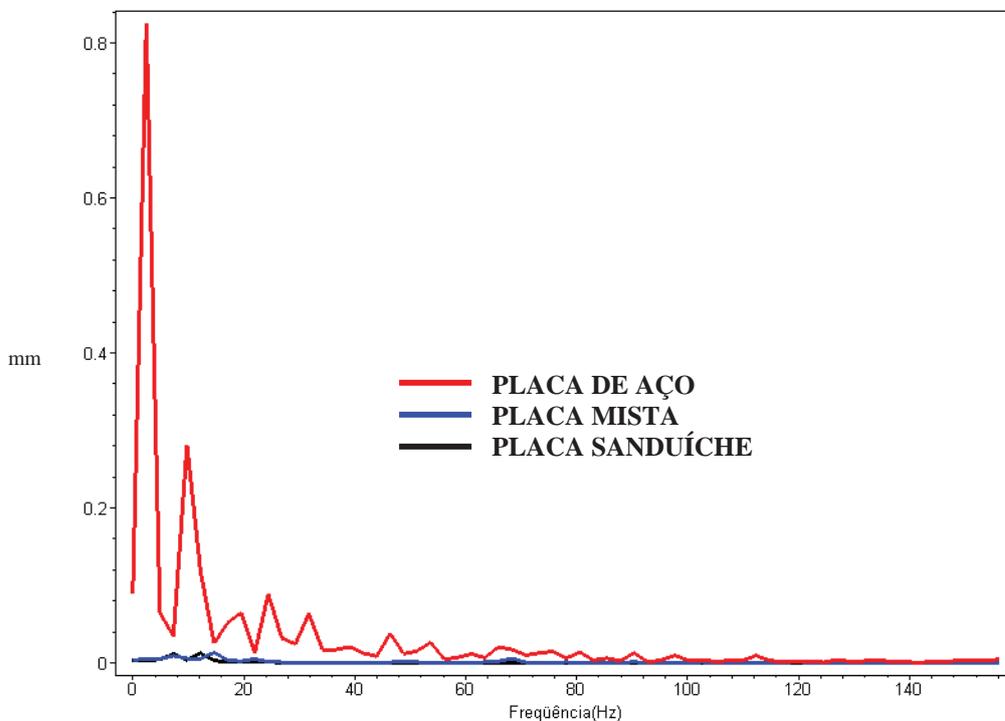


Figura 5.21. Resposta no domínio da frequência, para as placas de aço, mista e sanduíche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1.

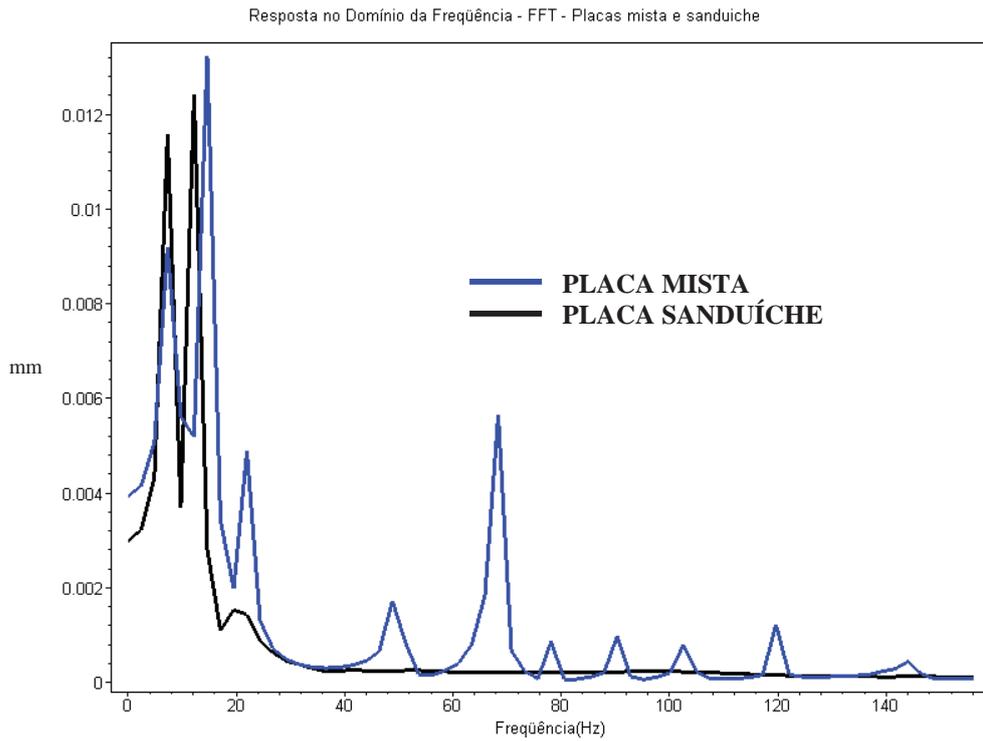


Figura 5.22. Resposta no domínio da frequência, para as placas mista e sanduiche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C1.

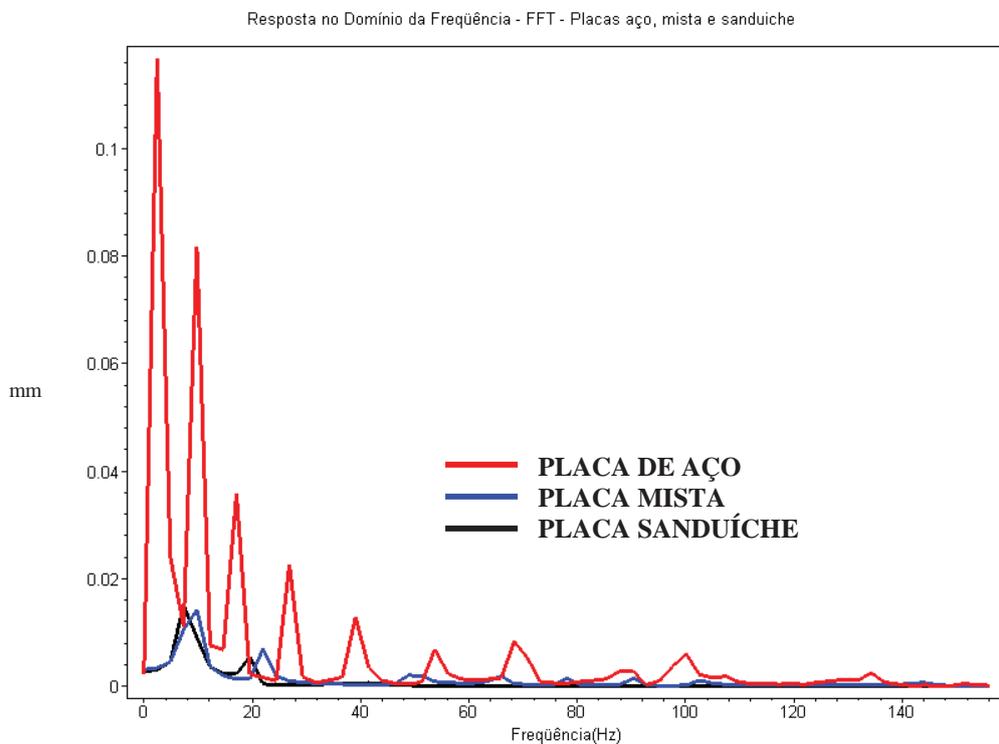


Figura 5.23. Resposta no domínio da frequência, para as placas de aço, mista e sanduiche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2.

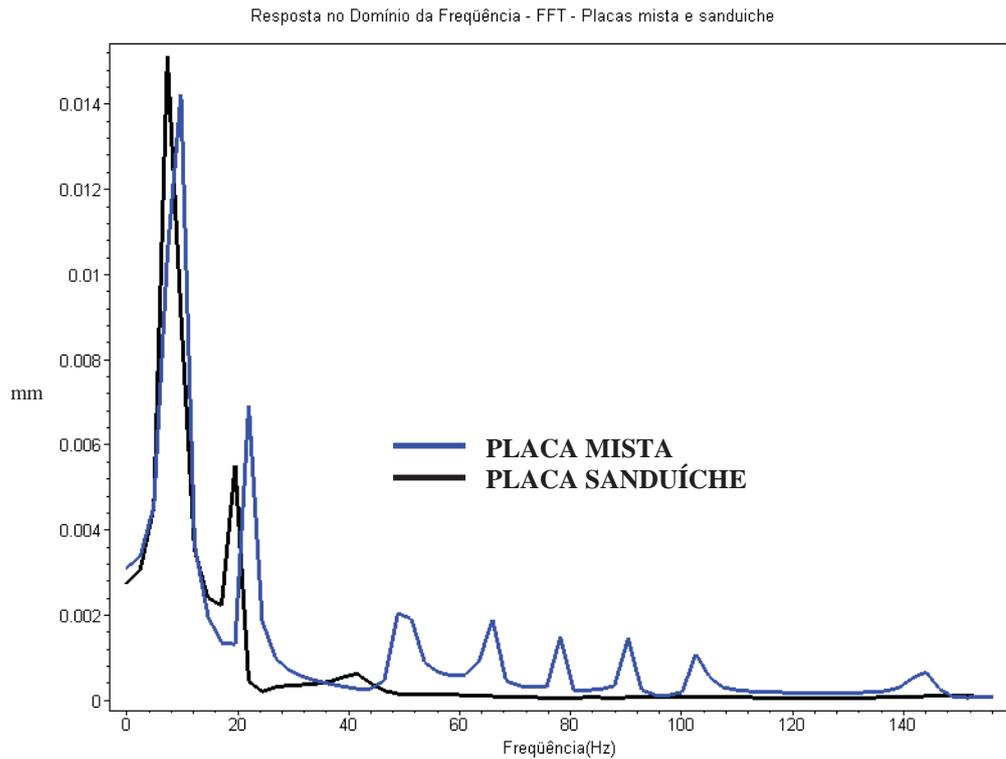


Figura 5.24. Resposta no domínio da frequência, para as placas mista e sanduíche, com a força aplicada em P1 e ponto de observação C2.

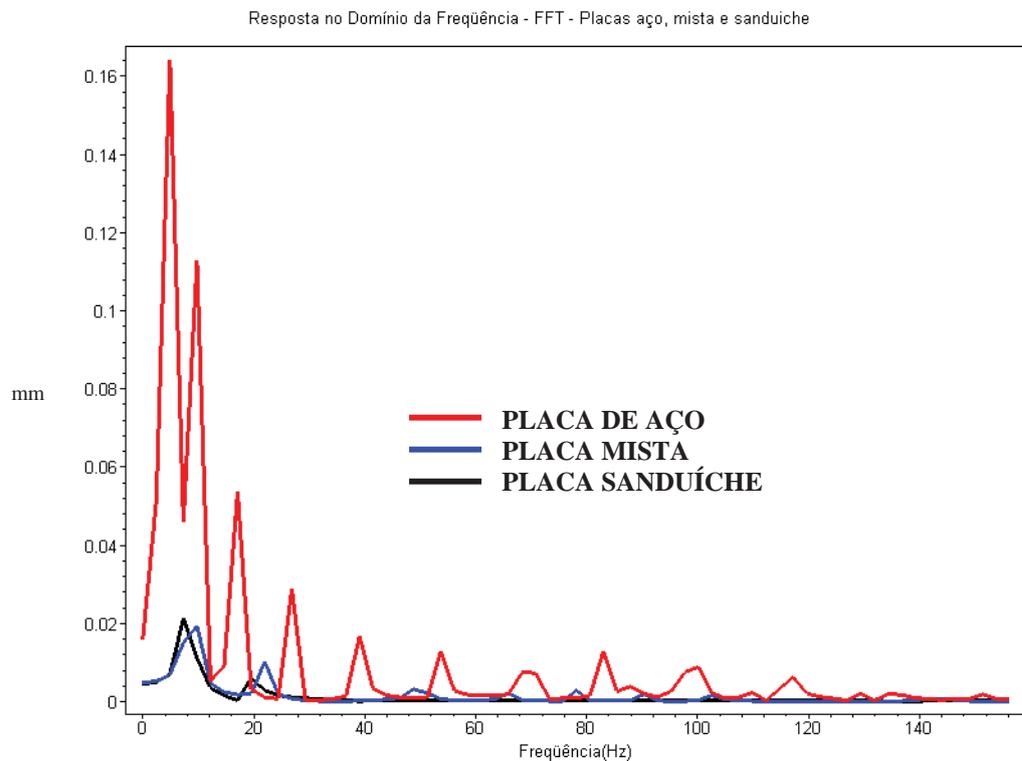


Figura 5.25. Resposta no domínio da frequência, para as placas de aço, mista e sanduíche, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2.

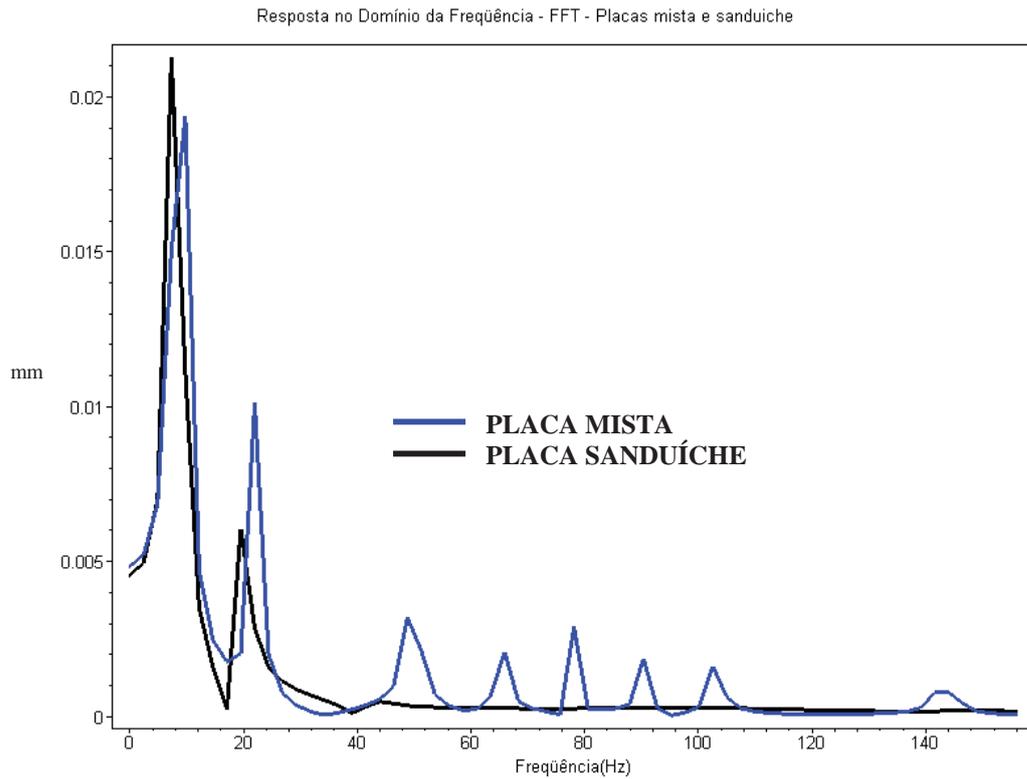


Figura 5.26. Resposta no domínio da frequência, para as placas mista e sanduíche, com a força aplicada em P2 e ponto de observação C2.

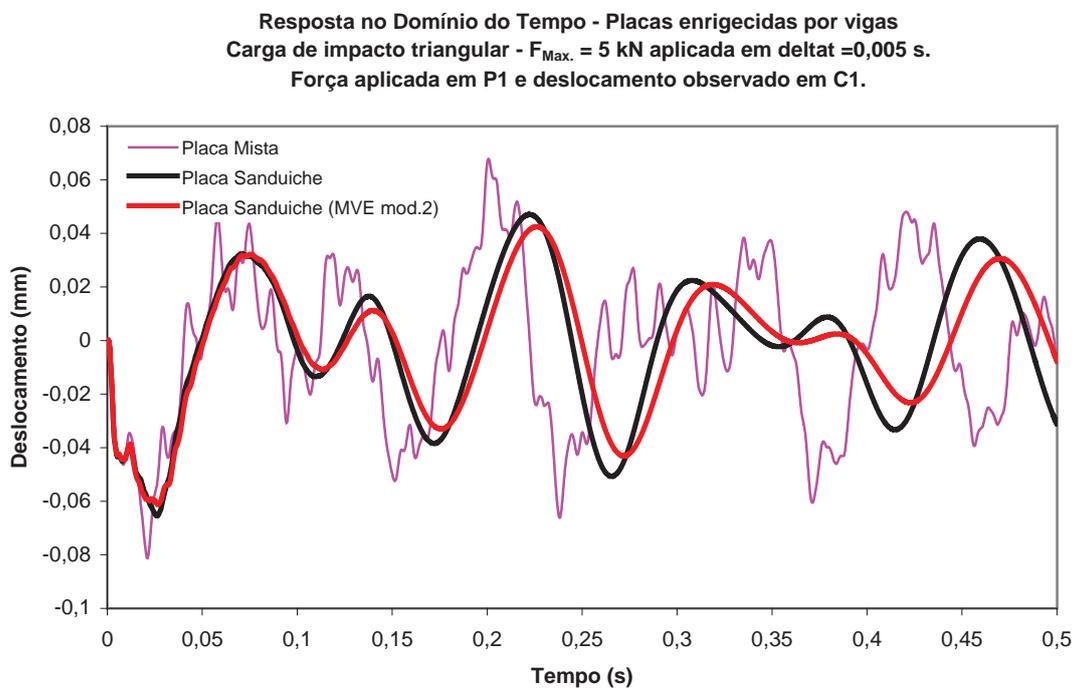


Figura 5.27. Resposta no domínio do tempo para as placas mista, sanduíche com MVE original e modificado 2, para a força aplicada em P1 e deslocamento observado em C1.

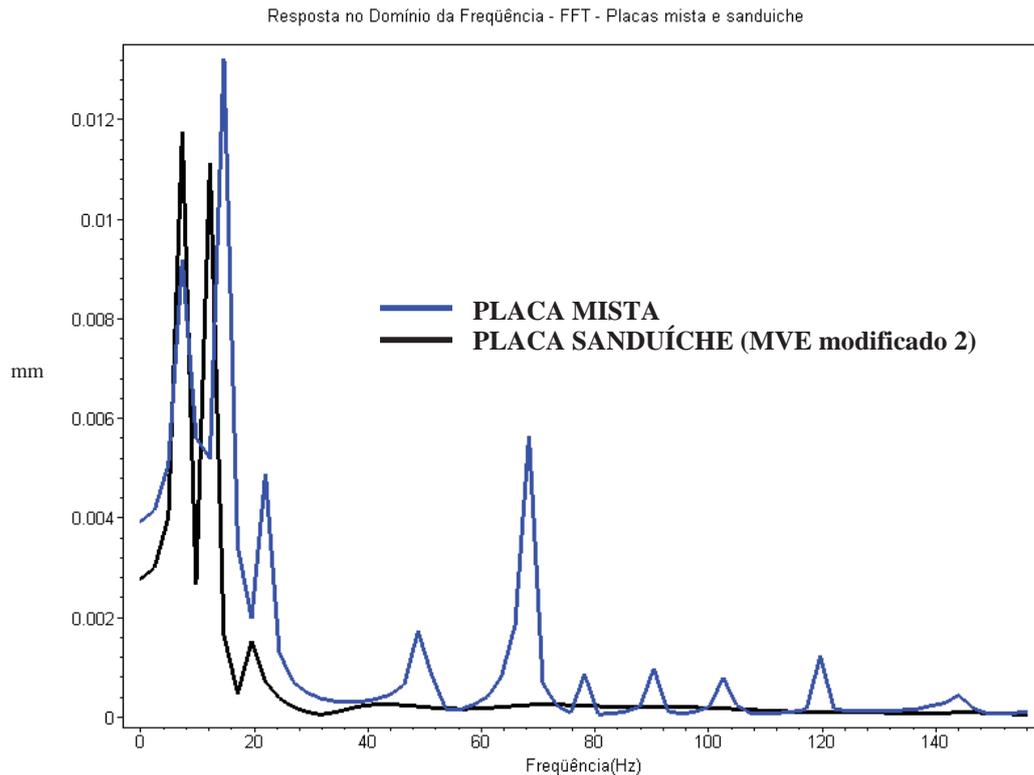


Figura 5.28. Resposta no domínio da frequência para a placa mista e a sanduíche com MVE modificado 2, para a força aplicada em P1 e deslocamento observado em C1.

## 5.5. Exemplos Comparativos com Resultados Experimentais

Esta seção está dividida em duas etapas, a primeira apresenta os exemplos de uma placa de aço e outra sanduíche com MVE, e a segunda etapa apresenta o exemplo de um amortecedor cilíndrico composto com MVE. Os resultados obtidos através do PEFAMV para todos esses exemplos são comparados com resultados experimentais.

### 5.5.1. Placa Sanduíche com Condições de Contorno Totalmente Livre

Neste exemplo é feita uma análise de uma placa sanduíche composta de uma placa principal de aço com espessura de 12,7 mm, uma placa restritora também em aço com espessura de 3,175 mm e uma camada de MVE com espessura de 0,15 mm. A placa sanduíche possui dimensões laterais de 355,6 mm x 355,6 mm, com condições de

contorno assumidas como totalmente livres e tendo uma força harmônica, de intensidade unitária, atuando no centro da mesma, Figura 5.29.

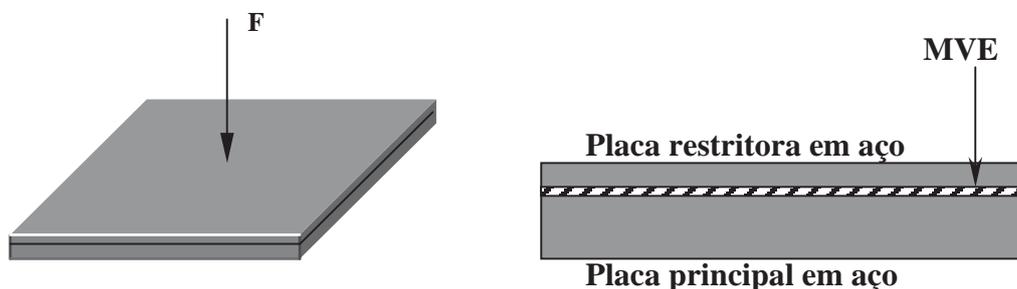


Figura 5.29. Placa sanduíche com bordos livres sob ação de uma força “F”.

A análise experimental deste exemplo foi desenvolvida e apresentada por Lu et al [33,34], em que emprega como MVE um material polimérico a base de acrílico desenvolvido pela 3M Company, o SJ2015X, o qual possui uma massa específica de  $1.100,00 \text{ kg/m}^3$ .

Para conduzir o experimento a placa foi suspensa no ar através de fios elásticos de peso desprezível. Este arranjo resulta em um sistema cujas frequências naturais de movimento de corpo rígido ficam bem abaixo das frequências teóricas de vibração por flexão da placa com condições de contorno totalmente livres.

A placa sanduíche foi excitada em determinadas frequências por um excitador eletromecânico instalado no centro geométrico, na direção normal ao plano da placa. No ponto de aplicação da força foi medida a impedância mecânica, a qual é definida como a razão entre a força aplicada e a velocidade produzida. Este procedimento foi repetido para uma ampla faixa de frequências (50 – 5000 Hz) e os valores obtidos de impedância foram postos na ordenada de um gráfico com escala logarítmica, tendo como abscissa, também em escala logarítmica, a frequência de excitação da força. Este gráfico reproduzido na Figura 5.30, também apresenta resultados numéricos, obtidos por Lu et al. [33,34], por meio do NASTRAN [35].

Os resultados numéricos foram obtidos para uma discretização em elementos finitos, composta por três camadas de elementos, onde cada camada foi modelada com um conjunto de  $5 \times 5$  elementos, sendo a modelagem feita, por simetria, para apenas um quarto da placa composta. A placa principal e a restritora foram modeladas com elementos de placa homogênea com quatro nós, enquanto a camada de MVE foi

modelada com elementos hexaédricos isoparamétricos lineares com oito nós. Assim, quatro níveis de malhas foram utilizados para a análise (ver Fig. 5.31): uma em cada plano médio das placas elásticas, e as outras duas, respectivamente, na superfície superior e inferior da camada viscoelástica. As camadas elásticas (placas de aço) foram assumidas como sem amortecimento e rigidamente conectadas à camada viscoelástica.

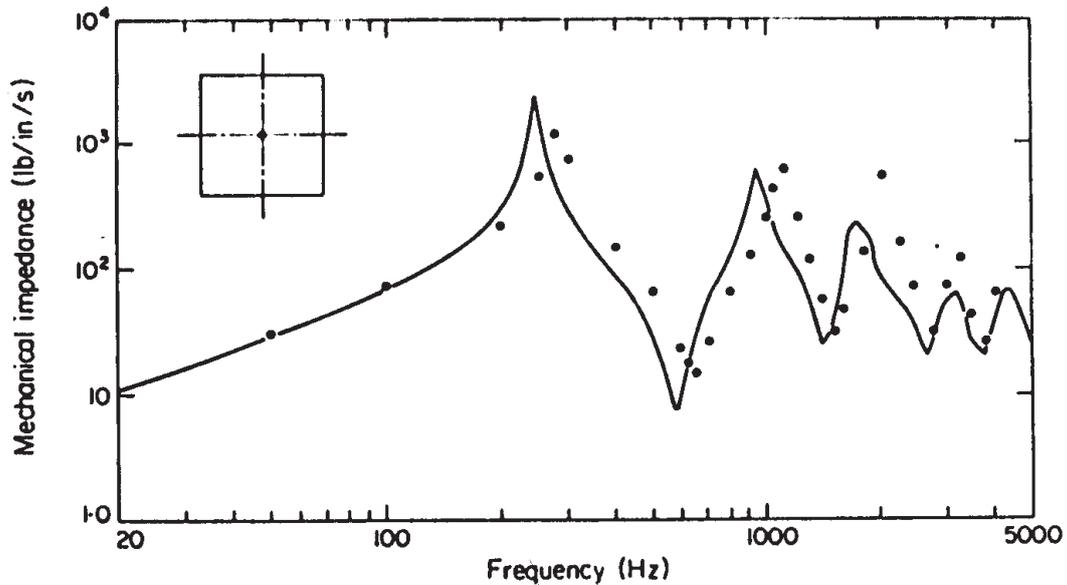


Figura 5.30. Impedância mecânica (força/velocidade) no centro da placa sanduíche.

— Dados experimentais, • Solução NASTRAN, segundo Lu et al [33,34].

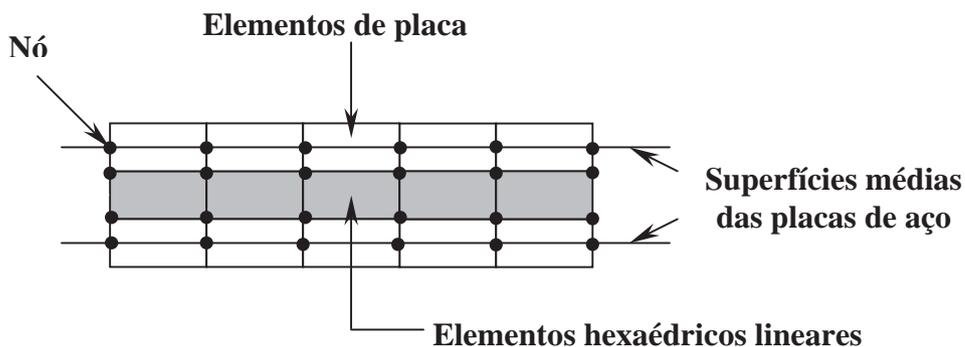


Figura 5.31. Malha em elementos finitos para modelagem numérica segundo Lu et al. [33,34].

Para aferir a precisão dos resultados numéricos, Lu et al [33,34] primeiro determinou a resposta para uma placa isotrópica cujo amortecimento adotado no modo fundamental não é especificado no referido trabalho, apenas apresenta o gráfico reproduzido na Figura 5.32.

O gráfico experimental da Figura 5.32 foi obtido através de um procedimento análogo ao utilizado para a placa sanduíche, apenas trocando o espécime de ensaio pela placa principal. Os correspondentes resultados numéricos foram obtidos considerando-se uma malha simples de elementos finitos com apenas uma camada de elementos de placa homogênea.

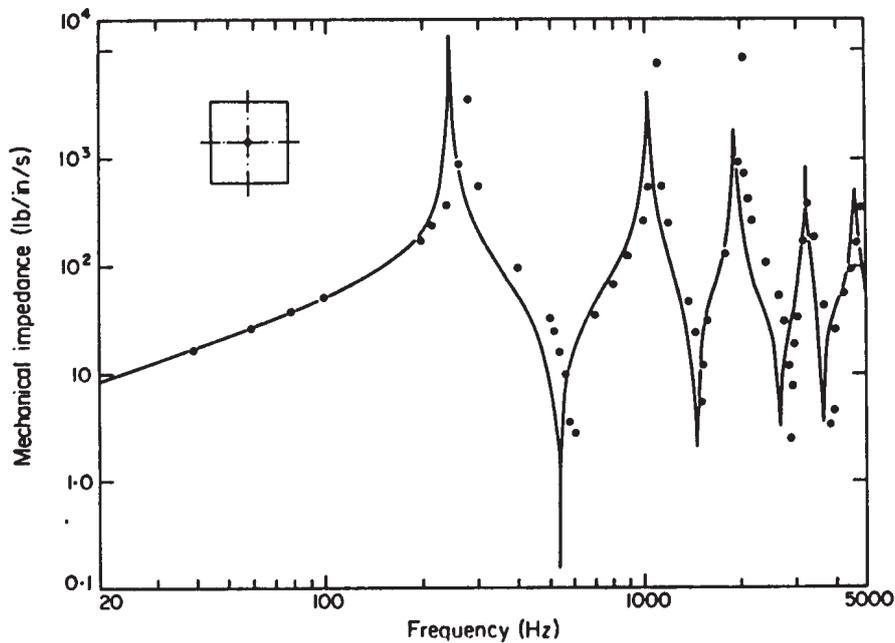


Figura 5.32. Impedância mecânica no centro da placa principal de aço.

— Dados experimentais, • Solução NASTRAN, segundo Lu et al [33].

Para a obtenção dos resultados via o programa PEFAMV foi necessário inicialmente, definir as curvas do módulo de armazenamento e do fator de perda para o MVE em questão. Considerando-se que os testes foram executados a uma temperatura de 20°C (68°F), as propriedades dinâmicas do MVE podem ser obtidas para uma faixa de 50 Hz até 1000 Hz através dos ábacos fornecidos pelo fabricante [34], os quais são reproduzidos na Figuras 5.33.

**DYNAMIC SHEAR STORAGE MODULUS OF SJ 2015 X      DYNAMIC SHEAR LOSS MODULUS OF SJ 2015 X**

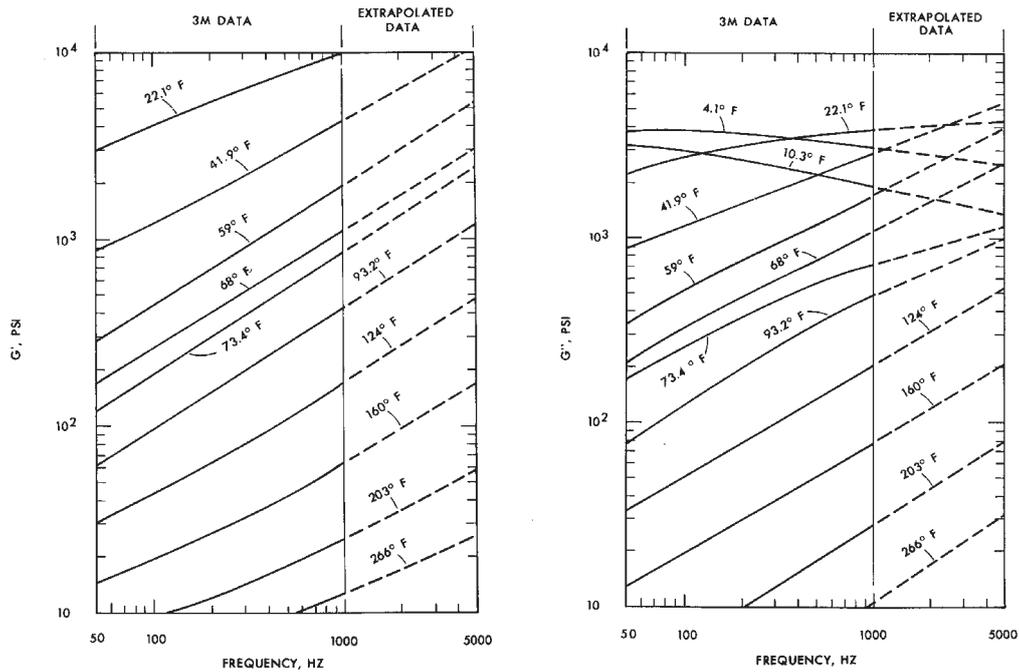


Figura 5.33. Módulo de Armazenamento e de Perda do material SJ 2015 X, da 3M, para o cisalhamento dinâmico [34].

A partir dos ábacos apresentados na Figura 5.33 foi possível obter valores para o módulo de armazenamento longitudinal ( $E$ ) e do fator de perda ( $\eta$ ), cujas características dinâmicas foram utilizadas na modelagem via GHM. Tais valores são mostrados nos gráficos apresentados na Figura 5.34.

Fez-se então, uma busca dos parâmetros  $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$  necessários para modelagem via GHM, utilizando-se para isso uma varredura acoplada com o Método dos Mínimos Quadrados através de um algoritmo bastante simples [7]:

Início

$$NG = 10^{10} \text{ (número suficientemente grande)}$$

Para  $\varepsilon_t = \varepsilon_{\text{inicial}}$  até  $\varepsilon_{\text{final}}$  passo  $\Delta\varepsilon$  faça

Para  $\alpha_t = \alpha_{\text{inicial}}$  até  $\alpha_{\text{final}}$  passo  $\Delta\alpha$  faça

Para  $\beta_t = \beta_{\text{inicial}}$  até  $\beta_{\text{final}}$  passo  $\Delta\beta$  faça

Para  $\delta_t = \delta_{\text{inicial}}$  até  $\delta_{\text{final}}$  passo  $\Delta\delta$  faça

Se  $\Gamma(\varepsilon_t, \alpha_t, \beta_t, \delta_t) < NG$  então

$$NG = \Gamma(\varepsilon_t, \alpha_t, \beta_t, \delta_t)$$

Fim do Se

Fim do Para

Fim do Para

Fim do Para

Fim do Para

Fim

$$\text{Onde } \Gamma(\varepsilon_t, \alpha_t, \beta_t, \delta_t) = \sum_{i=1}^N \left\{ \Psi_1 \left[ \frac{E'^*(\omega_i) - E'_t{}^*(\omega_i)}{E'^*(\omega_i)} \right]^2 + \Psi_2 \left[ \frac{\eta'^*(\omega_i) - \eta'_t{}^*(\omega_i)}{\eta'^*(\omega_i)} \right]^2 \right\},$$

sendo N o número de pontos discretos  $[\omega_i, E'^*(\omega_i)]$  e  $[\omega_i, \eta'^*(\omega_i)]$  ( $i = 1, \dots, N$ ) extraídos diretamente das curvas experimentais (Figura 5.33);  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  coeficientes de ponderação;  $E'_t{}^*$  e  $\eta'_t{}^*$  os valores obtidos através das expressões abaixo, levando-se em conta a função dissipação definida na equação (4.19) e as equações (3.13) e (3.14).

$$E'_t{}^*(\omega_i) = \varepsilon_t + \sum_{l=1}^M \frac{\alpha_l \omega_i^2 (\omega_i^2 - \delta_l + \beta_l^2)}{(\delta_l - \omega_i^2) + \beta_l^2 \omega_i^2} \quad (5.2)$$

$$\eta'_t{}^*(\omega_i) = \left[ \sum_{l=1}^M \frac{\alpha_l \beta_l \delta_l \omega_i}{(\delta_l - \omega_i^2)^2 + \beta_l^2 \omega_i^2} \right] \frac{1}{E'_t{}^*(\omega_i)} \quad (5.3)$$

Sendo:

$$\alpha_1 = \alpha_t, \alpha_2 = 1,25 \alpha_1, \dots, \alpha_M = 1,25 \alpha_{M-1}.$$

$$\beta_1 = \beta_t, \beta_2 = 1,5 \beta_1, \dots, \beta_M = 1,5 \beta_{M-1}.$$

$$\delta_1 = \delta_t, \delta_2 = 2 \delta_1, \dots, \delta_M = 2 \delta_{M-1}.$$

Outras formas que podem ser empregadas para se ajustarem os parâmetros necessários à modelagem via o GHM são: algoritmos iterativos (Newton-Raphson) [62]; algoritmos genéticos [63]; otimizadores [64]. Adotou-se a varredura acoplada com o Método dos Mínimos Quadrados por ser de fácil implementação.

Assim, considerando-se o algoritmo apresentado anteriormente, para  $M = 18$  termos, foram determinados os parâmetros ( $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$ ) necessários para a modelagem via GHM do MVE SJ 2015 X. Tais valores são apresentados na tabela abaixo:

Tabela 5.6. Parâmetros para modelagem via GHM do MVE SJ 2015 X.

i	$\alpha_i$ (MPa)	$\beta_i$ (s <sup>-1</sup> )	$\delta_i$ (s <sup>-2</sup> )
1	0,23	55	10.650
2	0,2875	82,5	21.300
3	0,359375	123,75	42.600
4	0,44921875	185,625	85.200
5	0,561523438	278,4375	170.400
6	0,701904297	417,65625	340.800
7	0,877380371	626,484375	681.600
8	1,096725464	939,7265625	1.363.200
9	1,37090683	1.409,589844	2.726.400
10	1,713633537	2.114,384766	5.452.800
11	2,142041922	3.171,577148	10.905.600
12	2,677552402	4.757,365723	21.811.200
13	3,346940343	7.136,048584	43.622.400
14	4,183675628	10.704,07288	87.244.800
15	5,229594535	16.056,10931	174.489.600
16	6,536993169	24.084,16397	348.979.200
17	8,171241461	36.126,24596	697.958.400
18	10,21405183	54.189,36893	1.395.916.800
$\varepsilon = 1,95$			

Com esses parâmetros foi possível obter-se os gráficos das propriedades do MVE, conforme apresentado na Figura 5.34, onde aparecem também representados os valores obtidos por Lu et al [33,34] através das expressões:

$$G' = (102,39 \times 10^3) f^{0,625} \quad (5.4)$$

$$\eta = 1,6274 f^{-0,072} \quad (5.5)$$

onde,

$G'$  – Módulo de armazenamento transversal;

$\eta$  - Fator de perda;

$f$  - Frequência em Hz.

O módulo de armazenamento longitudinal por sua vez pode ser obtido pela expressão:  $E' = 2G'(1 + \nu)$ , sendo  $\nu$  o coeficiente de Poisson que é assumido ser igual a 0,48 para evitar dificuldades numéricas, Lu et al [33,34].

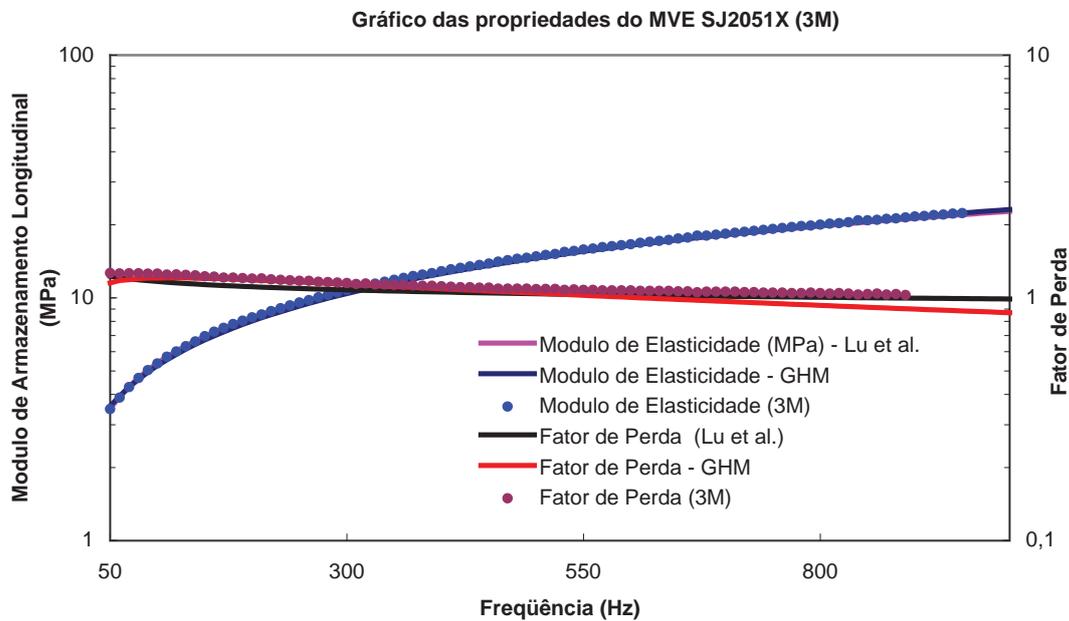


Figura 5.34. Propriedades do MVE SJ 2015 X da 3M Company.

Observa-se dos gráficos da Figura 5.34, que aqueles obtidos via GHM para as propriedades do MVE estão com boa aproximação em relação aos obtidos tanto pelas expressões de Lu et al [33,34] quanto os obtidos através dos ábacos da Figura 5.33 para a faixa de valores conhecida (50 – 1000 Hz).

Na solução deste exemplo através do PEFAMV utilizou-se para a análise da placa principal de aço uma malha de 20 x 20 elementos de placa (Figura 5.35), enquanto para a análise da placa sanduíche empregou-se 20 x 20 elementos de placa tanto para a placa principal quanto para a restritora, ambas de aço, e 20 x 20 elementos hexaédricos lineares para modelagem da camada de MVE, Figura 5.36, estando os nós da superfície superior de cada elemento hexaédrico ligados aos nós na superfície média de um elemento da placa restritora, enquanto que os da superfície inferior ligados aos nós na superfície média de um elemento da placa principal.

Para simular as condições de contorno experimentais e satisfazer aproximadamente as condições de bordos totalmente livres, tanto para placa principal de aço quanto para a sanduíche, foram empregados na modelagem apoios elásticos (molas)

com pequena rigidez nos quatros cantos da placa - além da restrição aos deslocamentos lineares no plano médio das placas nos quatros bordos apoiados - de modo a se obter como primeiras freqüências e modos de vibração aqueles relativos aos de corpo rígido (Figuras 5.35 e 5.36).

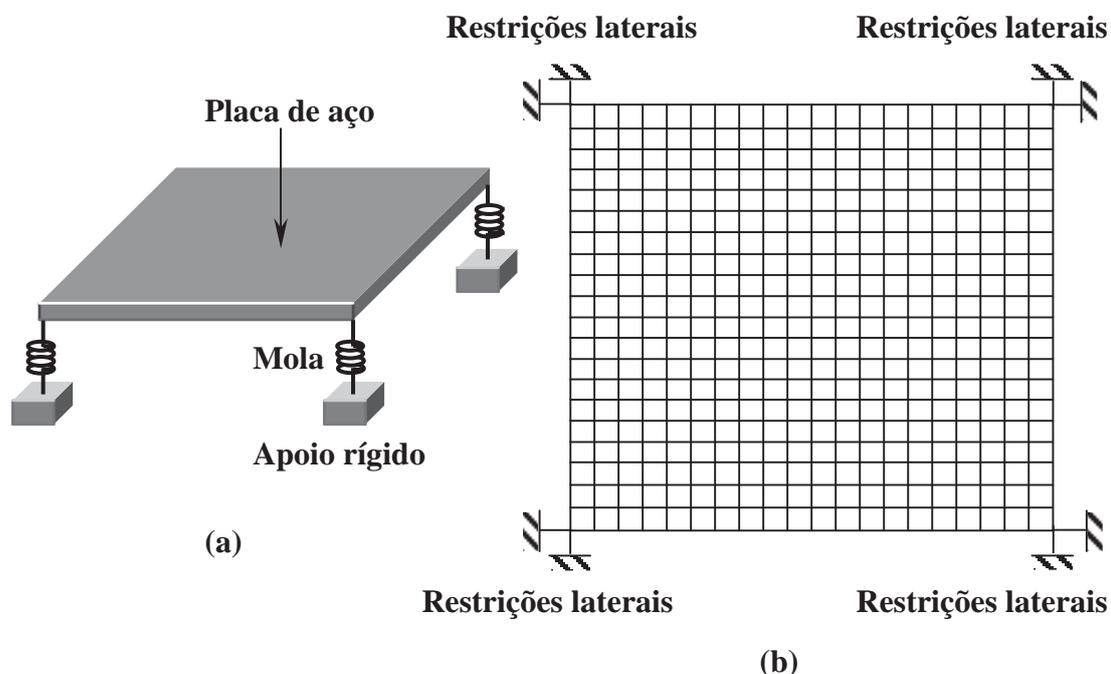


Figura 5.35. (a) Modelagem para a placa principal de aço, com (b) malha de 20 x 20 elementos do tipo placa e restrições lineares ao plano nos bordos.

As características dos materiais empregados na análise da placa principal e da placa sanduíche através do PEFAMV são apresentadas na Tabela 5.7. Vale salientar que apesar da suposição feita por Lu et al [33,34] de que as placas de aço não possuem amortecimento, observou-se através dos gráficos das Figuras 5.30 e 5.32 e de resultados obtidos empregando-se o PEFAMV que esta suposição conduz a erros nas respostas apresentadas, principalmente para a análise da placa principal de aço, tendo em vista que para o caso da placa sanduíche o amortecimento induzido no sistema pela camada MVE é muito maior, reduzindo sobremaneira a importância desta parcela de amortecimento estrutural.

Mesmo assim, por uma questão de precisão numérica, fez-se necessário levar em consideração o amortecimento para as placas de aço vibrando no meio ar. Através de tentativas e ajustes para a curva apresentada na Figura 5.32, chegou-se a uma taxa de amortecimento composta - 0,3% proporcional à massa e 0,005% proporcional à rigidez -

confirmando que para este caso a taxa de amortecimento é fortemente influenciada pela rigidez do sistema. Com as equações (4.6) ajustadas para o terceiro e sexto modos de vibrações, verificou-se serem estes modos os que contribuem efetivamente para a resposta da placa.

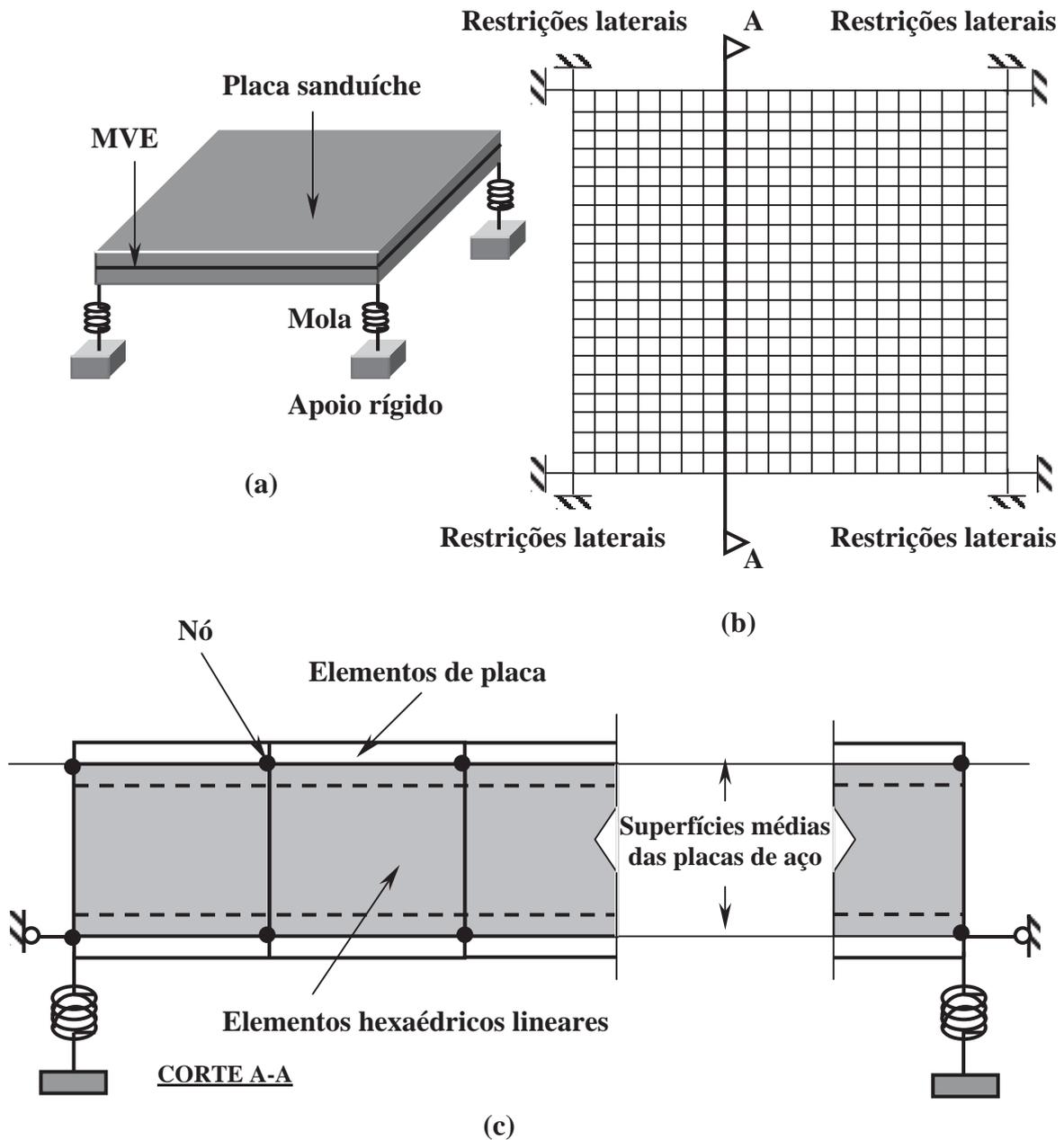


Figura 5.36. (a) Modelagem para a placa sanduíche com (b) malha de 20 x 20 elementos tipo placa (restritora e principal), (c) e de 20 x 20 elementos hexaédricos para a camada de MVE, tendo restrições lineares ao plano nos bordos.

Tabela 5.7. Características dos materiais empregados na análise da placa sanduíche com condições de contorno totalmente livre.

Característica	Aço	MVE	MOLA
Módulo de Elasticidade Longitudinal (MPa)	200.000	*	200.000
Coefficiente de Poisson	0,3	0,48	0,3
Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )	7827	1100	0,1
Taxa de Amortecimento	**	*	0,0
Rigidez da mola (N/m)	-	-	23,562

\* Valores dependentes da frequência definidos via GHM.

\*\* Taxa de amortecimento de 0,3% proporcional a massa e de 0,005% a rigidez.

Inicialmente determinou-se as frequências naturais e os modos de vibração para a placa principal, os quais foram comparados com os obtidos através do SAP2000 [32], empregando a mesma modelagem, e com valores teóricos para as frequências naturais de vibração de uma placa totalmente livre.

As frequências naturais teóricas de modos de corpo rígido para a placa principal de aço quadrada foram calculadas através das expressões:

$$\text{Primeiro modo:} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4K_{\text{mola}}}{M_{\text{placa}}}} \quad (5.6)$$

$$\text{Segundo e terceiro modos:} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2K_{\text{mola}} L_{\text{placa}}}{\bar{I}_{\text{placa}}}} \quad (5.7)$$

$$\bar{I}_{\text{placa}} = \frac{M_{\text{placa}} L_{\text{placa}}^3}{12} \quad (5.8)$$

Onde:

$K_{\text{mola}}$  - Rigidez de cada mola;

$M_{\text{placa}}$  - Massa da placa;

$L_{\text{placa}}$  - Dimensão lateral da placa;

$\bar{I}_{\text{placa}}$  - Momento de inércia em relação a cada eixo baricêntrico da placa.

Para o cálculo das frequências naturais teóricas de modos de flexão para a placa principal de aço quadrada empregou-se a expressão definida por Harris e Crede [40]:

$$\omega_n = B_n \sqrt{\frac{E h^2}{\rho_{placa} L_{placa}^4 (1 - \nu^2)}} \quad (5.9)$$

Onde:

- $\omega_n$  - Frequência natural circular do modo “n” (rad/s);
- $B_n$  - Constante para o modo “n”;
- E - Módulo de Elasticidade Longitudinal;
- h - Espessura da placa;
- $\rho_{placa}$  - Massa específica da placa;
- $L_{placa}$  - Dimensão lateral da placa;
- $\nu$  - Coeficiente de Poisson.

As constantes  $B_n$  necessárias, de acordo com a equação (5.9), ao cálculo das frequências naturais para os seis primeiros modos de flexão de uma placa quadrada com laterais totalmente livres são [40]:

$$B_1 = 4,07.$$

$$B_2 = 5,94.$$

$$B_3 = 6,91.$$

$$B_4 = 10,39.$$

$$B_5 = 17,80.$$

$$B_6 = 18,85.$$

A tabela 5.8 mostra um comparativo entre as frequências naturais obtidas empregando-se o PEFAMV e o SAP2000 [32] com as teóricas calculadas através das equações (5.6) a (5.9.).

Com relação aos modos de corpo rígido, da Tabela 5.8, observa-se que a primeira frequência natural obtida pelo SAP2000 [32] é igual ao valor teórico esperado, porém, para as demais frequências e as obtidas pelo PEFAMV, observa-se uma considerável diferença. Entretanto, os modos relativos a essas frequências apresentam a forma teórica esperada, translação na direção perpendicular a placa (primeiro modo) e rotação em relação a cada eixo baricêntrico do plano da placa (segundo e terceiro modo), conforme pode ser visto na Figura 5.37 (Pág. 129). Como a análise é conduzida

a uma faixa de frequências acima de 20 Hz, bem superior aos valores das frequências de corpo rígido, e os valores obtidos para as frequências naturais de flexão apresentam razoável aproximação com os teóricos, pode-se considerar que, para a análise em questão, a modelagem adotada representa de forma satisfatória uma placa totalmente livre, segundo condições de contorno experimentais.

Tabela 5.8. Frequências naturais da placa principal de aço com bordos livres, relativas aos primeiros modos de corpo rígido e flexão, obtidas pelo PEFAMV e SAP2000 [32], com os respectivos valores teóricos.

Frequências (Hz)			Diferença (%)		
	PEFAMV	SAP2000 [32]	Teórico	Teórico/SAP2000	Teórico/PEFAMV
<b>Modos de corpo rígido</b>					
1	0,6163	0,4358	0,4358	0,00	41,42
2	0,7516	0,7530	1,0675	-29,46	-29,59
3	0,7516	0,7530	1,0675	-29,46	-29,59
<b>Modos de flexão</b>					
1	321,92	327,33	344,74	-5,05	-6,62
2	470,82	474,16	343,13	-5,76	-6,42
3	583,96	587,89	585,30	0,44	-0,23
4	821,44	838,93	880,06	-4,67	-6,66
5	1444,23	1461,99	1347,71	-3,03	-4,21
6	1478,06	1519,76	1596,64	-4,82	-7,43

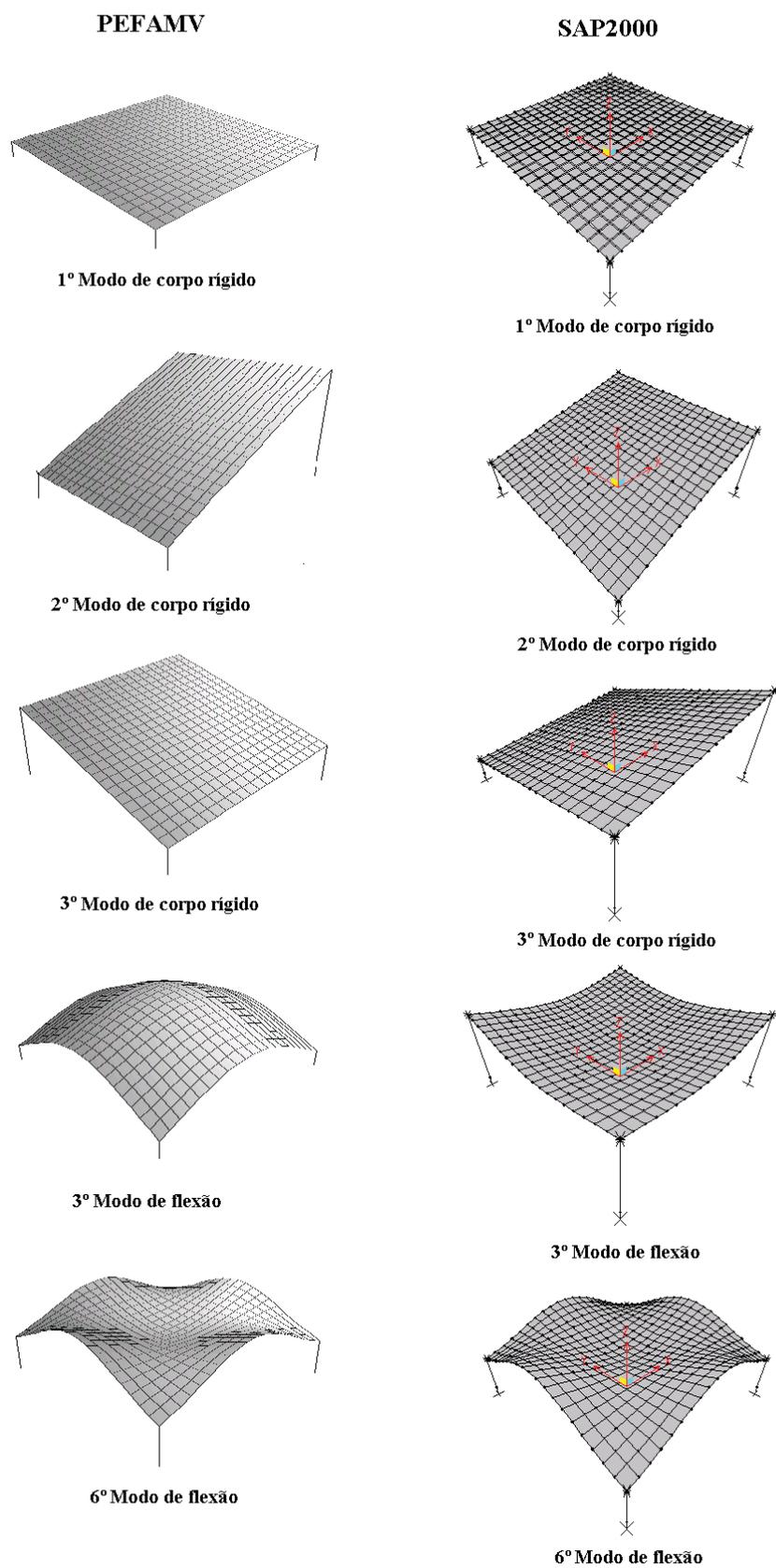


Figura 5.37. Modos de vibração para a placa principal, bordos livres, obtidos a partir do PEFAMV e comparados com o SAP2000 [32].

Para a obtenção dos resultados via o PEFAMV no caso da placa principal de aço, mostrados na Figura 5.38, e no caso da placa sanduíche, mostrados na Figura 5.39, empregou-se a análise no domínio do tempo, considerando-se uma força harmônica de intensidade 1 N e frequência de excitação fixa, aplicada no centro da placa principal no primeiro caso e no centro da placa restritora para o segundo caso. Determinou-se, então, a maior velocidade vertical do ponto localizado no centro da placa principal de aço, observado em regime permanente, desprezando-se, portanto, os picos apresentados no regime transiente. Repetiu-se este procedimento para várias frequências na faixa de 20 a aproximadamente 5000 Hz.

Deve-se salientar que as curvas experimentais e os valores pontuais encontrados via NASTRAN [35] que aparecem nas Figuras 5.38 e 5.39, foram obtidos através das Figuras 5.30 e 5.32. Cada curva foi digitalizada e transformada em pontos discretos com pares de valores frequência x impedância, através do aplicativo DIGITALIZE [65], os quais puderam ter as dimensões mudadas do sistema inglês para o sistema internacional. De posse desses dados pode-se reproduzir as curvas experimentais nos gráficos da Figura 5.38 e 5.39.

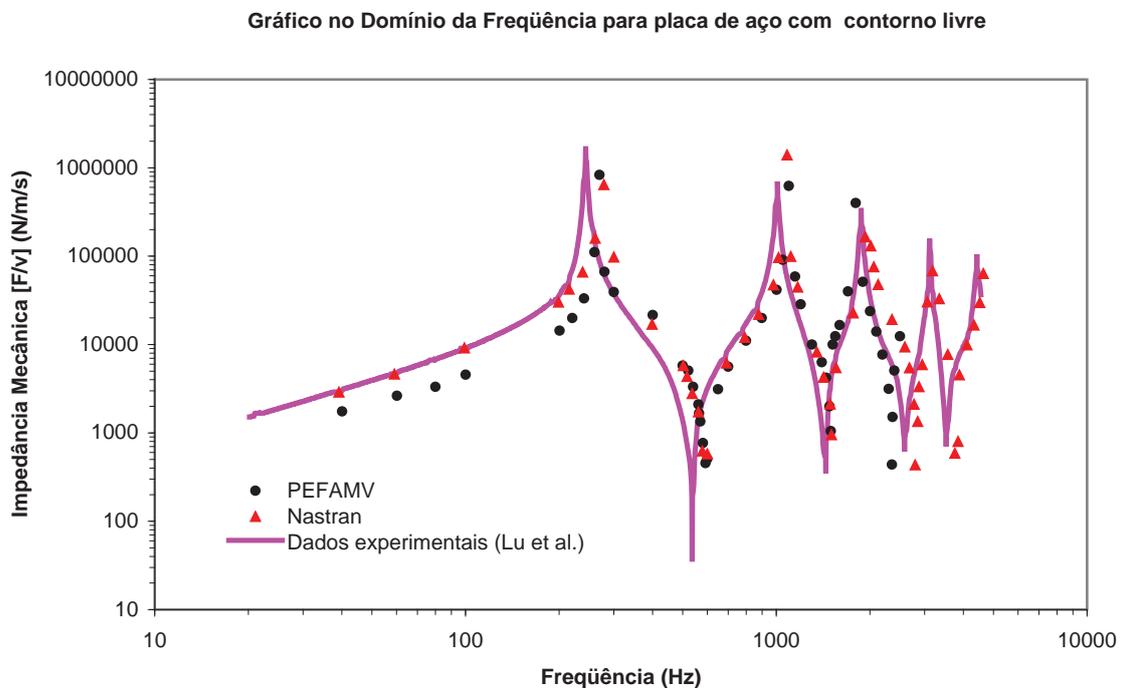


Figura 5.38. Gráfico no domínio da frequência para placa principal de aço com condições de contorno livre, força harmônica com ponto de aplicação e observação no centro da placa.

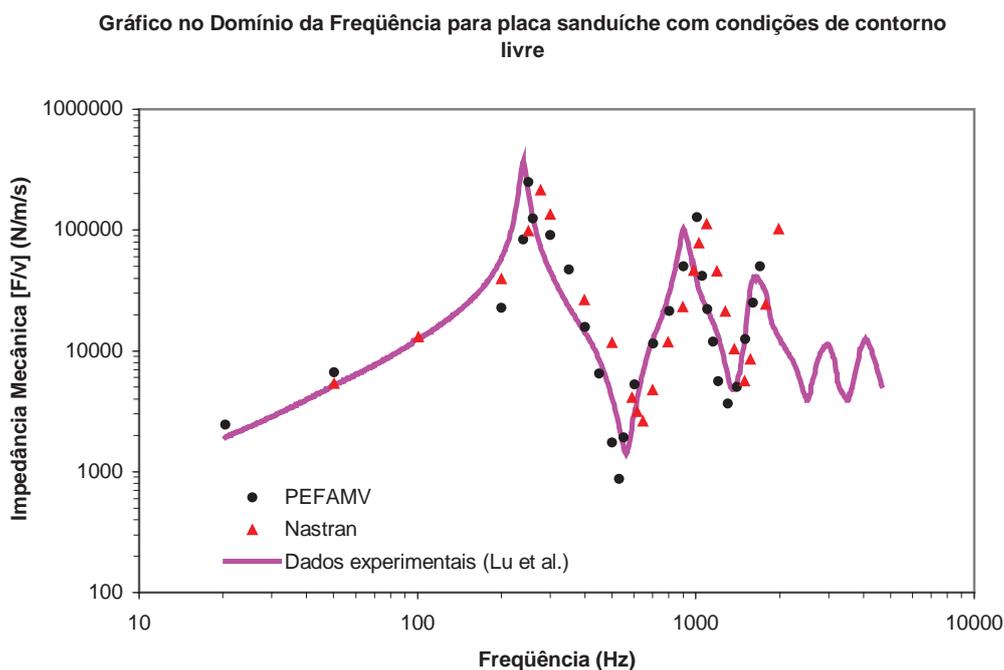


Figura 5.39. Gráfico no domínio da frequência para placa sanduíche com condições livre, força harmônica com ponto de aplicação no centro da placa restritora e ponto de observação no centro da placa principal.

Dos gráficos apresentados nas Figuras 5.38 e 5.39, observa-se que foram obtidos bons resultados pelo PEFAMV tanto para a placa principal de aço quanto para a placa sanduíche, sendo que para este último caso a análise se mostrou mais eficiente. Além disso, algumas incertezas são introduzidas na análise; tais como, as provenientes da própria análise experimental (como erros de medidas e montagem), além daquelas inerentes a própria modelagem numérica, devido a aproximações introduzidas na modelagem do sistema e das propriedades do MVE empregado. Pode-se dizer, entretanto, que foram obtidos bons resultados, principalmente no intervalo de frequência empregado para definição do amortecimento ajustado de acordo com a equação (4.5) para o terceiro modo (584 Hz) e sexto modo (1.478 Hz) de flexão.

Apesar de todas essas incertezas, inerentes aos procedimentos experimentais e computacionais, o que se observa dos gráficos obtidos é que o PEFAMV representa de forma bem satisfatória o comportamento estrutural, em termos do deslocamento vertical do centro das placas de aço e sanduíche sob a ação de uma carga harmônica. Ressalta-se para o caso da placa sanduíche que para frequências a partir de 2000 Hz os resultados

obtidos pelo PEFAMV e também pelo NASTRAN [33,34,35] apresentam acentuadas discrepâncias; isto em virtude das propriedades do MVE, empregado na análise, serem realmente conhecidas até a frequência de 1000 Hz, como pode ser observado pelos ábacos da Figura 5.33. Assim, a partir de 2000 Hz, os resultados apresentados pelo PEFAMV não são apresentados na Figura 5.39.

No que se refere aos resultados obtidos através do NASTRAN [35] por Lu et al [33,34], não se faz nenhum comparativo no presente trabalho, tendo em vista a diferença de modelagem adotada. Apesar de também utilizar elementos de placa com quatro nós para representar as placas de aço e hexaédrico lineares com oito nós para modelar a camada MVE, Lu et al [33,34] emprega quatro malha de nós rigidamente interligadas, enquanto o presente trabalho apenas duas, além do mais, não descreve de forma clara e precisa as condições de contorno empregadas. Sendo assim, faz-se apenas o registro de que o PEFAMV apresentou resultados melhores do que aqueles numéricos obtidos por Lu et al [33,34], exceção aos obtidos na faixa inicial (50 a 200 Hz).

A modelagem da camada de MVE empregando-se elementos hexaédricos com as características do material modeladas via GHM, implementada no PEFAMV, mostrou-se bastante eficiente ao se comparar os resultados obtidos com aqueles experimentais.

Sendo assim, baseado nos comparativos dos exemplos apresentados neste capítulo, conclui-se que o PEFAMV é uma ferramenta numérica que pode descrever de forma eficiente e confiável o comportamento de estruturas sanduíches com camadas de MVE.

É bom salientar ainda, que as análises referentes aos exemplos apresentados nesta seção foram feitas em um microcomputador como processador de 1,4 GHz e memória RAM de 256 MB, ao contrário dos exemplos de placa sanduíche das seções anteriores que foram executadas no CRAY T94 [59].

Isto só foi possível graças à disponibilidade para as análises de um microcomputador de processamento e memória principal maiores que aqueles antes disponíveis, além do que, como já foi dito na seção 4.4, utilizando-se o fato de que no caso de elementos viscoelásticos os três graus de liberdade correspondentes às rotações são nulos, restringiu-se estes para o nó fictício adicional de cada elemento viscoelástico, com conseqüente redução no número de equações de equilíbrio e aumento na velocidade de processamento.

Este último fato não havia sido observado nas análises anteriores.

## 5.5.2. Amortecedor Cilíndrico com MVE

A próxima análise diz respeito a um experimento apresentado por Aseka e Riera [31], no qual foram empregados amortecedores passivos compostos com material viscoelástico, Figura 5.40. Tais amortecedores foram construídos com materiais e tecnologia disponíveis conforme modelo apresentado na Figura 5.41.



Figura 5.40. Amortecedor viscoelástico pronto para o ensaio [31].

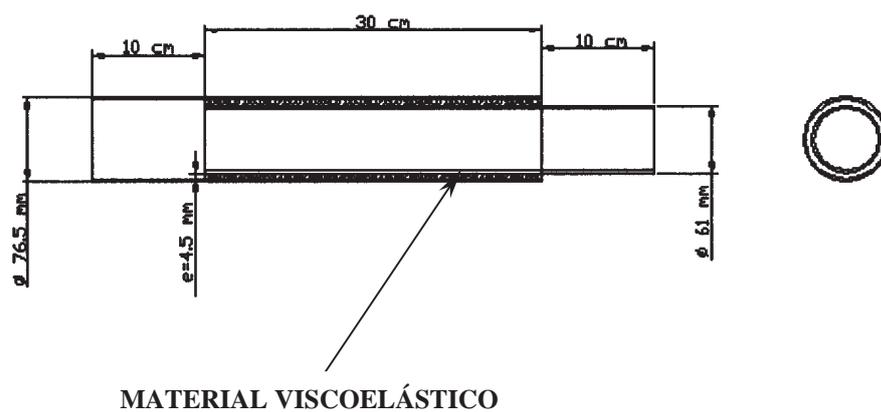


Figura 5.41. Desenho do amortecedor [31].

O ensaio consistiu em excitar harmonicamente o amortecedor viscoelástico, montado conforme as Figuras 5.40 e 5.41, por meio de um atuador servo-hidráulico, Figura 5.42, variando-se a temperatura, frequência e amplitude de oscilação. Sendo seguido o seguinte esquema de ensaio:

- Temperaturas do ensaio: 27° C, 39° C, 47° C e 59° C;
- Frequências de ensaio: 0,1 Hz, 0,3 Hz, 0,5 Hz, 1,0 Hz e 2,0 Hz;
- Amplitudes dos deslocamentos: 0,2 mm, 0,4 mm, 0,6 mm, 0,8 mm e 1,6 mm.



Figura 5.42. Atuador servo-hidráulico com o amortecedor e estufa instalados.

O controle de temperatura foi realizado por meio de uma estufa construída com tubo de PVC de diâmetro 200 mm, resistência em fita, reostato de 200 W, folha de teflon, fonte de 200 W e 12 V e ventiladores de 1W. Esta estufa em forma cilíndrica é mostrada na Figura 5.43. O aquecimento do amortecedor foi realizado por convecção e o calor gerado pelas resistências, controlado pelo reostato. Segundo Aseka e Riera [31] foram instalados três ventiladores colocados à 120° C, um do outro, para forçar a convecção, tendo sido instalados no topo, meio e base da estufa; os do topo e do meio

foram direcionados para baixo e os da base para cima. Além disso, os ventiladores eliminaram o gradiente de temperatura que surgiu na estufa, ocasionado pela concentração de ar quente no topo da estufa. A temperatura do amortecedor foi medida por um termopar tipo J colocado dentro do material viscoelástico, no presente caso, uma borracha. Para definir o momento em que o equilíbrio térmico foi atingido, a temperatura indicada pelo termopar tipo J, foi comparada com a temperatura indicada por um termopar tipo K, instalado dentro da estufa.

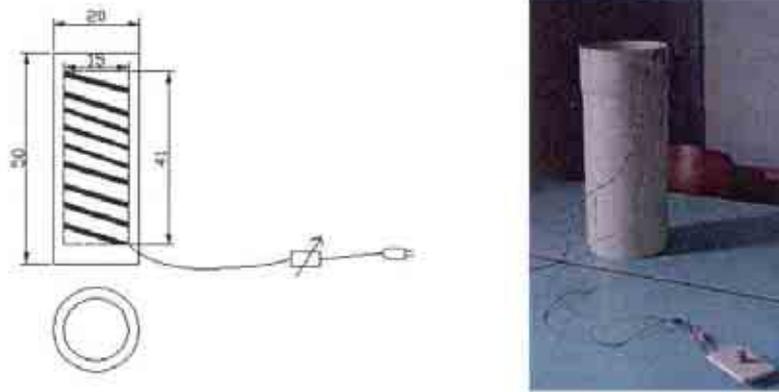


Figura 5.43. Estufa em forma cilíndrica fabricada com PVC e teflon [31].

Aseka e Riera [31] apresentam diversos resultados obtidos após a execução dos experimentos conforme descritos anteriormente; variando-se temperatura, frequência e amplitudes dos deslocamentos. Estes resultados são apresentados na forma de ciclos histeréticos, os quais são exemplificados no presente texto, através dos gráficos da Figura 5.44.

Para modelar o material viscoelástico via o GHM é necessário, conforme já foi observado anteriormente, os gráficos do módulo de armazenamento e do fator de perda desse material. Aseka e Riera [31] não apresentam em seu trabalho tais gráficos; limitam-se apenas a afirmar que os amortecedores utilizados nos ensaios foram fabricados utilizando-se tecnologia própria com borracha cedida pela Indústria de Borrachas Bins Ltda. Esta indústria situada em São Leopoldo, Rio Grande Sul, fabrica autopeças para o setor automotivo.

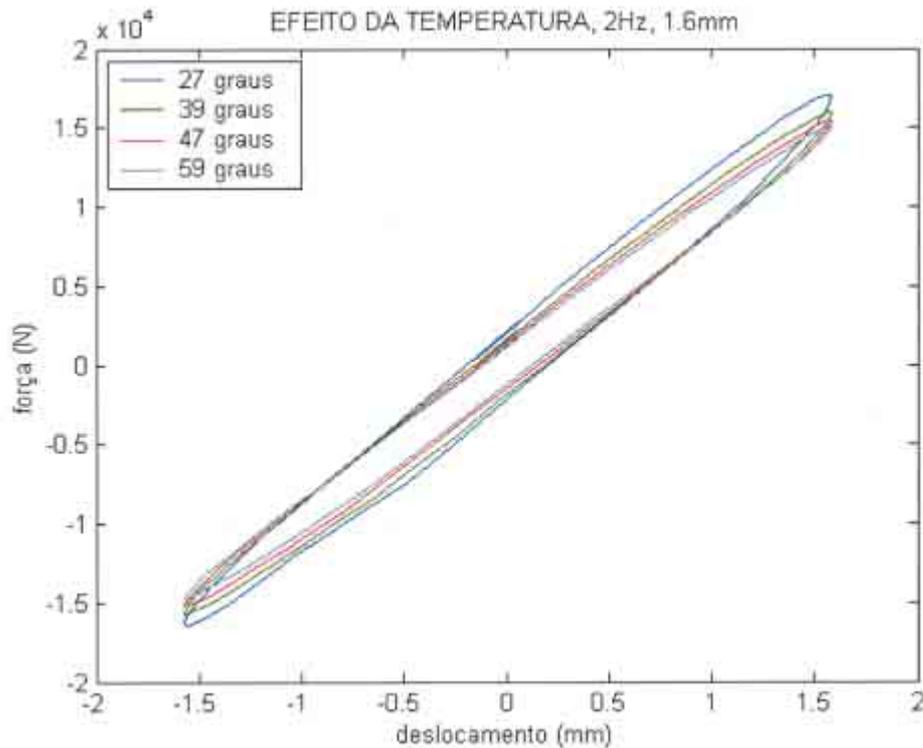


Figura 5.44. Ciclos histeréticos obtidos com o amortecedor aquecido a diferentes temperaturas com uma frequência de excitação de 2 Hz.

Com base nesta última informação, no presente texto, supõem-se que a borracha utilizada para o experimento foi a SBR, o qual é o tipo mais empregado para fabricação de autopeças. Os gráficos das propriedades dinâmicas deste tipo de material estão representados na Figura 5.45, a qual é reproduzida de Snowdon [66].

Para modelar o material viscoelástico empregou-se os gráficos referentes à temperatura de 35° C, isto porque, Aseka e Riera [31] realizaram ensaios com amortecedores a temperatura de 39° C, portanto, temperaturas muito próximas para validar uma comparação.

Empregando-se uma função dissipação com um único termo (eq. 3.8) e utilizando-se as propriedades da borracha SBR para uma faixa de frequências de 1 a 10 Hz, foram obtidos os parâmetros para GHM apresentados abaixo:

$$\blacktriangleright \quad \varepsilon = 1,5 \text{ MPa}; \alpha = 0,41 \text{ MPa}; \beta = 1010 \text{ s}^{-1} \text{ e } \delta = 23.400 \text{ s}^{-2}.$$

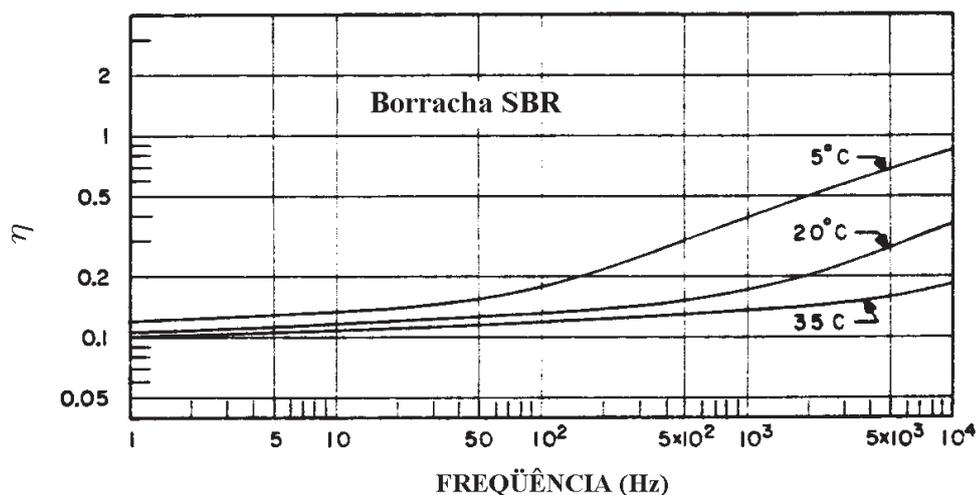
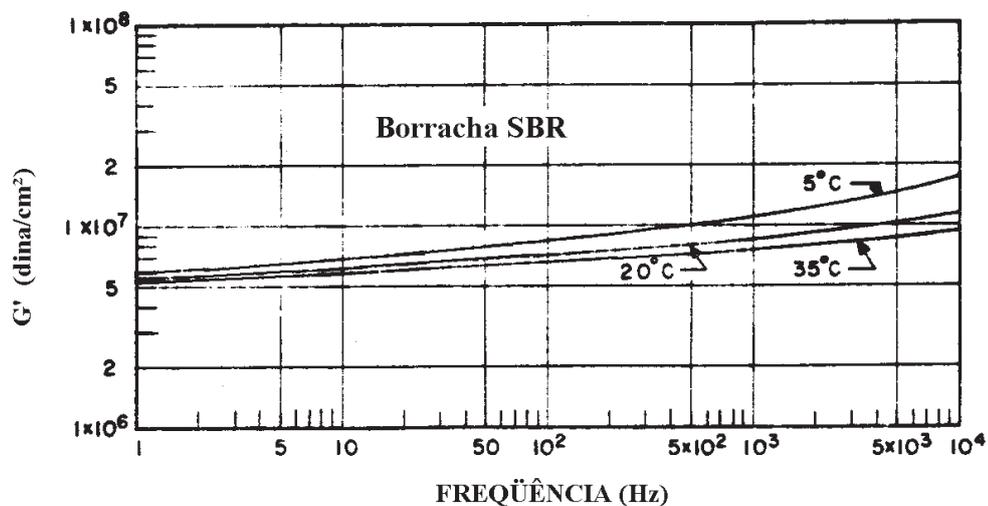


Figura 5.45. Dependência da freqüência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda para a borracha SBR sem fíler a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66].

*Obs: 1 dina/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>)*

Com este conjunto de parâmetros e as expressões que definem  $E'$  e  $\eta'$ , segundo o GHM, pode-se traçar os gráficos apresentados na Figura 5.46, os quais são comparados com aqueles obtidos da Figura 5.45, através do aplicativo DIGITALIZE [65]. Lembrando-se que o módulo de armazenamento longitudinal é definido em termos do transversal por  $E' = 2G'(1+\nu)$ , onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

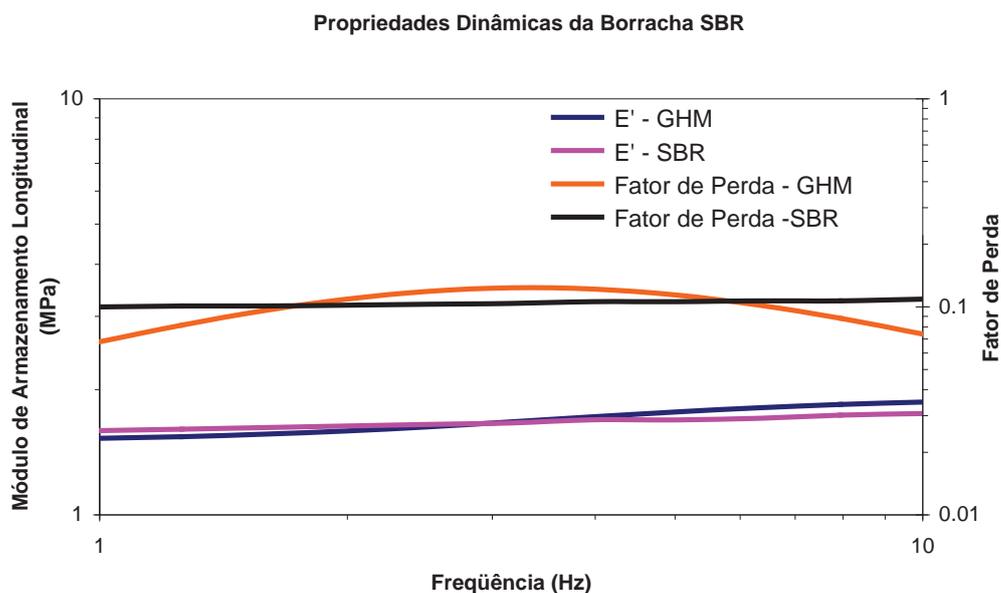


Figura 5.46. Gráficos das propriedades dinâmicas modeladas via o GHM comparados com os obtidos dos gráficos apresentados por Snowdon [66].

Observa-se que tanto o módulo de armazenamento quanto o fator de perda têm boa aproximação dentro do intervalo definido, apesar de ter sido empregado apenas um termo da função dissipação. Vale salientar que esta faixa de valores foi escolhida tendo em vista que em seus experimentos Aseka e Riera [31] também empregaram uma frequência de excitação da ordem de 2 Hz, o que pode ser observado pelos gráficos da Figura 5.44.

O amortecedor viscoelástico para análise numérica foi modelado de dois modos diferentes; o primeiro, considerando metade do amortecedor e o segundo apenas um quarto, conforme observado na Figura 5.47. Em ambos os casos aproveitando-se a simetria do problema, de modo a empregar menos elementos do que seriam necessários se o amortecedor cilíndrico fosse modelado de forma completa.

Em ambos os casos os cilindros de aço, externo e interno, foram modelados com elementos de casca com quatro nós, enquanto a camada de material viscoelástico foi modelada com elementos hexaédricos viscoelásticos de oito nós. Além disso, a força aplicada pelo mecanismo servo-hidráulico foi distribuída ao longo da borda superior do cilindro interno, sendo esta força harmônica do tipo senoidal.

As condições de contorno são diferentes para cada caso; no primeiro caso, os deslocamentos são restringidos para os elementos que compõem o cilindro externo, já

para o segundo caso, a restrição se dá somente para os nós da base do cilindro externo, ficando os restantes livres para o deslocamento.

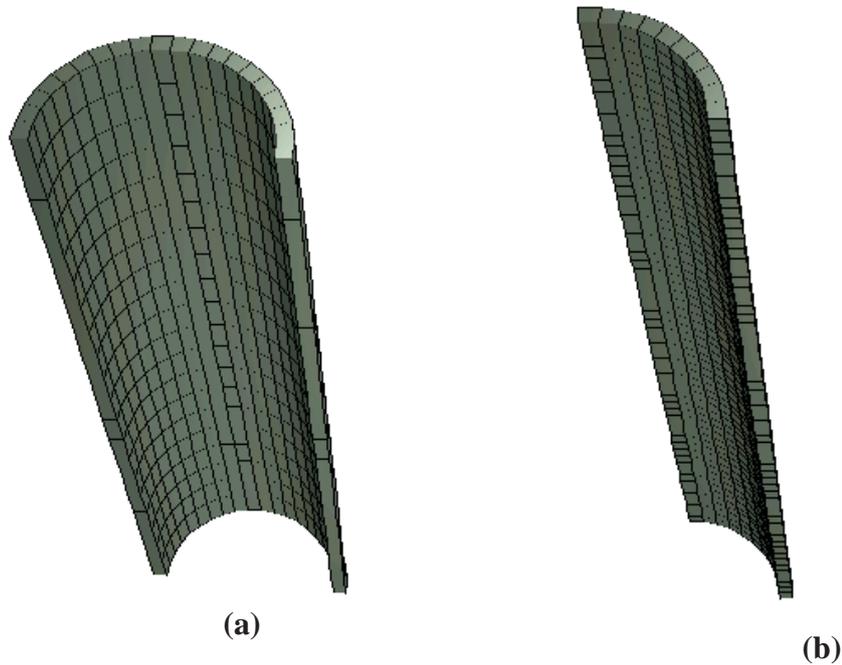


Figura 5.47. Modelagem do amortecedor cilíndrico empregando (a) metade da estrutura, e (b) um quarto do cilindro.

Para cada uma das análises foram empregados os seguintes elementos:

- Modelagem para o semicilindro:  
2400 elementos de cascas elásticas e 1200 elementos hexaédricos lineares viscoelásticos.
- Modelagem para o quarto de cilindro:  
1200 elementos de cascas elásticas e 600 elementos hexaédricos lineares viscoelásticos.

Fez-se, então, a análise considerando-se uma amplitude máxima de força da ordem de 15 kN, sendo obtido os deslocamentos na borda inferior do cilindro interno para ambos os casos. Com os pares de valores força x deslocamento foi possível a montagem dos ciclos histeréticos, os quais são apresentados na Figura 5.48, juntamente com o ciclo experimental para a temperatura de 39° C, obtido dos gráficos da Figura 5.44, novamente empregando o aplicativo DIGITALIZE [65].

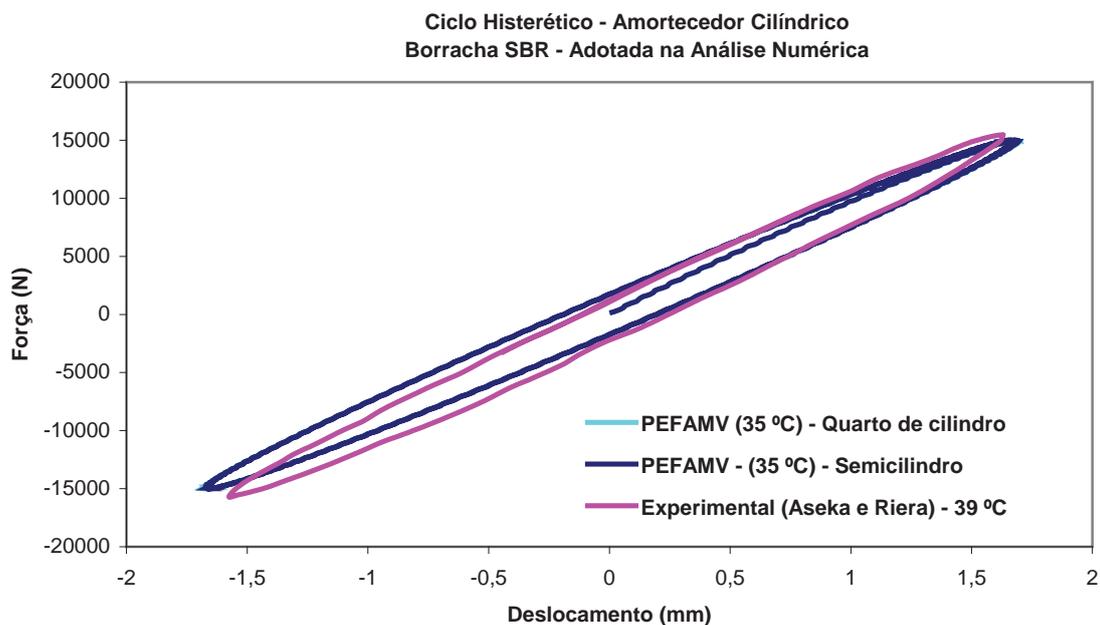


Figura 5.48. Comparativo dos ciclos histeréticos obtidos através da análise do PEFAMV e o apresentado por Aseka e Riera [31].

O que se observa dos gráficos apresentados na Figura 5.48 é de que aqueles obtidos através da análise empregando-se o PEFAMV mostraram uma excelente correlação com o gráfico obtido dos resultados apresentados por Aseka e Riera [31].

Além disso, as duas modelagens se mostraram eficientes, apresentando uma diferença muito pequena entre as respostas de cada uma delas.

Vale salientar que apesar das temperaturas empregadas na análise numérica e na experimental apresentarem uma diferença de 4° C, pode-se observar, através dos gráficos da Figura 5.45, que para faixa de frequências envolvida na análise, esta diferença não se traduz em uma significativa variação nas propriedades dinâmicas do material viscoelástico.

Assim, com base nesta seção e na anterior, pode-se afirmar que o PEFAMV é uma ferramenta eficiente para modelagem e análise de estruturas que possuam material viscoelástico. Portanto, é possível a análise numérica estruturas práticas que empreguem materiais viscoelásticos através do PEFAMV. Os próximos capítulos abordaram análises de estruturas práticas com MVE.

# Capítulo 6

## Análise Dinâmica de Modelos do Tabuleiro do Vão Central da Ponte Rio-Niterói

### 6.1. Características Gerais

A ponte Rio-Niterói fica situada sobre a baía de Guanabara, ligando as cidades do Rio de Janeiro e de Niterói.

Alguns dados geométricos interessantes da obra são dados por Pfeil [67]:

- extensão total em estruturas de 12.900 m;
- extensão total, inclusive trechos de terra, de 13.290 m;
- comprimento das estruturas sobre o mar de 8.836 m;
- comprimento da superestrutura metálica de 848 m;
- largura total de 26,60 m;
- duas pistas de largura 12,20 m cada;
- gabaritos de navegação disponíveis no canal da ordem de 269,50 x 60,00 m no vão central, e de 171,60 m x 60,00 m em vãos adjacentes ao central.

A ponte tem sua localização nas proximidades de dois aeroportos, o internacional Maestro Antonio Carlos Jobim (Galeão), na Ilha do Governador, e o doméstico Santos Dumont, na ponta do Calabouço. Além disso, sob a ponte passam petroleiros de grande porte, a fim de utilizarem o terminal marítimo da Petrobrás, situado no interior da baía de Guanabara. Sendo assim, no canal de navegação, era necessário atender de um lado ao gabarito de navegação e de outro ao cone de aproximação dos aeroportos. No caso em questão, o espaço disponível entre as alturas do gabarito de navegação (60,00 m) e do cone de aproximação dos aeroportos (72,00 m) era de apenas 12,00 m, sendo este a altura máxima disponível de construção. Isto

eliminava a utilização de pontes pênses ou estaiadas, cujas torres têm grandes alturas. As pontes em treliças para grandes vãos necessitam de alturas consideráveis e, além disso, seu aspecto estético é pouco satisfatório. Devido a todos estes fatores, os projetistas adotaram vigas celulares contínuas metálicas, que resolviam o problema estrutural em condições estéticas excelentes. A estrutura principal ficou formada por duas vigas celulares gêmeas contínuas com vão central de 300 metros sobre o canal principal de navegação.

## 6.2. Características do Vão Central

A superestrutura metálica, de comprimento total de 848 metros, consta de duas vigas celulares geminadas contínuas de três vãos (200, 300 e 200 m), com balanços de 30 metros em cada extremidade; dois vãos metálicos isostáticos, de 44 metros cada um, apoiados nos balanços de aço (30 m) e de concreto de (40 m), completam a superestrutura metálica. A Figura 6.1. mostra uma vista panorâmica do vão central e a Figura 6.2 dá uma idéia da geometria dessa estrutura.



Figura 6.1. Vista panorâmica do vão central da ponte Rio-Niterói.

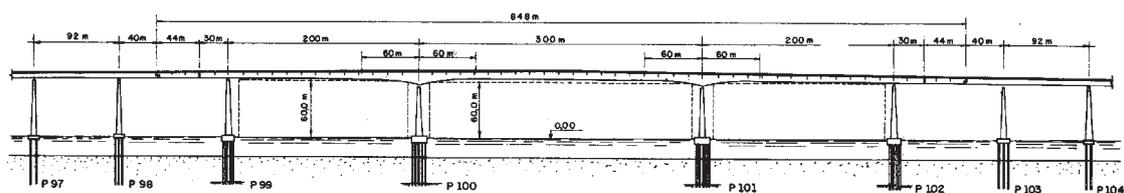


Figura 6.2. Vãos centrais (estrutura metálica) e adjacentes (concreto protendido) [67].

A seção transversal (ver Figura 6.3.(a)) é formada por duas caixas, de largura de 6,86 metros e altura variável, com afastamento livre de 6,34 metros. A altura da viga metálica, nas partes laterais, é a mesma das vigas de concreto (4,75 m). Nos vãos centrais, a altura é variável segundo mísulas parabólicas, atingindo a altura máxima de 13 metros sobre os pilares principais. No vão de 300 metros, a altura de viga varia de 13 metros até 7,50 metros com mísulas de 60 metros de comprimento. A estrutura é totalmente soldada, com apenas algumas ligações de contraventamento e emendas de campo feitas com parafusos de alta tensão.

A Figura 6.3.(b) mostra o detalhe da seção transversal, onde: 1 - mesa superior; 2 – enrijecedores longitudinais; 3 – transversinas; 4 – chapa da alma das vigas; 5 – enrijecedores longitudinais das almas; 6 – enrijecedores transversais das almas; 7 – mesa inferior; 8 – enrijecedores longitudinais da mesa inferior; 9 - transversinas mesa inferior; 10,11 – trilhos para carros de inspeção; 12 – pavimento.

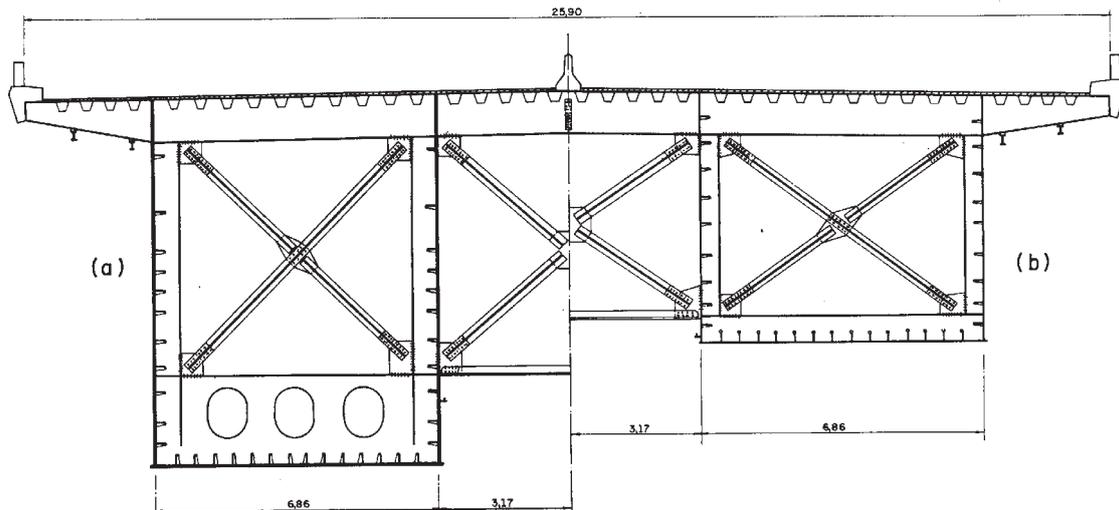


Figura 6.3.(a). Quadros transversais em X das estruturas metálicas: a) seção nos trechos com mísulas; b) seção nos trechos centrais [67].

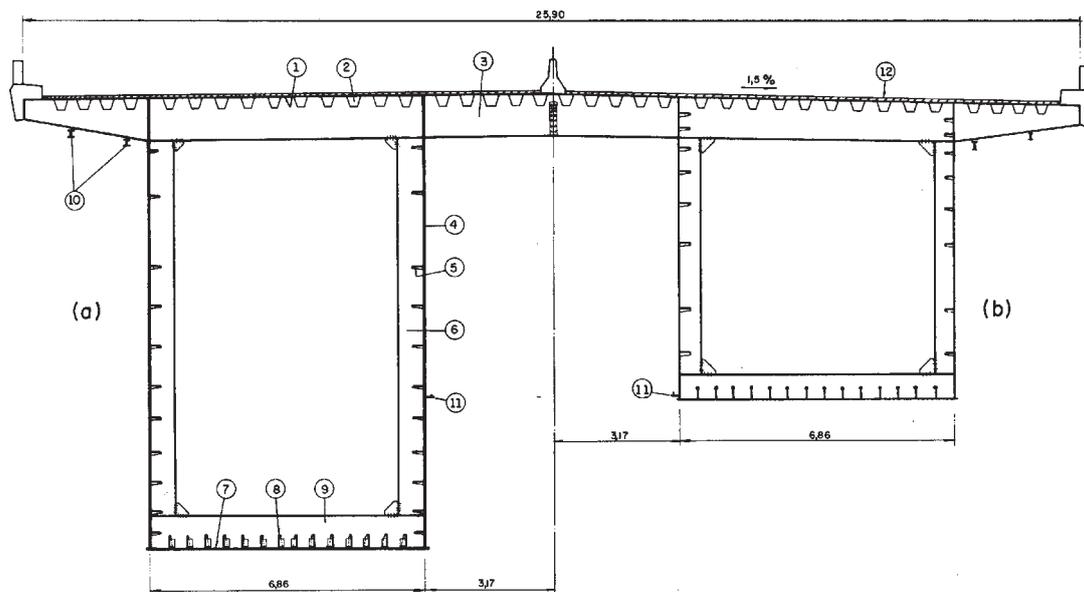


Figura 6.3.(b). Seções transversais das estruturas metálicas: a) seção nos trechos com mísulas; b) seção nos trechos centrais [67].

O tabuleiro (ver Figura 6.4) é constituído por chapas soldadas de aço de espessura variável entre 10 e 25 milímetros, enrijecidas longitudinalmente por nervuras trapezoidais espaçadas cerca de 0,65 metros entre eixos. As nervuras longitudinais se

apóiam em transversinas espaçadas de 5 metros, constituídas por vigas T invertido com um metro de altura.

Como os enrijecedores transversais e longitudinais têm a rigidez diferente, a laje do tabuleiro é denominada “ortogonal anisotrópica” ou “ortotrópica”.

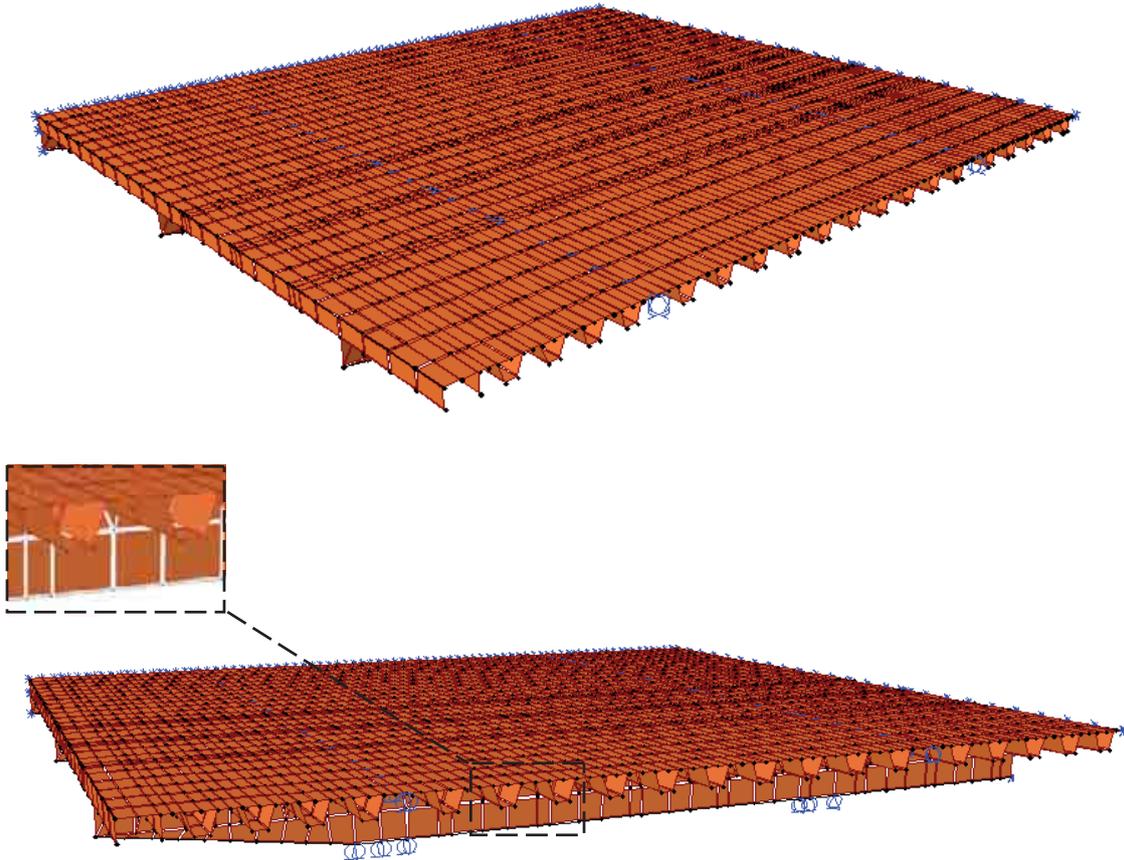


Figura 6.4. Detalhes referentes aos enrijecedores longitudinais.

### **6.3. Danos no Pavimento do Vão Central Devido a Vibrações Induzidas por Tráfego de Veículos**

Tabuleiros ortotrópicos esbeltos de aço tendo enrijecedores longitudinais de seção transversal parede-fina são componentes estruturais muito comuns e freqüentemente encontrados em pontes rodoviárias, como da ponte Rio-Niterói de seção transversal ilustrada nas Figuras 6.3 e 6.4. Este por sua vez foi constantemente, sob

carregamento de tráfego aleatório, danificado por fissuras devido a fadiga nas juntas soldadas e detalhes.

O tráfego nesta ponte, colocada em serviço em 1974, tem aumentado a uma taxa média anual de 8,7%, bem além da taxa inicial estimada de 1,5 %, alcançando em 2000 mais de cem mil veículos por dia, sendo quase 20% desse tráfego de veículos pesados [25]. No passado a maioria dos veículos pesados era de ônibus e caminhões de 2 eixos, mas a última década tem mostrado um claro aumento no número de caminhões com 3 e 5 eixos.

A respeito da vida útil do pavimento flexível posto sobre o tabuleiro metálico, os múltiplos modos de vibração, característicos do tipo de estrutura do vão central da ponte, tinham um efeito danoso no desempenho do concreto asfáltico e sua camada adesiva à placa de aço, conduzindo a um dano à fadiga precoce e ruptura do pavimento. Sua vida útil não raramente era reduzida a menos do que seis meses.

Após análises dos resultados das medições experimentais e dos resultados obtidos das modelagens numéricas pela equipe do Prof. Ronaldo Battista [25,27], foram apresentadas em 1998 duas alternativas para solução do problema, das quais se destacou uma alternativa que empregava o uso de material viscoelástico. Esta alternativa consistia na retirada de todo o pavimento asfáltico posto sobre a estrutura metálica do tabuleiro, para em seguida, executar novo pavimento em concreto armado sobre uma fina camada de material viscoelástico (MVE) aplicada sobre a chapa da mesa do tabuleiro metálico. Esta estrutura sanduíche resultante, onde a camada de concreto armado serviria como camada restritora, dissiparia a energia vibratória, tão danosa à estrutura, através das deformações cisalhantes da camada de MVE. A segunda consistia também na retirada de todo pavimento asfáltico, sendo, porém, executado somente um novo pavimento em concreto armado, sem a camada de material viscoelástico, fixada à estrutura do tabuleiro através de conectores em aço. Ambas as alternativas foram testadas experimentalmente em um protótipo, no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, o qual simulava a estrutura do tabuleiro ortotrópico. A seção 6.5 apresenta com mais detalhes estas duas alternativas.

Apesar dos resultados obtidos indicarem que a solução que empregava a camada de MVE ser a melhor alternativa para a solução do problema, a Ponte S.A., Concessionária que administra a Ponte Rio-Niterói, optou pela segunda alternativa, que era mais conservadora. A justificativa para a não adoção da solução empregando MVE, é que esta representava então, em 1998, uma tecnologia muito recente e inovadora tanto

no Brasil quanto no exterior e, portanto, sem qualquer parâmetro de comparação com tecnologias similares já certificadas no exterior.

## 6.4. Modelos Numéricos

No presente trabalho procura-se através de modelos numéricos, empregando o PEFAMV, simular os resultados obtidos para o protótipo do tabuleiro ortotópico da ponte Rio-Niterói ensaiado experimentalmente no Laboratório de Estruturas da COPPE [27]. Antes, porém, faz-se uma análise comparativa entre o PEFAMV e o SAP2000 [32] para respostas obtidas de alguns modelos do tabuleiro de aço sem MVE. A finalidade desta análise comparativa é comprovar a eficiência do PEFAMV na análise de estruturas complexas, discretizadas por elementos elásticos de casca, sob ação de cargas estáticas e dinâmicas.

### 6.4.1. Tabuleiro Metálico com Pavimento Asfáltico

Os modelos empregados tanto na análise do tabuleiro metálico, nesta seção, quanto na análise do tabuleiro misto, aço e concreto, na próxima seção, utilizaram como ponto de partida o modelo empregado por Battista e Carvalho [68] na análise do tabuleiro ortotópico da ponte Rio-Niterói com pavimento em concreto armado, ver Figura 6.5.

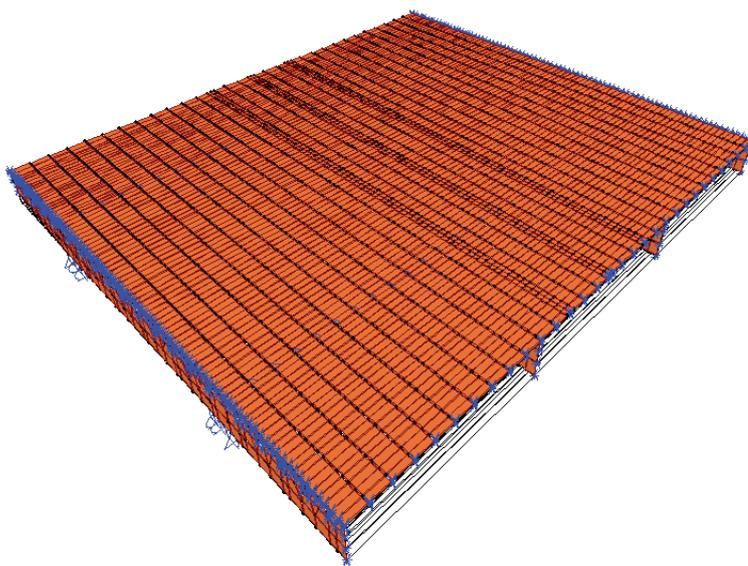


Figura 6.5. Modelagem do tabuleiro ortotópico da ponte Rio-Niterói por Battista e Carvalho [68] empregando o SAP2000 [32].

A motivação para utilização da modelagem numérica empregada por Battista e Carvalho [68] está no fato de que esta apresentou, para o caso do tabuleiro misto modelado com o programa SAP2000 [32], resultados em termos das primeiras frequências de vibração muito próximos aos valores obtidos experimentalmente no tabuleiro da ponte [68].

A partir da malha gerada para o modelo de Battista e Carvalho [68] através do SAP2000 [32] montou-se o arquivo entrada de dados do PEFAMV. A Figura 6.6 mostra a visualização da malha em elementos finitos do tabuleiro metálico, obtida através do View-3D [57], a partir do arquivo de entrada de dados do PEFAMV.

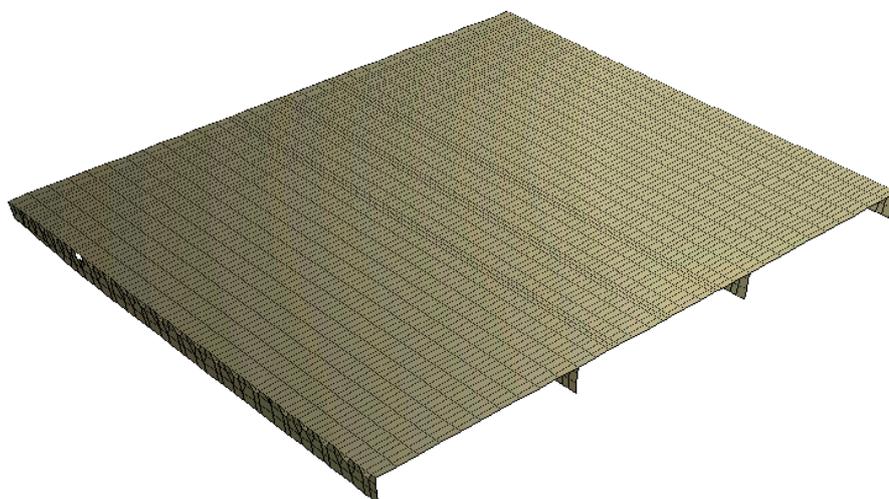


Figura 6.6. Malha em elementos finitos do tabuleiro metálico, obtida através do View-3D [57], a partir de arquivo de dados do PEFAMV.

A malha do tabuleiro metálico, Figura 6.6, procura modelar com uma parte do tabuleiro do vão central da ponte o comportamento real deste sob ação de carregamento dinâmico, para tanto, emprega 238 elementos de pórtico espacial e 5.738 elementos de casca, sendo 5.649 elementos retangulares e 89 elementos triangulares, na modelagem das quatro transversinas, da placa de aço e dos enrijecedores longitudinais. Aproveitando-se a simetria do problema, modelou-se somente metade da seção transversal, do eixo do tabuleiro até o balanço lateral e tomando-se três vãos entre transversinas.

O guarda-rodas, o guarda-corpo e a divisória mediana de pistas, todos em concreto, foram modelados como elementos de pórtico espacial, preservando todas as suas características físicas e geométricas.

As almas da viga celular não foram modeladas pela malha de elementos finitos; apenas o efeito que produzem sobre este é considerado através de restrições nos pontos de contato dessas almas e montantes com as transversinas do tabuleiro. Outras restrições são adicionadas levando-se em conta a simetria do problema e condições de continuidade, uma vez que a estrutura real possui muitos vãos contínuos sobre as transversinas.

As transversinas são modeladas com elementos de cascas, porém, como na estrutura real são vigas tipo T invertido, para serem respeitadas as suas características físicas e geométricas, adicionou-se elementos de pórtico espacial nas extremidades dos elementos inferiores de modo a modelar a mesa inferior.

As Figuras 6.7 e 6.8, além da Figura 6.4, geradas pelo SAP2000 [32], procuram mostrar mais detalhes referentes a presente modelagem. Figuras semelhantes também podem ser obtidas através do View-3D [57] a partir do arquivo de dados do PEFAMV.

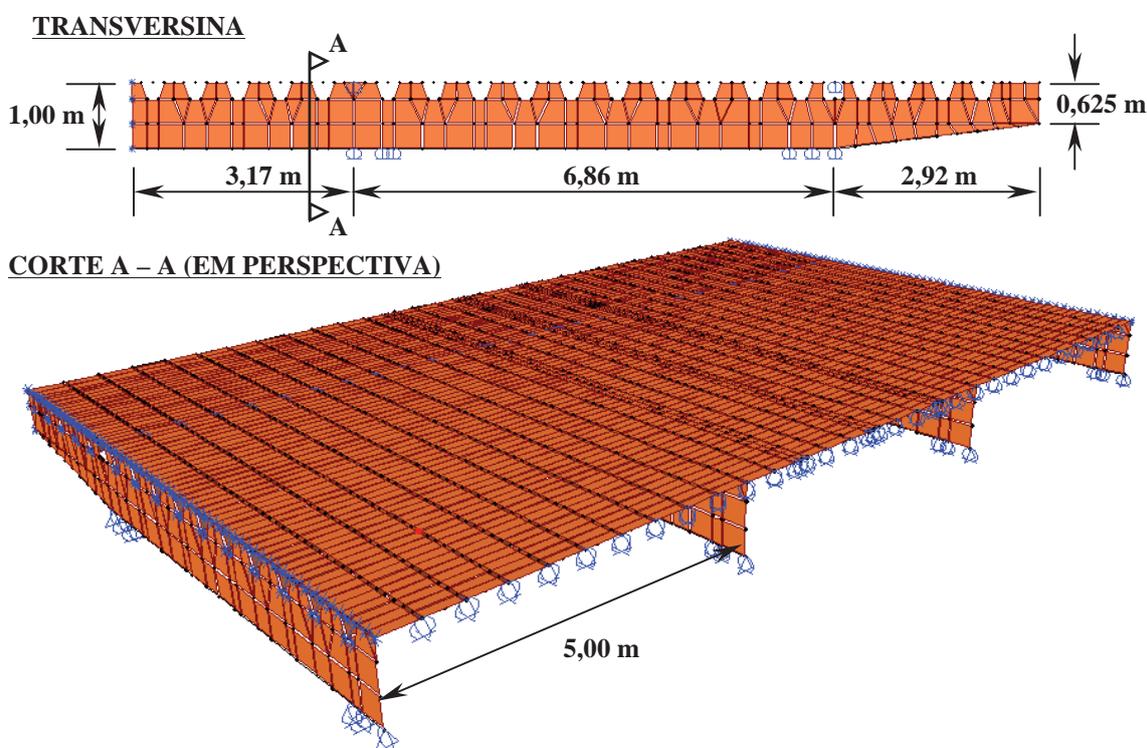


Figura 6.7. Detalhes referentes à modelagem das transversinas e as restrições para simular o efeito produzido pelas almas e enrijecedores da viga celular.

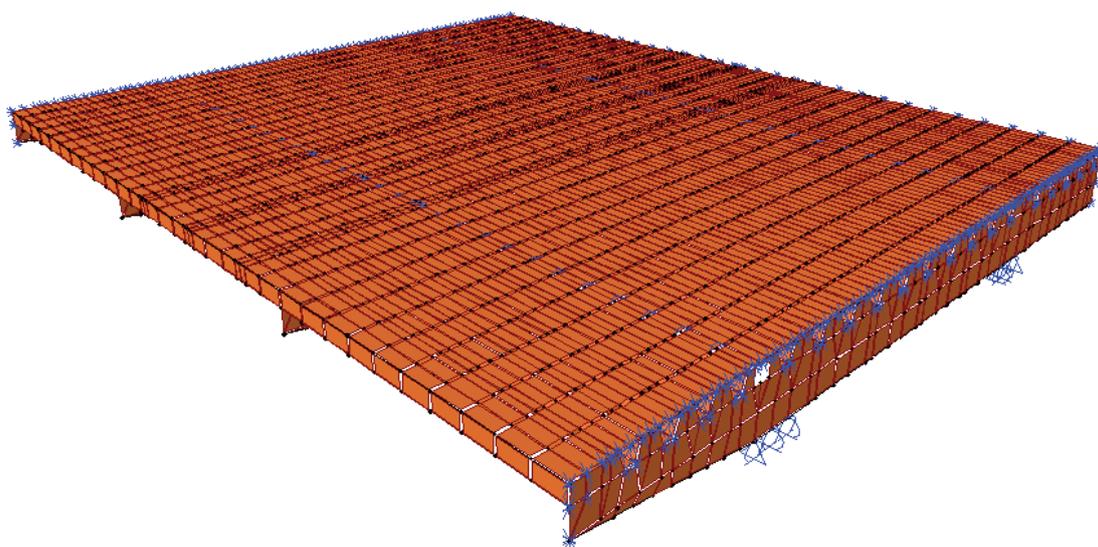


Figura 6.8. Vista do balanço do tabuleiro metálico.

Para análise dinâmica do modelo do tabuleiro metálico empregou-se o mesmo carregamento utilizado por Battista e Carvalho [68], o qual busca simular os efeitos dinâmicos produzidos pelo tráfego de veículos pesados. Este carregamento definido como trem tipo está distribuído sobre duas áreas distintas e representa a força exercida por um caminhão sobre o tabuleiro através do contato dos pneus com a placa de aço, ver Figura 6.9. Esta força é definida no tempo através de impactos sucessivos de forma a modelar o efeito devido à rodagem dos pneus sobre as diversas imperfeições geométricas existentes na superfície do tabuleiro metálico. A Figura 6.10 mostra o gráfico da amplitude da força, normalizada em relação ao valor máximo. Os impactos que compõem a função carregamento são do tipo seno de meia-onda e a amplitude máxima da força para o caso analisado é de 80 kN.

O ponto de observação, para o qual serão obtidos os deslocamentos verticais, está localizado na extremidade do balanço no ponto de ligação entre a placa de aço e a transversina, conforme pode ser observado também na Figura 6.9.

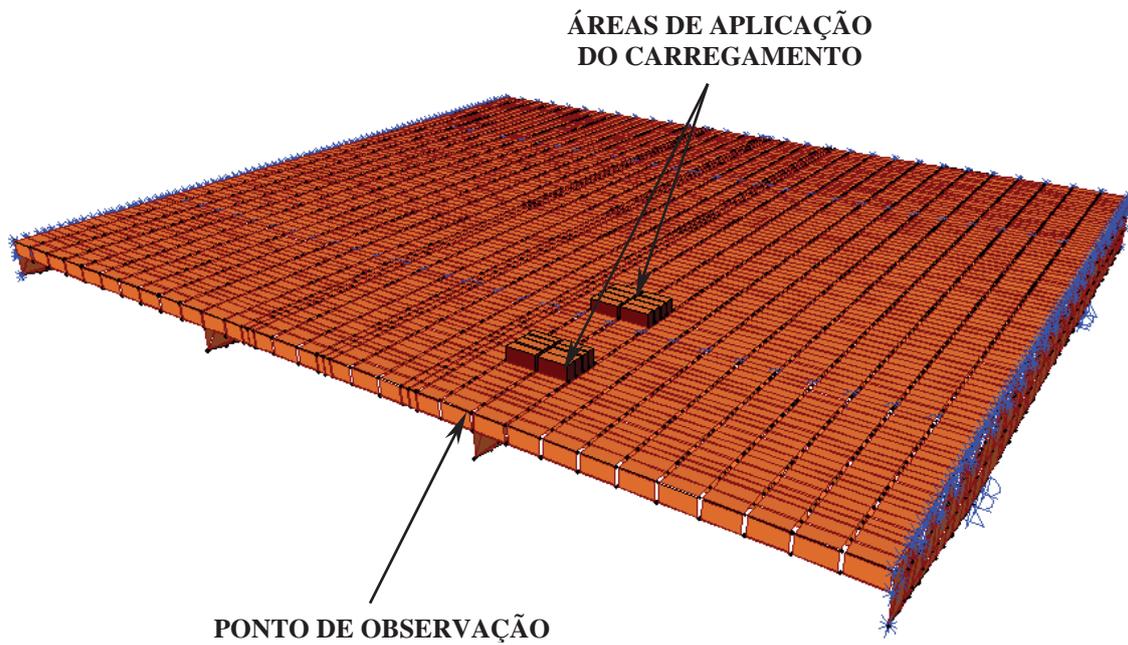


Figura 6.9. Vista do tabuleiro com as áreas de aplicação do carregamento e o ponto de observação para a análise do tabuleiro metálico.

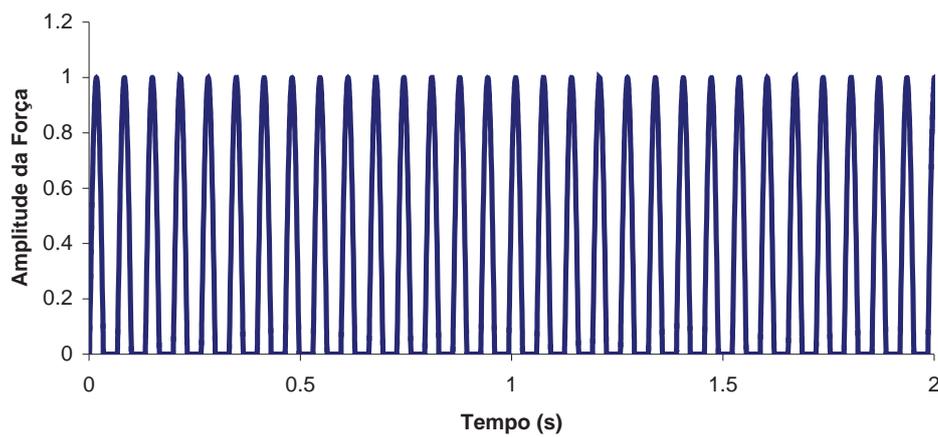


Figura 6.10. Representação da amplitude da força do carregamento trem tipo, normalizada em relação ao valor máximo.

Considerando, ainda, que exista sobre a placa de aço do tabuleiro uma camada de concreto asfáltico, pode-se determinar uma massa específica equivalente para os elementos desta placa que levem em consideração a massa adicional devido à camada de concreto asfáltico através da expressão:

$$\rho_{eq.} = \rho_{Aço} + \rho_{C.Asf.} \frac{h_{C.Asf.}}{h_{Aço}} \quad (6.1)$$

onde:

$\rho_{eq.}$  – massa específica equivalente aço e concreto asfáltico;

$\rho_{Aço}$ ,  $\rho_{C.Asf.}$  – massa específica do aço e do concreto asfáltico;

$h_{Aço}$ ,  $h_{C.Asf.}$  – espessura da camada de aço e de concreto asfáltico.

A tabela 6.1 apresenta as principais características físicas dos materiais empregados na presente análise. Para os valores mostrados nesta tabela, de acordo com a equação (6.1), tem-se uma massa específica equivalente de 21.850 kg/m<sup>3</sup>.

Deve-se notar que a rigidez do pavimento asfáltico não é levada em consideração na presente análise.

Tabela 6.1. Características dos materiais para o modelo do tabuleiro metálico.

<b>CARACTERÍSTICAS</b>	<b>AÇO</b>	<b>CONCRETO ASFÁLTICO</b>
<b>Módulo de Elasticidade (GPa)</b>	<b>200</b>	<b>*</b>
<b>Massa Específica (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>7.827</b>	<b>2.000</b>
<b>Coefficiente de Poisson</b>	<b>0,3</b>	<b>*</b>

\* Não considerado na presente análise.

A taxa de amortecimento introduzida pelo pavimento asfáltico foi considerada de 7% para o primeiro modo, sendo considerada para os demais proporcionais à massa. O valor desta taxa está em conformidade com o que foi observado por Battista e Pfeil [25]. Além do mais, deve-se observar que o asfalto é um material viscoelástico, portanto, capaz de conferir a estrutura um amortecimento dessa magnitude.

Com os dados do problema foram feitas análises no domínio do tempo empregando o SAP2000 [32] e o PEFAMV, considerando-se 30 (trinta) modos para a resposta do SAP2000 [32].

Inicialmente foram determinadas as dez primeiras frequências considerando dois casos: o primeiro com pavimento asfáltico e o segundo sem este.

Para as frequências, observa-se das tabelas 6.2 e 6.3, que os valores obtidos por ambos os programas, PEFAMV e SAP2000 [32], apresentaram uma pequena diferença entre as primeiras frequências, sendo a diferença maior para as frequências mais altas. Observou-se, ainda, que foram obtidos os mesmos modos de vibrações da estrutura por ambos os programas. A Figura 6.11 apresenta um comparativo entre o PEFAMV e o SAP2000 [32] do tabuleiro metálico. Também foram obtidas formas modais iguais ao caso anterior quando a análise é feita para o tabuleiro metálico com pavimento asfáltico; sendo portanto desnecessário apresentá-las aqui. Assim, pode-se considerar que os dois programas apresentam uma boa correlação em termos de frequências e modos de vibração da estrutura metálica.

Utilizou-se para a análise com o carregamento dinâmico definido anteriormente um intervalo de observação de 2,0 s, o qual se mostrou suficiente para que a resposta da estrutura entrasse em regime permanente. Os gráficos da resposta, no domínio do tempo, para a estrutura com pavimento asfáltico são apresentados na Figura 6.12.

Dos gráficos da Figura 6.12 observa-se que, para a análise em questão, a resposta obtida pelo PEFAMV foi praticamente idêntica a aquela obtida através do SAP2000 [32]. Além do mais, a utilização dos 30 modos para a resposta por superposição modal obtida pelo SAP200 [32] mostraram-se suficientes para computar amplitudes das respostas que permitisse a comparação de resultados entre ambos os programas. Vale lembrar que para o PEFAMV, por usar o método de Newmark para integração direta das equações de movimento da estrutura discretizada via MEF, não se observam os vários que contribuem para a resposta da estrutura.

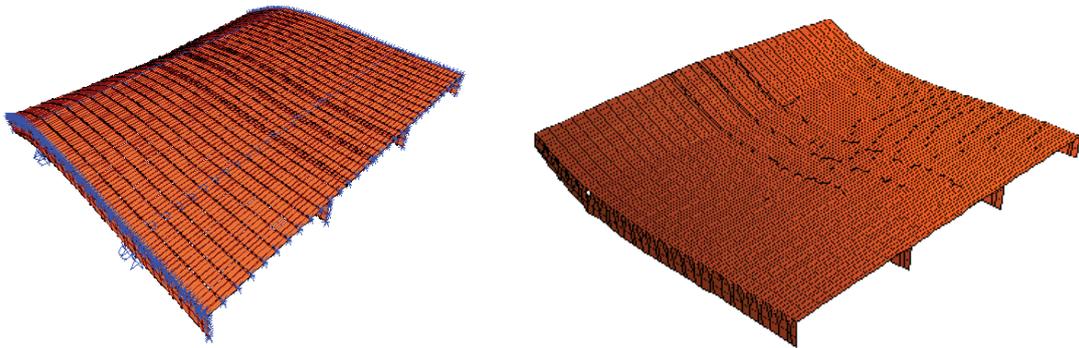
Tabela 6.2. Frequências naturais para o tabuleiro metálico com pavimento asfáltico.

<b>FREQÜÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (Hz)</b>		
<b>MODOS</b>	<b>PEFAMV</b>	<b>SAP 2000[32]</b>
1	13,04	12,90
2	15,64	15,50
3	20,56	19,80
4	20,57	19,84
5	20,81	20,16
6	20,99	20,37
7	24,74	23,92
8	26,54	25,19
9	27,04	26,18
10	28,19	26,67

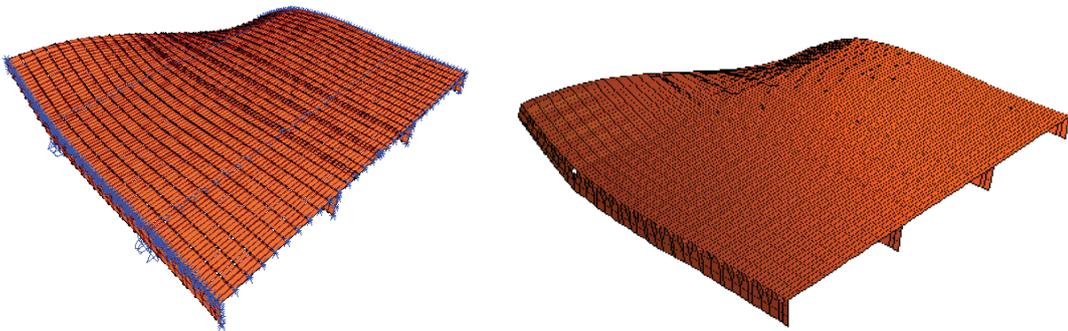
Tabela 6.3. Frequências naturais para o tabuleiro metálico sem pavimento asfáltico.

<b>FREQÜÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (Hz)</b>		
<b>MODOS</b>	<b>PEFAMV</b>	<b>SAP 2000[32]</b>
1	13,85	13,70
2	16,66	16,51
3	19,90	19,19
4	19,92	19,20
5	20,13	19,54
6	20,31	19,69
7	28,05	27,17
8	28,07	27,19
9	28,37	27,68
10	28,64	27,98

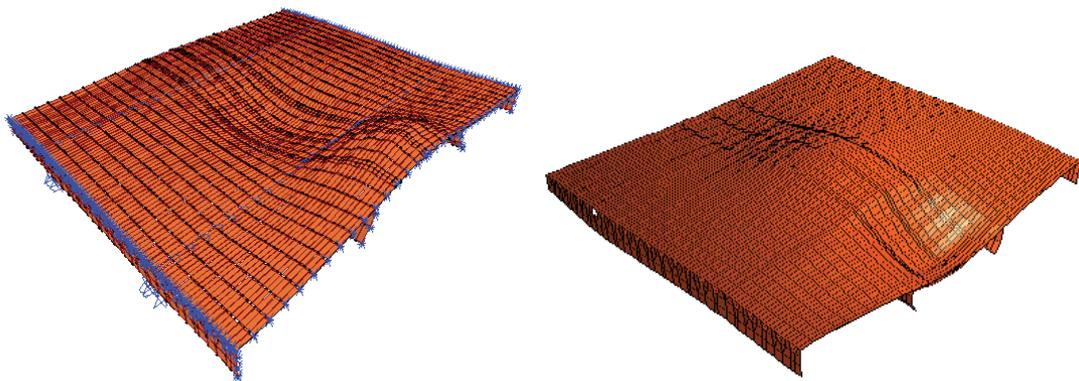
**1º MODO**



**2º MODO**



**7º MODO (3º MODO DE FLEXÃO)**



**SAP2000 [32]**

**PEFAMV**

Figura 6.11. Três primeiros modos de flexão obtidos através do SAP2000 [32] e PEFAMV para o tabuleiro metálico sem pavimento.

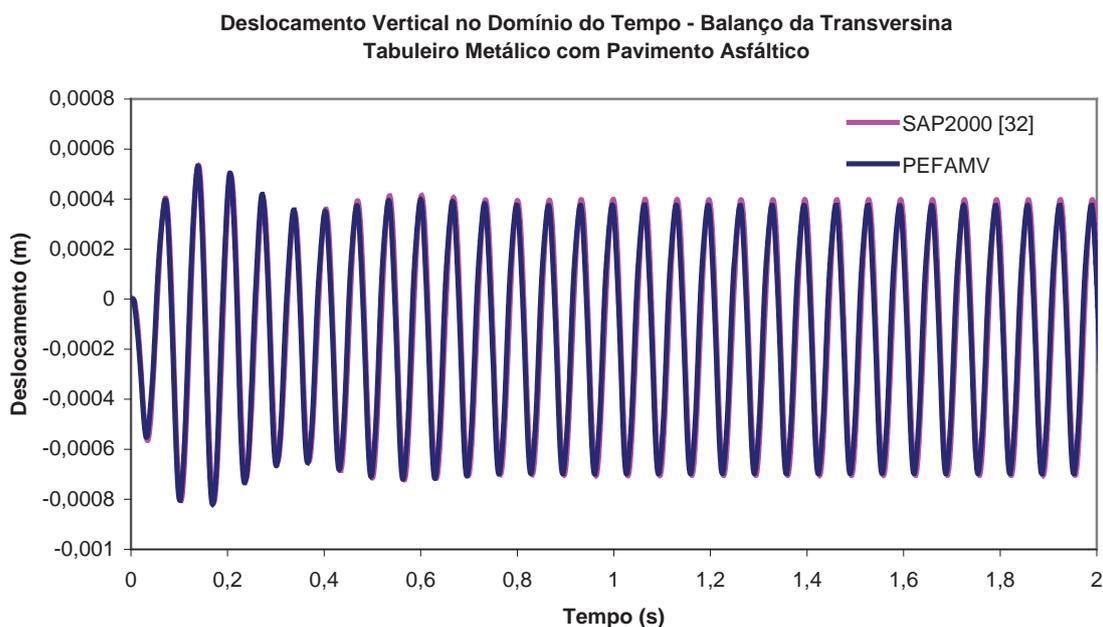


Figura 6.12. Deslocamento vertical no domínio do tempo, balanço da transversina, para o tabuleiro metálico com pavimento asfáltico.

## 6.4.2. Tabuleiro Misto

O modelo para análise desta seção foi obtido a partir daquele apresentado na seção anterior, com a inclusão do pavimento em concreto, de elementos do tipo pórtico espacial para modelar os conectores metálicos e de elementos verticais de treliça ligando as superfícies médias da camada de concreto e da placa de aço, nos pontos onde não existem conectores, vide Figura 6.13. Os conectores metálicos fazem parte da atual estrutura, tendo em vista que o antigo pavimento de concreto asfáltico foi substituído por um novo em concreto armado, conforme solução mencionada na seção 6.3.

Por outro lado, os elementos verticais de treliça foram introduzidos com a finalidade de evitar que as superfícies médias, da camada de concreto armado e da placa de aço, em nenhum momento, durante a aplicação do carregamento, se interceptassem devido à deformação causada em cada uma delas – fato fisicamente impossível, mas um possível erro numérico. Adotou-se uma rigidez para os elementos de treliça que possibilitasse o mínimo deslocamento relativo entre os pontos da camada de concreto armado e da placa aço onde este está conectado.

A espessura adotada para a camada de concreto armado é de 13,00 centímetros e as características dos materiais empregados para a análise do tabuleiro misto são aquelas mostradas na tabela 6.4.

Salienta-se que a massa dos elementos de treliças foi considerada de valor igual a zero, de modo que não houvesse contribuição destes elementos para a massa total da estrutura.

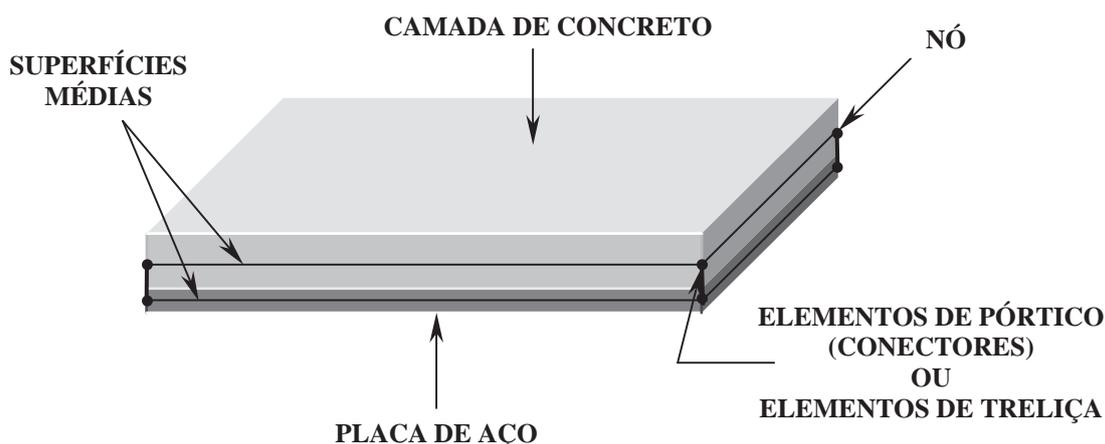


Figura 6.13. Representação da ligação entre os elementos da camada de concreto e os da placa de aço para modelagem numérica do tabuleiro misto.

Tabela 6.4. Características dos materiais para o modelo do tabuleiro misto.

<b>CARACTERÍSTICAS</b>	<b>AÇO</b>	<b>CONCRETO</b>
<b>Módulo de Elasticidade (GPa)</b>	<b>200</b>	<b>20</b>
<b>Massa Específica (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>7.827</b>	<b>2.500</b>
<b>Coefficiente de Poisson</b>	<b>0,3</b>	<b>0,2</b>

A malha do tabuleiro misto utiliza 2.964 elementos de pórtico espacial e 8.726 elementos de casca, sendo 8.637 elementos retangulares e 89 elementos triangulares, na modelagem das quatro transversinas, da placa de aço, da camada de concreto, dos enrijecedores longitudinais, dos conectores metálicos e elementos de treliças. A quantidade de elementos de treliças foi determinada a partir do número total de conectores metálicos, pois estes foram definidos de forma idêntica ao existente na estrutura real, com diâmetro de  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{1}{2}$  polegadas, espaçados de 50 cm na direção

longitudinal e de 30 cm na direção transversal ao eixo do tabuleiro. Assim, nos pontos onde não haviam os conectores foram colocados os elementos verticais de treliça.

Como na seção anterior, também para o tabuleiro misto, foram determinadas as dez primeiras frequências naturais de vibração da estrutura. A tabela 6.5 apresenta uma comparação dos resultados obtidos com aqueles obtidos com o programa SAP2000 [32]. Observa-se, novamente, que para as frequências mais baixas as diferenças entre os resultados obtidos pelo PEFAMV e o SAP2000 [32] foram pequenas, e mesmo para frequências mais altas as diferenças são sempre menores do que 5%. Com relação aos modos de vibrações, observou-se que ambos os programas apresentavam para cada frequência à mesma forma modal, sendo as primeiras iguais a aquelas apresentadas para o caso do tabuleiro metálico, Figura 6.11; optou-se, portanto, por não mostrá-las aqui.

Assim como na análise do tabuleiro metálico, para a presente análise do tabuleiro misto, os resultados obtidos com ambos os programas apresentam boa correlação em termos de frequências e modos de vibração.

Tabela 6.5. Frequências naturais para o tabuleiro misto.

<b>FREQÜÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (Hz)</b>		
<b>MODOS</b>	<b>PEFAMV</b>	<b>SAP 2000[24]</b>
<b>1</b>	<b>12,82</b>	<b>12,58</b>
<b>2</b>	<b>15,30</b>	<b>15,04</b>
<b>3</b>	<b>19,95</b>	<b>19,84</b>
<b>4</b>	<b>20,13</b>	<b>19,88</b>
<b>5</b>	<b>20,23</b>	<b>20,16</b>
<b>6</b>	<b>20,30</b>	<b>20,37</b>
<b>7</b>	<b>22,35</b>	<b>21,60</b>
<b>8</b>	<b>23,44</b>	<b>22,47</b>
<b>9</b>	<b>24,73</b>	<b>23,87</b>
<b>10</b>	<b>24,84</b>	<b>24,04</b>

Para análise no tempo, empregou-se o mesmo carregamento definido na seção anterior, Figura 6.10, tendo a mesma localização; porém, aplicado sobre o pavimento de

concreto, ver Figura 6.14. Adotou-se uma taxa de amortecimento de 2,5% para o primeiro modo, sendo as demais proporcionais à massa. Este valor está em conformidade com o que foi utilizado por Battista e Carvalho [68].

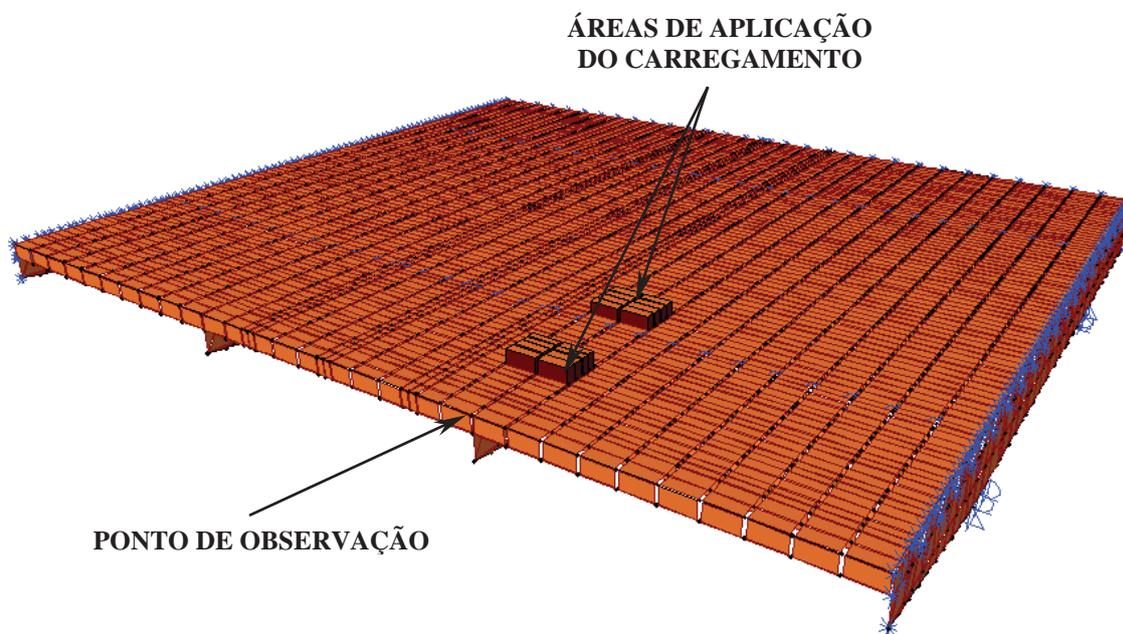


Figura 6.14. Vista do tabuleiro com as áreas de aplicação do carregamento e o ponto de observação para a análise do tabuleiro misto.

Observou-se, então, a resposta no intervalo de tempo de 2,0 s no mesmo ponto definido na seção anterior: no balanço da transversina, na interseção desta com a mesa superior (Figura 6.14). Esta resposta é apresentada na Figura 6.15, sendo comparada com a resposta obtida através do SAP2000 [32].

Das respostas apresentadas na Figura 6.15 é possível observar que no transiente a resposta obtida pelo PEFAMV é idêntica a obtida utilizando o SAP2000 [32]. Já em regime as duas respostas apresentam uma pequena diferença, principalmente em termos de amplitude. A razão desta diferença pode ser entendida a partir da Figura 6.16, que mostra as duas respostas no domínio da frequência, em termos do auto-espectro. Desta figura observa-se que o segundo modo é o dominante em ambas as respostas, isto porque, a frequência de excitação é de 15,13 Hz. Levando-se em consideração que as segundas frequências obtidas pelo PEFAMV e SAP2000 [32] foram de 15,30 Hz e 15,04 respectivamente, percebe-se que aquela obtida pelo SAP2000 [32] está mais próxima da frequência de excitação, portanto, com uma amplificação dinâmica, em termos de resposta, maior do que a outra obtida pelo PEFAMV.

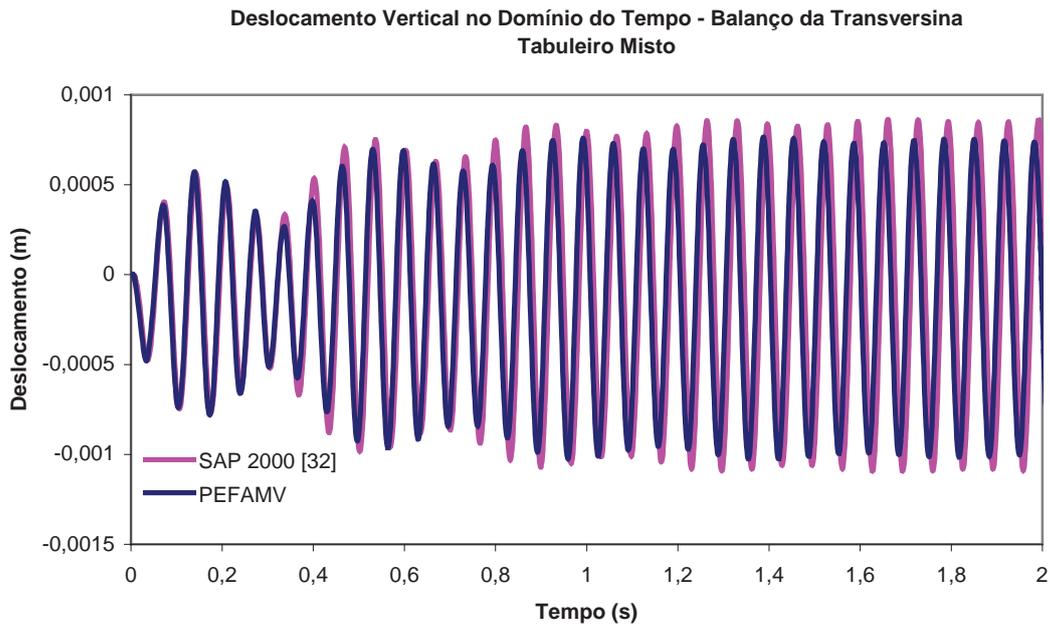


Figura 6.15. Deslocamento vertical no domínio do tempo, balanço da transversina, para o tabuleiro misto.

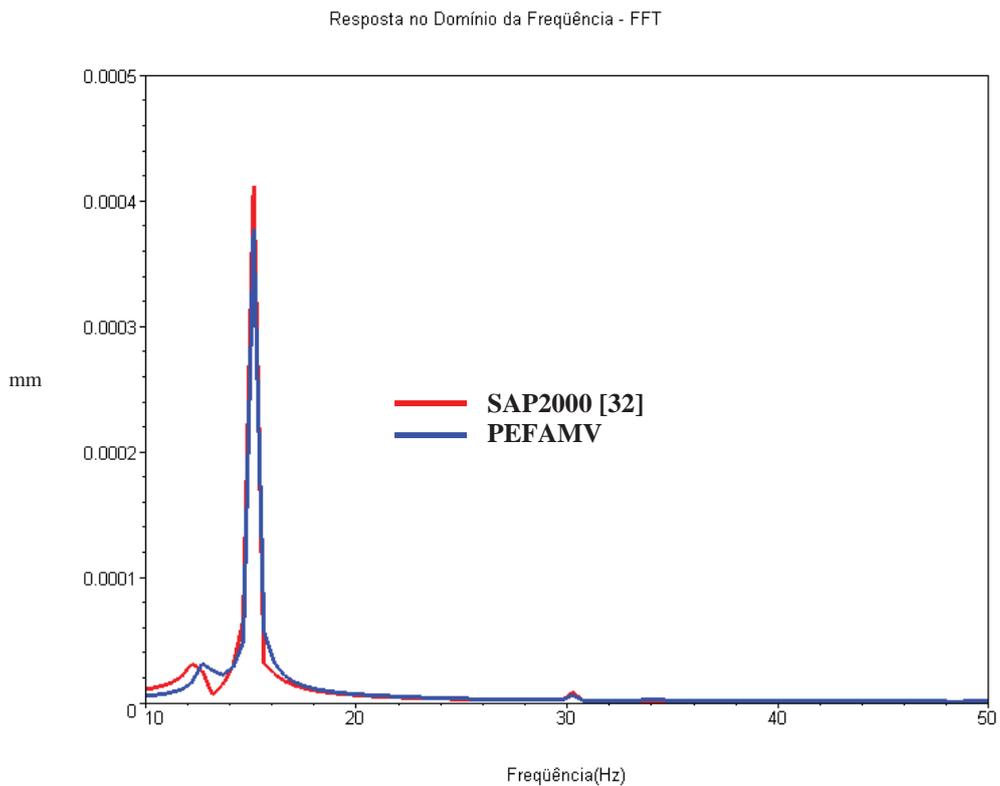


Figura 6.16. Deslocamento vertical no domínio da frequência, em termos do módulo do auto-espectro, balanço da transversina do tabuleiro misto.

Dos resultados obtidos tanto para o caso do tabuleiro metálico (seção 6.4.1), quanto para o caso analisado nesta seção, tabuleiro misto, pode-se dizer que o PEFAMV quando comparado ao SAP2000 [32] mostrou ser uma ferramenta numérico-computacional eficiente, mesmo para estruturas complexas modeladas somente com elementos elásticos. Sendo assim, na próxima seção são apresentadas as análises realizadas com o PEFAMV de um modelo físico do tabuleiro ortotrópico do vão central da ponte Rio-Niterói.

## **6.5. Análise de um Modelo Físico com MVE**

A partir de análises realizadas em um modelo físico no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, foram propostas por Battista et al. [25,27] duas alternativas para solução do problema de ocorrência de danos devido à fadiga de ligações soldadas do tabuleiro ortotrópico. A seguir são apresentadas as análises numéricas empregando-se modelagens discretizadas em elementos finitos do modelo físico experimental para estas duas alternativas. Apresenta-se também, uma descrição do modelo físico empregado na análise experimental, extraída do trabalho de Battista et al. [27].

### **6.5.1. Modelo Físico sem Pavimento**

Segundo Battista et al. [27], a estrutura modelo na escala geométrica 1:1 de um trecho do tabuleiro ortotrópico metálico foi projetada pela COPPETEC em agosto de 1997, levando-se em conta tanto os detalhes geométricos e de soldagem constantes dos desenhos de projeto originais, quanto os detalhes geométricos, construtivos e de soldagem observados durante vistorias e inspeções continuadas realizadas pela equipe da COPPETEC e da PONTE S.A. A montagem desta estrutura sobre a placa de reação do Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ foi terminada em junho de 1998.

O trecho típico escolhido para modelagem tem chapas da mesa superior com espessura de 10 mm e enrijecedores longitudinais de seção trapezoidal com espessura de 8 mm. No protótipo (i.e. tabuleiro da ponte existente) este trecho corresponde aos vãos isostáticos de 44 metros e parte dos extremos em balanço de 30 metros das viga-caixão construídos com aço inglês BS-4360 Grade 43 A. Em planta, o modelo do tabuleiro ortotrópico tem dimensões (cerca de 10 m x 10 m) que incluem, na direção longitudinal, dois vãos de 5 m entre transversinas superiores e, na direção transversal, desde o bordo lateral em balanço com o guarda-roda em concreto armado até a alma interna da

correspondente viga caixão. As três transversinas do modelo, além do próprio tabuleiro, foram todas projetadas na escala geométrica do protótipo. As duas almas enrijecidas da viga caixão foram simuladas por componentes mistos de chapas de ligação com o tabuleiro, complementadas por barras de enrijecimento e travejamento ancorados na placa de reação. Os pares montantes, que com as transversinas superior e inferior formam no protótipo um quadro fechado, foram simulados por peças de menor seção transversal (i.e. menor inércia à flexão) e de menor altura, apoiadas em placas finas de Neoprene sobre a placa de reação. Esses montantes, com topo soldado ao flange inferior das transversinas, receberam travejamentos horizontais flexíveis ligados aos seus pés por juntas parafusadas semi-rígidas. Com esta composição de peças e ligações foi simulada no modelo a mesma condição de engastamento elástico conferida pelos montantes as transversinas superiores e, portanto, ao tabuleiro ortotrópico a elas ligado através das chapas das almas dos caixões e das próprias almas dos enrijecedores longitudinais [27].

Nas tiras com 1,0 m de altura das chapas das almas da estrutura modelo foram parafusados e depois soldados os consolos de altura variável do balanço lateral, simulando a mesma metodologia de projeto e fabricação da estrutura protótipo.

O primeiro enrijecedor longitudinal superior mais próximo da borda do balanço lateral do tabuleiro protótipo, com seção transversal de uma tira de chapa, não foi reproduzido no projeto e fabricação do modelo por questões econômicas e de prazo para execução. Para Battista et al. [27] esta omissão é aceitável se for observado que sua importância e contribuição para as rigidezes longitudinal e transversal do tabuleiro é totalmente secundária em face da existência da alma de enrijecimento da borda (com 460 mm de altura), além do guarda-roda de concreto armado com grande seção transversal firmemente ligado a uma faixa da borda da mesa do balanço lateral, por meio de grampos conectores a ela soldados.

Também foram projetadas e reproduzidas na estrutura modelo as diversas emendas transversais de solda de campo entre painéis enrijecidos do tabuleiro: tanto as indicadas no projeto original, quanto outras no protótipo e ainda algumas outras possíveis de existirem [27].

A Figura 6.17 mostra uma vista da estrutura metálica do modelo físico no Labest – Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ.



Figura 6.17. Vista da estrutura metálica acabada com guarda-rodas em concreto armado.

### 6.5.2. Modelo Físico com Pavimento Misto

O pavimento aqui denominado misto é composto por uma placa de concreto armado com espessura média de 12 cm, executada sobre a superfície da chapa de aço da mesa do tabuleiro e a ela ligada por meio de conectores de aço tipo pino com cabeça, com diâmetro de  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{1}{2}$  polegada e espaçados de 50 cm na direção longitudinal e de 30 cm na direção transversal ao eixo do tabuleiro. A estrutura mista resultante é ilustrada na Figura 6.18.

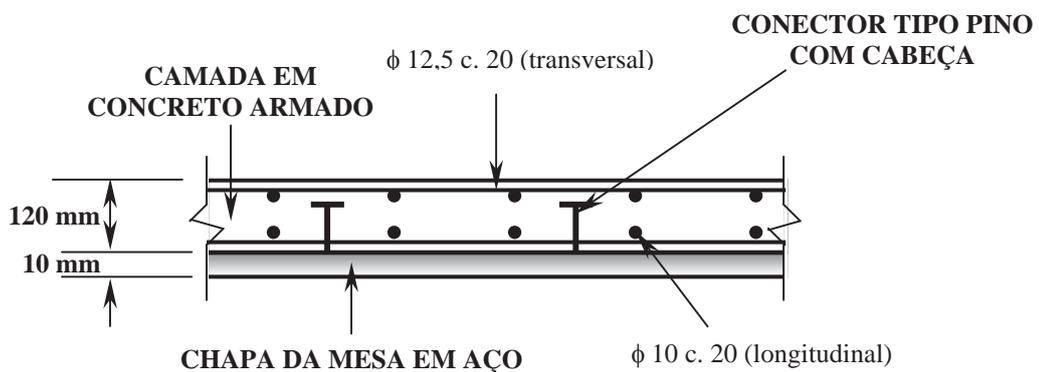


Figura 6.18. Representação da estrutura do pavimento misto.

A Figura 6.19 mostra uma vista geral do modelo físico com pavimento misto, com o detalhe do guarda-rodas mostrado em primeiro plano.

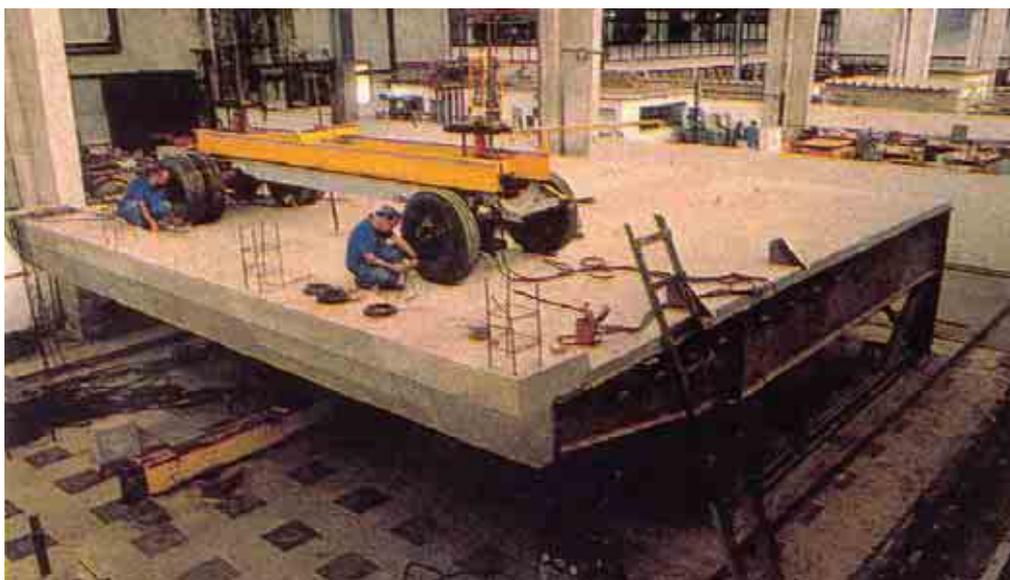


Figura 6.19. Vista geral do modelo físico com pavimento misto.

### 6.5.3. Modelo Físico com Pavimento Sanduíche

O pavimento aqui denominado sanduíche é composto por uma placa de concreto armado com espessura média de 10 cm, executada sobre uma fina camada de 0,5 cm de espessura de material viscoelástico aderente à superfície da chapa de aço da mesa do tabuleiro ortotrópico, tal como ilustrado na Figura 6.20.

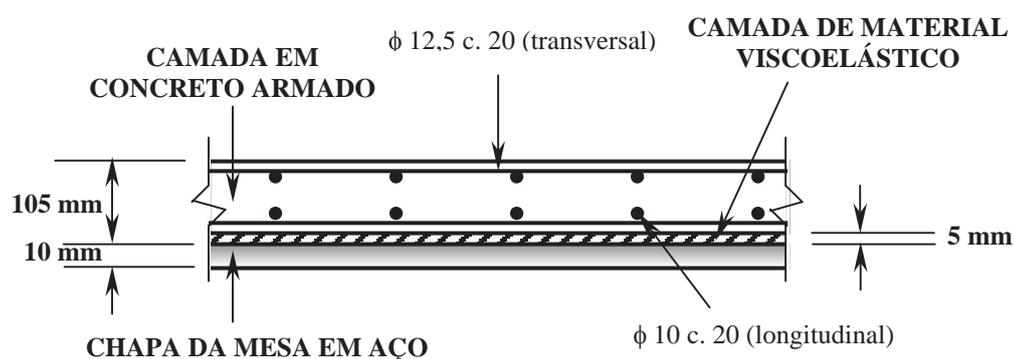


Figura 6.20. Representação da estrutura do pavimento sanduíche.

O pavimento sanduíche descrito anteriormente é mostrado na Figura 6.21.



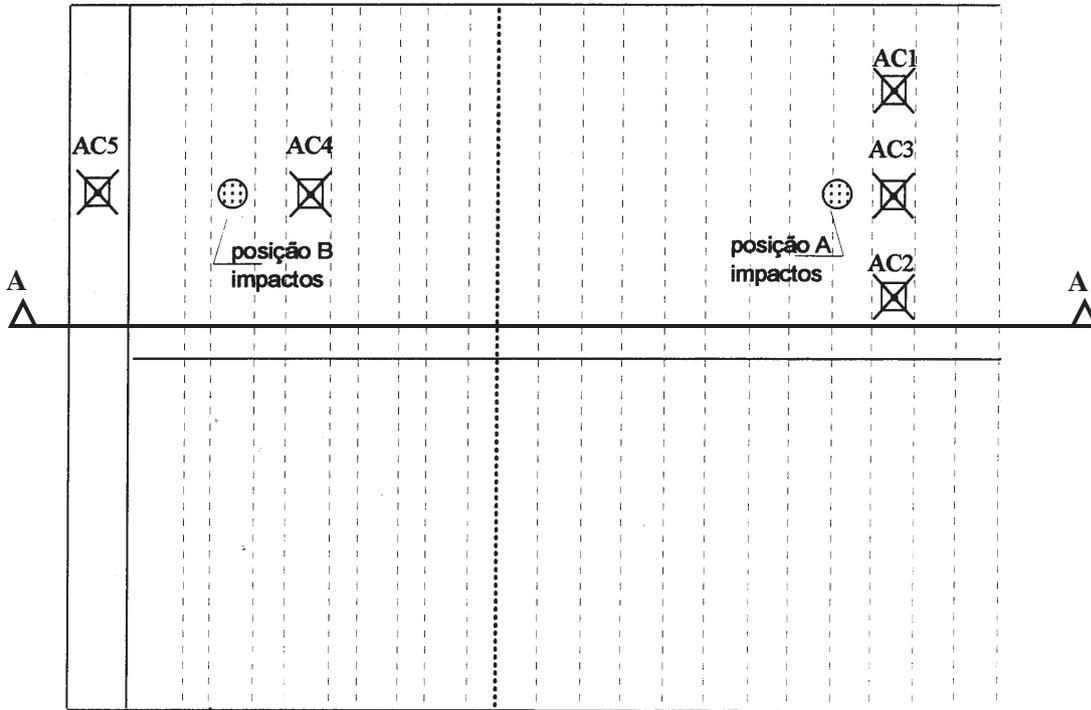
Figura 6.21. Vista com detalhe do pavimento sanduíche.

#### 6.5.4 . Sistema de Carga Dinâmica

As características dinâmicas da estrutura do modelo físico do tabuleiro ortotrópico metálico, sem ou com pavimento, foram estimadas através do processamento dos sinais de aceleração vertical em alguns pontos do tabuleiro obtidos nos ensaios de vibração livre da estrutura sob ação de percussões localizadas. Essas percussões foram produzidas pelo impacto, atenuado por um colchão de areia confinado, causado pela queda livre de um corpo metálico cilíndrico, instrumentado com extensômetros elétricos de resistência (eer's) e com ponta em madeira maciça. Este cilindro instrumentado com massa de cerca de 70 kg, caindo em queda livre de uma altura de cerca de 60 - 70 cm, se constituiu ao mesmo tempo numa célula de carga dinâmica e num batedor que produz impulsos com grande magnitude variável entre 50 e 100 kN [27]. A Figura 6.21 mostra em primeiro plano o mecanismo empregado para produzir os impactos sobre a estrutura, denominado batedor ou impactômetro.

A instrumentação do tabuleiro metálico – com eer's para medição de deformações, transdutores de deslocamentos verticais e micro-acelerômetros para medição de acelerações em vibração livre sob percussão – utilizada para realização dos ensaios foram as mesmas tanto para o tabuleiro sem pavimento quando para ambos os pavimentos (concreto ou sanduíche). A Figura 6.22, reproduzida de Battista et al. [27], mostra a instrumentação com os micro-acelerômetros para medição das acelerações

verticais em pontos específicos do tabuleiro metálico, bem como a posição onde foram produzidos os impactos para o referido ensaio.



**CORTE A - A**

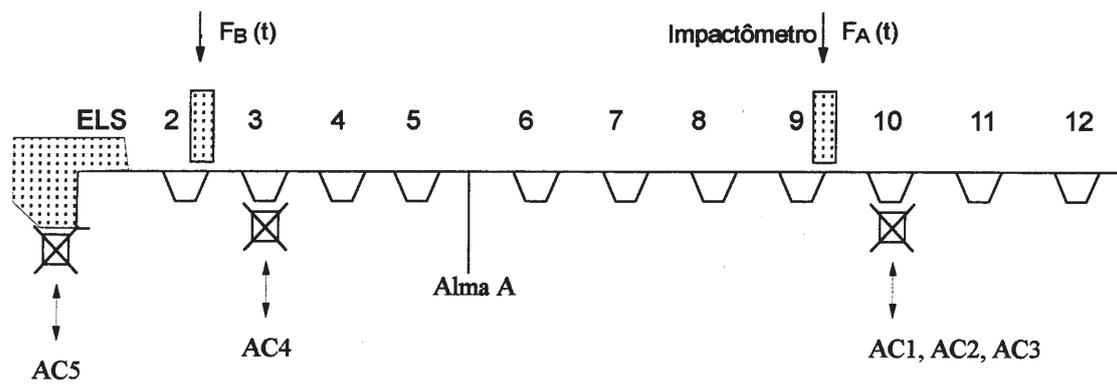


Figura 6.22. Representação da localização dos acelerômetros e posições de impactos no modelo físico do tabuleiro metálico, reproduzida de Battista et al. [27].

Nesta figura observa-se que existem duas posições para aplicação de impactos. Deve-se observar que os impactos não foram dados simultaneamente: primeiro foram realizados ensaios com impactos em apenas uma posição, em seguida, foram repetidos os mesmos procedimentos mudando-se o local de impacto para a outra posição. Portanto, para cada tipo de situação foram realizados pelo menos dois ensaios de vibração livre.

Observa-se, ainda, que em Battista et al. [25,27] não são apresentados maiores detalhes com relação ao carregamento, tais como, tempo total de carregamento, quantidade de impactos sucessivos para cada amostra ou ainda, intervalo de duração de cada impacto.

### 6.5.5. Resultados Experimentais dos Ensaio de Vibração

#### Livre

A Figura 6.23, reproduzida de Battista e Pfeil [25], mostra os espectros de aceleração vertical obtidos através da aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT) aos registros digitalizados dos sinais temporais analógicos do acelerômetro no centro de um painel (i.e. entre duas transversinas) para a estrutura excitada por percussão na posição A.

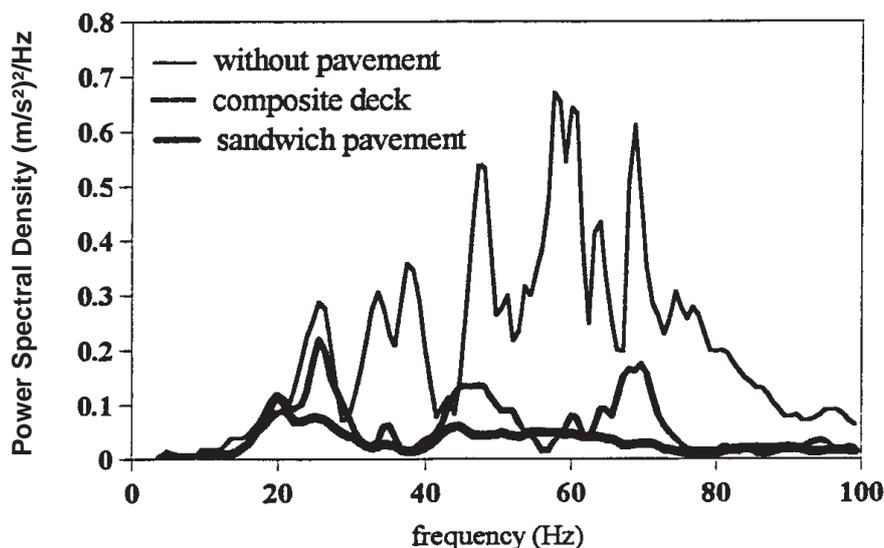


Figura 6.23. Densidade Espectral para a aceleração vertical no meio do tabuleiro ortotrópico obtido com testes de impacto em laboratório, reproduzido de Battista e Pfeil [25].

O que Battista et al. [25,27] observaram destes espectros e daqueles obtidos para outros acelerômetros, com a mesma ou diferente posição de impacto, é que:

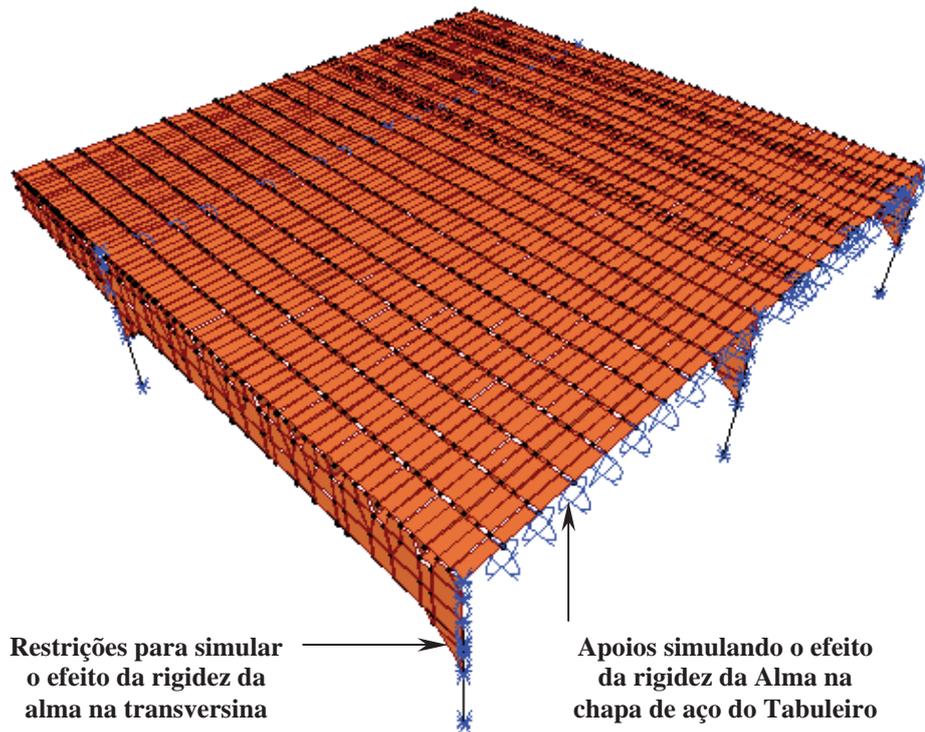
- a) o tabuleiro metálico ortotrópico sem pavimento apresenta uma forte característica multi-modal, tendo os espectros banda relativamente larga de frequências entre 0 e 100 Hz com densidades significativas entre 25 e 70 Hz e máximas em torno de 60 Hz para acelerações verticais no centro de um painel (vide Figura 6.23) e em torno de 25 Hz para acelerações verticais no balanço lateral (na região do guarda-rodas) deste mesmo painel do tabuleiro. A figura relativa a este último espectro não é mostrada aqui;
- b) com relação ao tabuleiro com pavimento misto, devido ao enrijecimento conferido pela transformação do tabuleiro em uma estrutura mista, este apresenta uma forte atenuação dos níveis de vibração em toda a faixa de frequências de 0 a 100 Hz. Quando comparada aos valores obtidos para a estrutura do tabuleiro metálico, a redução das amplitudes de aceleração resultou na faixa de 85% a 95%, sendo esta redução mais forte para modos de frequências mais baixa, em torno de 20 Hz;
- c) em contrapartida a característica multi-modal do tabuleiro ortotrópico metálico não é destruída, quando da colocação do pavimento misto. Esta característica é evidenciada pelo grande número de picos de frequências mostrados na Figura 6.23 para este caso, onde ainda predominam faixas de frequências de alta frequência com maior densidade em torno de 60 Hz e 70 Hz;
- d) esta forte redução de amplitudes das acelerações verticais, conferido pelo grande acréscimo de rigidez, não implica, entretanto, em melhoria substancial do comportamento dinâmico da estrutura do tabuleiro à passagem de veículos, já que a característica multi-modal na faixa de frequências mais altas parece ser a principal causa do descolamento (i.e. perda de aderência) precoce do pavimento asfáltico sobre a chapa da mesa do tabuleiro;
- e) comparando-se os espectros de aceleração do sistema sanduíche com aqueles referentes ao tabuleiro metálico sem pavimento, pode ser observado uma destruição da forte característica multi-modal do tabuleiro ortotrópico metálico com forte atenuação dos níveis de vibração em toda a faixa de frequências de 0 a 100 Hz.

- f) a combinação das duas propriedades (de alisamento do espectro e de amortecimento), citadas nos itens (d) e (e), implica em melhoria do comportamento estrutural do tabuleiro metálico. A redução das amplitudes de aceleração resultou na faixa de 50%, sendo esta redução mais forte para modos de frequências mais altas em torno de 40 – 80 Hz.

## 6.5.6. Modelagem Numérica

Os modelos numéricos empregados na análise do modelo físico foram obtidos a partir dos modelos utilizados nas seções 6.4.1 e 6.4.2. Para isto, assim como no modelo físico, modelou-se parte do tabuleiro ortotrópico compreendendo, na direção longitudinal, apenas dois vãos entre transversinas e, na direção transversal, desde o bordo lateral em balanço com guarda-corpo até a alma interna, representada por condições de apoios. Os pares de montante, que compõem a estrutura do modelo físico, os quais podem ser vistos em detalhes na Figura 6.17, foram modelados com elementos verticais de pórtico espacial e cascas, de modo a simular a rigidez que estes elementos impõem a estrutura. A Figura 6.24 mostra em detalhes o modelo numérico aqui descrito e foi obtida empregando-se o SAP2000 [32], figura semelhante poderia, também, ser obtida pelo VIEW-3D [57] a partir dos dados de entrada do PEFAMV.

Como os montantes da estrutura real estavam, conforme descrito na seção 6.5.1, apoiadas em placas finas de Neoprene sobre a placa de reação, para a modelagem aproximada desta condição de apoio, adotou-se restrições de deslocamentos e molas rotacionais segundo as direções longitudinal e transversal, acrescentando-se, ainda, uma mola linear segundo a direção vertical. As constantes destas molas foram calculadas considerando-se que a placa de Neoprene possuía dimensões 380 mm x 752 mm x 10 mm e que os ensaios foram executados a temperatura ambiente, sem qualquer variação significativa desta. Para esta temperatura e faixa de frequências de 1 – 100 Hz, o módulo de elasticidade longitudinal da borracha Neoprene mantêm-se aproximadamente constante com valor igual a 2,4 MPa [66], o qual é o valor adotado para este caso.



**DETALHE DA TRANSVERSINA**

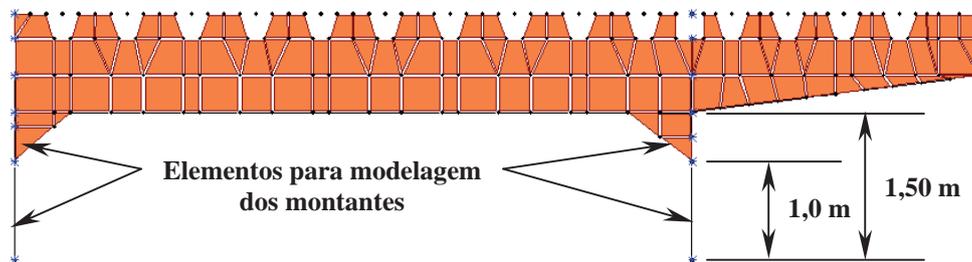


Figura 6.24. Modelagem numérica para o modelo físico do protótipo.

Considerando-se, ainda, que a placa de borracha não está perfeitamente em contato com a superfície de fixação, faz-se a suposição que há perda de contato entre montante, placa de Neoprene e placa de reação, da ordem de 20% para a largura e o comprimento, em relação às dimensões originais. Sendo assim, os valores para as constantes das molas, segundo as direções definidas na Figura 6.25, são aquelas calculadas a seguir:

$L \cong 80\%$  do comprimento original = 0,60 m;

$C \cong 80\%$  da largura original = 0,30 m;

$h$  = espessura = 0,01 m

$$A = 0,30 \cdot 0,60 = 0,18 \text{ m}^2;$$

$$I_x = \frac{0,30 \cdot 0,60^3}{12} = 0,0054 \text{ m}^4;$$

$$I_y = \frac{0,30^3 \cdot 0,60}{12} = 0,00135 \text{ m}^4;$$

$$K_z = \frac{E \cdot A}{h} = \frac{2,4 \cdot 10^6 \cdot 0,18}{0,01} = 4,32 \cdot 10^7 \text{ N/m} = 43.200 \text{ kN/m};$$

$$K\theta_x = \frac{E \cdot I_x}{h} = \frac{2,4 \cdot 10^6 \cdot 0,0054}{0,01} = 1,30 \cdot 10^6 \text{ N/m} = 1.300 \text{ kN} \cdot \text{m/rad};$$

$$K\theta_y = \frac{E \cdot I_y}{h} = \frac{2,4 \cdot 10^6 \cdot 0,00135}{0,01} = 3,24 \cdot 10^6 \text{ N/m} = 324 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}.$$

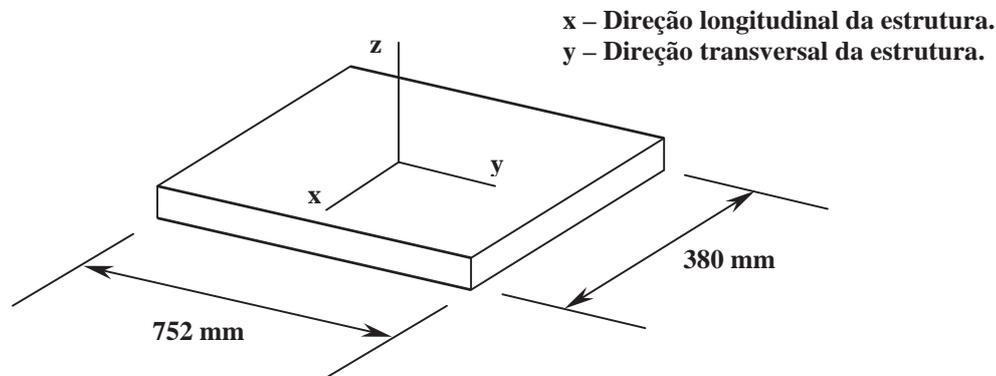


Figura 6.25. Placa da base de apoio dos montantes em borracha Neoprene.

As restrições com a finalidade de simular a continuidade da estrutura do tabuleiro ortotrópico, que haviam nos modelos analisados nas seções 6.5.1 e 6.5.2, foram retiradas, tendo em vista que, elas não existem no modelo físico, sendo mantidas tão somente, aquelas que simulam o efeito de rigidez da alma no tabuleiro e na transversina.

Os montantes intermediários, bem como as diagonais, que apóiam a alma, vide Figura 6.17, não foram modelados. No presente modelo considerou-se somente o efeito que ambos produzem sobre a alma, através de restrições na direção longitudinal e vertical nos pontos de ligação montante-diagonal-alma.

Na estrutura com pavimento misto, a camada de concreto armado foi modelada empregando-se elementos de casca ligados aos elementos de casca da chapa de aço da mesa do tabuleiro através de conectores metálicos ou elementos de treliça, conforme o adotado no modelo do tabuleiro misto, apresentado na seção 6.4.2 e mostrado na Figura 6.13.

Para o pavimento sanduíche, modelou-se a camada de concreto armado novamente com elementos de casca, porém, estes ligados aos pontos superiores dos elementos hexaédricos lineares que modelam a camada de MVE. Os pontos inferiores destes elementos hexaédricos foram conectados a outros elementos de casca referentes à modelagem da chapa de aço do tabuleiro. A Figura 6.26 mostra uma representação deste modelo.

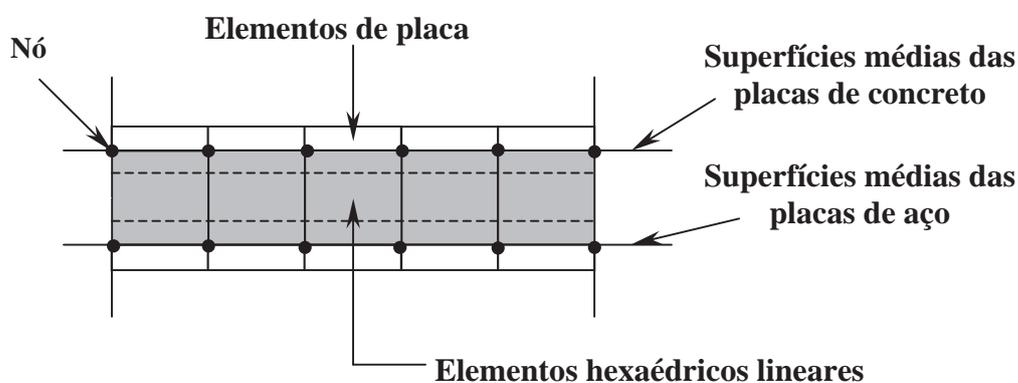


Figura 6.26. Representação de um trecho da malha do pavimento sanduíche.

Em cada um dos modelos numéricos foram empregados os seguintes elementos:

- Modelo sem pavimento: 141 elementos de pórtico espacial; 3.132 elementos de casca, sendo 66 triangulares e 3.066 retangulares.
- Modelo com pavimento misto: 1.493 elementos de pórtico espacial; 4.744 elementos de casca, compreendendo 66 triangulares e 4.678 retangulares.

- Modelo com pavimento sanduíche: 141 elementos de pórtico espacial; 4.744 elementos de casca, sendo 66 triangulares e 4.678 retangulares; 1.612 elementos hexaédricos lineares.

A seguir são apresentados na tabela 6.6 os valores para as características mais importantes do aço e do concreto empregados no presente trabalho, as quais foram obtidas a partir do trabalho de Battista et al. [27].

Tabela 6.6. Características dos materiais para a modelagem numérica do modelo físico.

<b>CARACTERÍSTICAS</b>	<b>AÇO</b>	<b>CONCRETO</b>
<b>Módulo de Elasticidade (GPa)</b>	<b>200</b>	<b>40*/44**</b>
<b>Massa Específica (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>7.827</b>	<b>2.500</b>
<b>Coefficiente de Poisson</b>	<b>0,3</b>	<b>0,2</b>

\* Pavimento misto

\* Pavimento sanduíche

Por não se tratar o trabalho de Battista et al. [27] de um relatório de domínio público, não é possível citar, no presente texto, o tipo de material viscoelástico empregado na análise experimental da estrutura sanduíche, apenas faz-se um comentário de que o Thiokol, polisulfeto orgânico, apresenta características muito semelhantes a este material. Além disso, Snowdon [66] apresenta gráficos das propriedades dinâmicas, modulo de armazenamento transversal e fator de perda, para o Thiokol RD nas temperaturas de 5° C, 20° C e 35° C; estes gráficos são reproduzidos na Figura 6.27.

Levando-se tudo isto em consideração, optou-se pelo emprego deste material para a modelagem da camada de MVE. Para tanto, foram determinados os parâmetros para a modelagem via GHM empregando-se uma função dissipação com um único termo (eq. 3.8) e utilizando-se as propriedades do Thiokol RD para uma faixa de frequências de 10 a 100 Hz, a uma temperatura de 20° C. Estes parâmetros são apresentados a seguir:

- $\varepsilon = 2.800 \text{ kN/m}^2$ ;  $\alpha = 17.500 \text{ kN/m}^2$ ;  $\beta = 46.000 \text{ s}^{-1}$  e  $\delta = 46.500.000 \text{ s}^{-2}$ .

Com este conjunto de parâmetros e as expressões que definem  $E'$  e  $\eta'$ , segundo o GHM, foram traçados os gráficos apresentados na Figura 6.28, os quais são comparados com aqueles obtidos da Figura 6.27, através do aplicativo DIGITALIZE [65]. Lembra-se, novamente, que o módulo de armazenamento longitudinal é definido em termos do transversal por  $E' = 2G'(1+\nu)$ , onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

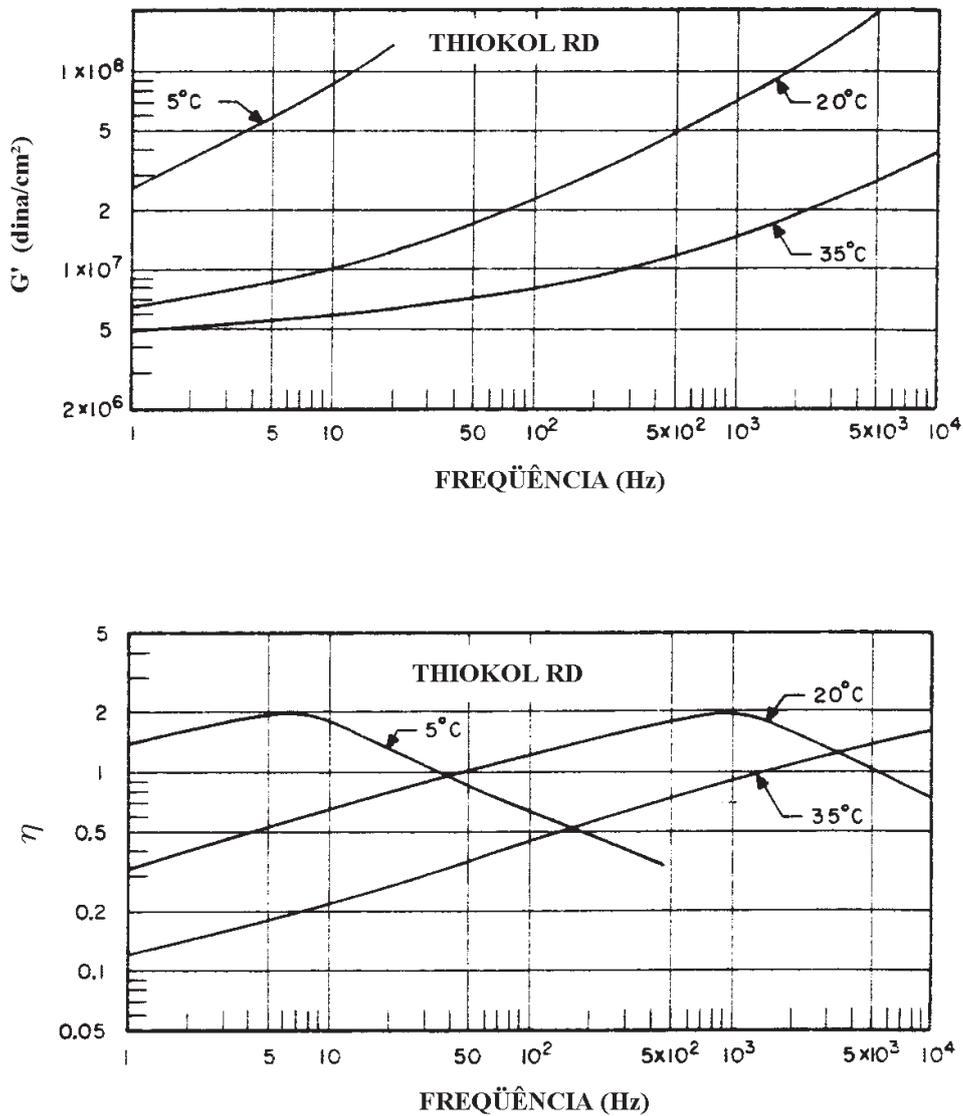


Figura 6.27. Módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda para a borracha Thiokol RD sem fíler a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66].

*Obs: 1 dina/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>).*

Dos gráficos apresentados na Figura 6.28 observa-se uma boa aproximação entre os módulos de armazenamento, via GHM e dados experimentais, enquanto para os módulos de perda há uma diferença nos valores para frequências extremas, próximas a 10 Hz. Muito embora exista esta diferença, verificou-se através dos resultados obtidos para a análise numérica do modelo físico, apresentados posteriormente, que a mesma não é tão significativa, tendo em vista que a contribuição efetiva para a resposta é dada por modos cujas frequências estão próximas ou são maiores que 20 Hz.

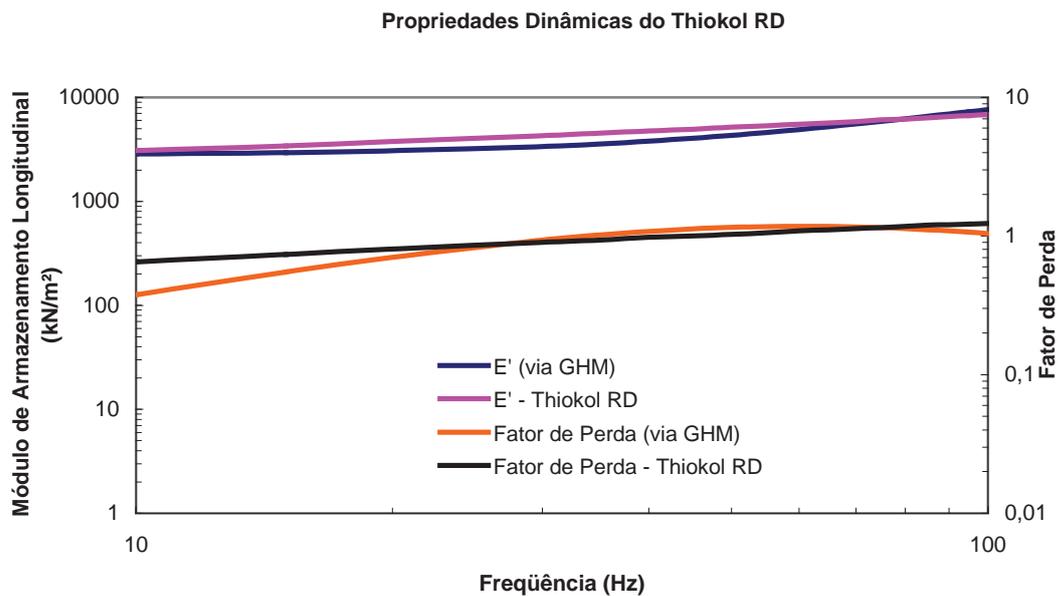


Figura 6.28. Gráficos das propriedades dinâmicas do Thiokol RD via GHM e valores obtidos a partir de Snowdon [66], na faixa de 10 a 100 Hz.

Com relação ao carregamento, como mencionado anteriormente na seção 6.5.4, Battista et al. [27] não apresentam maiores detalhes sobre este, apenas informando que foram aplicados a estrutura diversos impactos de magnitudes variando no intervalo de 50 a 100 kN. Assim, para que fossem excitadas o maior numero possível de frequências admitiu-se que a carga para cada impacto é do tipo seno de meia-onda; isto porque, uma carga produzida por impacto, atenuado por um colchão de areia confinado, causado por queda livre de um corpo metálico cilíndrico, apresenta uma variação no tempo na forma aproximada a esta. A Figura 6.29 apresenta a forma de cada impacto aplicado na estrutura, onde  $F_{Max}$  varia no intervalo de 80 a 100 kN, um pouco menor daquele definido por Battista et al. [27].

Nas análises para todos os três casos, estrutura sem pavimento, mista e sanduíche, empregou-se um carregamento dinâmico com dezesseis impactos com intervalo de aplicação de 8,0 s entre eles, amplitudes variando de 80 a 100 kN, com intervalos de aplicação de carga ( $\Delta t$ ) variáveis na faixa de 0,01 a 0,03 s. O intervalo de tempo de 8,0s entre impactos mostrou ser suficiente para a estrutura responder em vibração livre.

O tempo total de observação para os dezesseis impactos foi de 131,1 segundos.

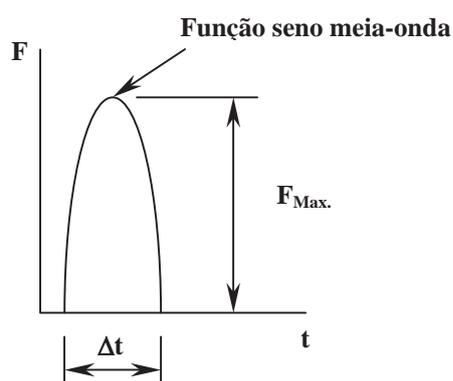


Figura 6.29. Função carga adotada para cada impacto.

Com relação ao amortecimento, adotou-se os seguintes valores para a estrutura: sem pavimento – proporcional à massa e a rigidez, com 1,6% para o primeiro modo e 0,3% para o modo de frequência 58 Hz; com pavimento misto – proporcional à massa com 2,5% para o primeiro modo; sanduíche – proporcional à massa com 1,6% para o modo de 16 Hz.

### 6.5.7. Comparação: Numérico x Experimental

Antes da análise dinâmica empregando-se o carregamento definido na seção anterior, foram determinadas, empregando-se o PEFAMV, as frequências naturais para cada um dos três modelos: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche.

A tabela 6.7 apresenta os valores destas frequências, relativos aos modos de flexão, comparados com aqueles experimentais obtidos por Battista et al. [27], até o limite de aproximadamente 60 Hz. Este limite se justifica tendo em vista que só foi possível visualizar, através do View-3D, até os modos de vibração relativos a frequência de 60 Hz, principalmente para a estrutura sanduíche, devido o considerável número de

modos que nada tem a ver com os de flexão do tabuleiro e o tamanho dos arquivos de saída de todos os modos gerados pelo PEFAMV.

São apresentadas, ainda, na forma de gráficos, as quinze primeiras frequências relativas aos casos apresentados na tabela 6.7, vide Figura 6.30.

Tabela 6.7. Valores das frequências naturais para os três modelos analisados: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche; obtidos via PEFAMV e experimentalmente (Battista et al. [27]).

FREQUÊNCIAS (Hz)								
SEM PAVIMENTO			PAVIMENTO MISTO			PAVIMENTO SANDUÍCHE		
EXP.	PEFAMV	DIF. (%)	EXP.	PEFAMV	DIF. (%)	EXP.	PEFAMV	DIF. (%)
4,84*				9,90		4,80*		
10,40	10,62	2,12	15,20	15,03	-1,12		12,79	
14,40	15,50	7,64	20,00	18,05	-9,75	14,40	15,89	10,35
18,40	17,85	-2,99	25,60	21,96	-14,22	20,00	18,53	-7,35
25,60	25,31	-1,13	26,40	29,84	-13,03	20,80	21,24	2,12
26,40	27,29	3,37	34,40	34,47	0,20	24,80	29,56	19,19
32,00	34,67	8,34	35,20	35,11	-0,26	30,40	30,44	0,13
33,60	35,95	6,99	40,80	36,00	-11,76	34,40	32,68	-5,00
37,60	37,56	-0,11	44,80	37,75	-15,74	44,00	36,33	-17,43
38,40	40,16	4,58	49,80	39,55	-20,58	44,80	37,93	-15,33
42,70	40,66	-4,78	51,20	43,89	-14,28	45,60	38,63	-15,29
43,20	46,21	6,97	52,00	52,55	1,06	46,40	43,48	-6,29
47,20	46,82	-0,81	53,60	56,02	4,65	49,60	44,61	-10,06
48,00	47,54	-0,96	54,40	59,79	9,91	50,40	48,47	-3,83
49,60	49,44	-0,32	57,60	61,42	6,63	54,40	55,86	2,68
51,20	51,10	-0,2	58,40	62,62	7,23	56,00	61,15	9,20
52,00	51,87	-0,25	60,00	64,05	6,75	60,80	62,82	3,32
53,60	53,44	-0,3	60,80	71,01	16,79			
56,00	54,39	-2,88						
57,60	57,92	0,56						
60,00	58,89	-1,85						

\* Frequências prováveis relativas a modos de corpo rígido

Da tabela 6.7 e dos gráficos apresentados na Figura 6.30, observa-se que o caso do tabuleiro sem pavimento foi o que mostrou melhor correlação, em termos de frequências, entre os resultados numéricos e experimentais. Porém, os outros dois modelos apresentam diferenças significativas para algumas frequências numéricas em

relação as experimentais e, frequências relativas a modos de flexão que não possuem correspondentes experimentais; pavimento misto: 9,92 Hz; e sanduíche: 12,81 Hz. Apesar disso, pode-se considerar as respostas satisfatórias, tendo em vista que, para a grande maioria dos valores de frequências obtidos pelos modelos numéricos, as diferenças para os respectivos valores experimentais do modelo físico estão próximas ou menores que 10%.

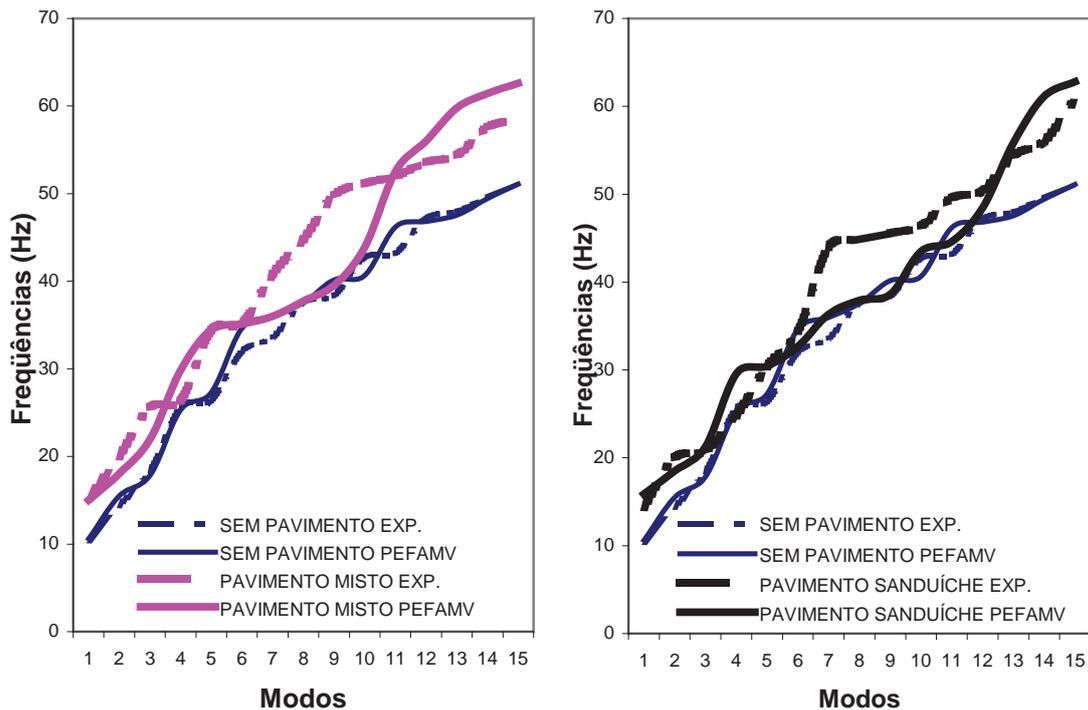


Figura 6.30. Correlação teórico-experimental entre as primeiras frequências relativas aos três casos analisados para o modelo físico.

Com os modelos numéricos, características dos materiais e carregamento dinâmico, definidos na seção anterior, foram feitas análises no domínio do tempo, através do PEFAMV, considerando-se a carga aplicada no meio do tabuleiro ortotrópico (ponto A – vide Figura 6.22).

As respostas no domínio do tempo, em termos de aceleração vertical, são apresentadas nas Figuras 6.31 e 6.32, em um ponto situado no meio do tabuleiro ortotrópico (Ac. 03 – vide Figura 6.22), para o primeiro impacto de intensidade de 100 kN, intervalo de carga de 0,01 s e tempo de observação de 5,0 s.

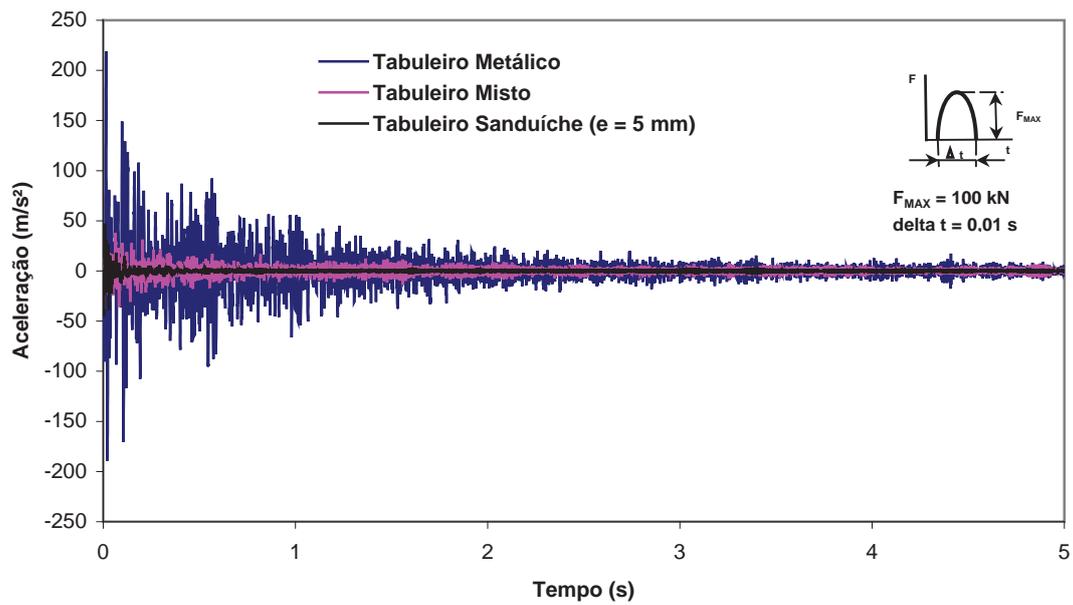


Figura 6.31. Resposta no domínio do tempo, em termos da aceleração vertical no meio do tabuleiro, para impactos na posição A na estrutura: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche.

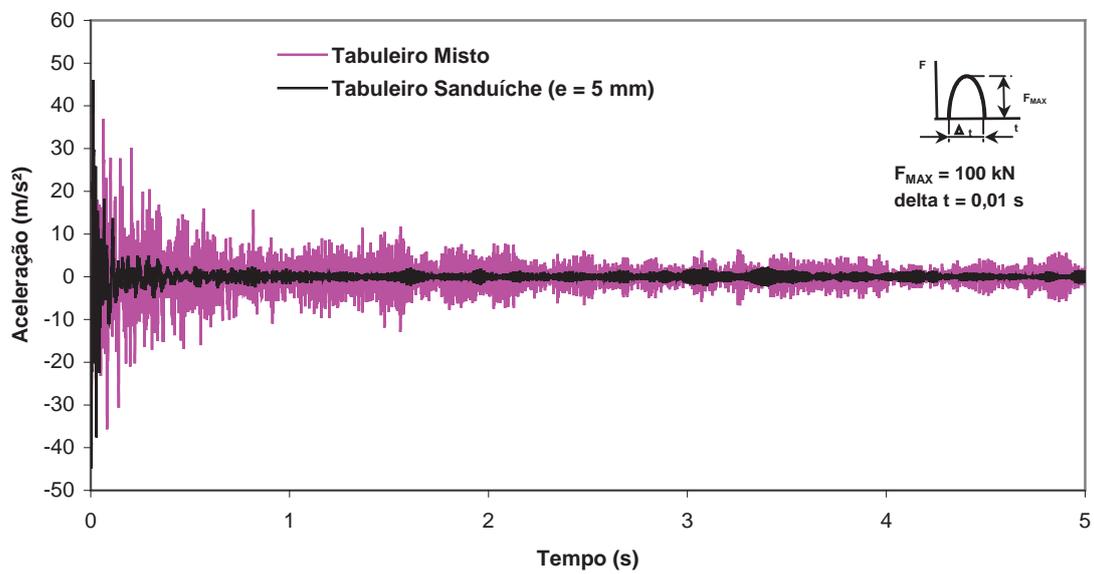


Figura 6.32. Resposta no domínio do tempo, em termos da aceleração vertical no meio do tabuleiro, para impactos na posição A na estrutura: com pavimento misto e sanduíche.

As Figuras 6.33 e 6.34 apresentam as respostas no domínio da frequência, através da FFT do sinal no tempo, em termos da densidade espectral, para cada um dos modelos analisados, considerando o carregamento de dezesseis impactos e intervalo de observação de 131,1 s. Logo após a Figura 6.33 é reproduzida a Figura 6.23, relativa a resposta experimental referente aos três modelos analisados, com a finalidade de facilitar a comparação entre resultados numéricos e experimentais.

Das Figuras 6.31 e 6.32 referente às respostas no tempo, observa-se a redução em termos de amplitudes que a colocação do pavimento misto proporcionou a estrutura. Mas, uma redução maior e mais rápida da resposta da estrutura foi obtida para a solução sanduíche. Esta grande redução nas amplitudes de resposta para frequências mais altas obtidas com o pavimento sanduíche em relação ao misto, observado anteriormente nas respostas temporais, podem ser observadas também com os resultados numéricos no domínio da frequência apresentados nas Figuras 6.33 e 6.34.

Comparando-se as respostas obtidas com os modelos numéricos (Figura 6.33) com aquelas obtidas por Battista et al. [25] (Figura 6.23), observa-se que:

1. a resposta numérica para a estrutura sem pavimento apresentou uma boa correlação com a experimental, muito embora, o resultado numérico apresenta contribuição de uma frequência em torno de 80 Hz que não aparece na resposta experimental;
2. como no caso da estrutura sem pavimento, também se observou para a mista, que esta apresenta contribuição de frequências altas, neste caso próximas a 80 Hz, que não possuem qualquer correspondente com o experimental;
3. as amplitudes relativas ao modelo com pavimento misto apresentaram amplitudes menores do que o observado experimentalmente, principalmente na faixa de frequências entre 40 e 70 Hz, isto indica que provavelmente o modelo numérico do pavimento esteja muito rígido;
4. com relação ao caso da estrutura com pavimento sanduíche, embora tenha sido empregado um material com características similares ao empregado no caso experimental, o resultado numérico apresentou uma razoável correlação com aquele obtido experimentalmente por Battista et al. [25] para frequências a partir de 20 Hz, notando-se que para o numérico há uma contribuição de um modo com frequência um pouco menor e que, além disso, aparece uma pequena contribuição de modos relativos a frequências próximas de 70 Hz.

Vários são os fatores que podem ser considerados para explicar as diferenças entre os resultados obtidos através dos modelos numéricos com aqueles experimentais; alguns inerentes a própria análise experimental e outros relativos a própria modelagem aqui adotada. Com relação as modelagens numéricas, pode-se destacar que o carregamento adotado para todas as análises numéricas é o mesmo, pois como não havia qualquer registro do sinal da excitação no tempo, modelou-se este de forma a obter-se uma resposta em frequência aproximada a aquela apresentada experimentalmente pela estrutura sem pavimento. Sabe-se, no entanto, que nos ensaios experimentais o carregamento é variável para cada situação de ensaio (sem pavimento, com pavimento misto ou sanduíche). Outro fator a considerar é o próprio modelo numérico; este será sempre apenas uma aproximação do real, com detalhes construtivos complexos de difícil modelagem através de modelos computacionais usuais, conduzindo a erros maiores à medida que se analisam modelos mais complexos.

Muito embora as respostas apresentadas pelo PEFAMV, para as análises do modelo físico, possam ser consideradas boas, pode-se melhorar estas um pouco mais; por exemplo, através de um refinamento da malha do tabuleiro, principalmente para o caso da estrutura com pavimento misto; ou ainda, para o caso do pavimento sanduíche, uma caracterização dinâmica do material real empregado pode conduzir a uma melhoria dos resultados.

Sendo assim, do que foi exposto até aqui, pode-se considerar o PEFAMV um programa eficiente para análise de estruturas sem ou com materiais viscoelásticos, as quais possam ser discretizadas por elementos finitos do tipo pórtico espacial e/ou cascas, no caso de materiais elásticos, e elementos hexaédricos no caso de viscoelásticos.

No próximo capítulo será feita uma abordagem referente às características mais importantes para o projeto de estruturas com materiais viscoelásticos.

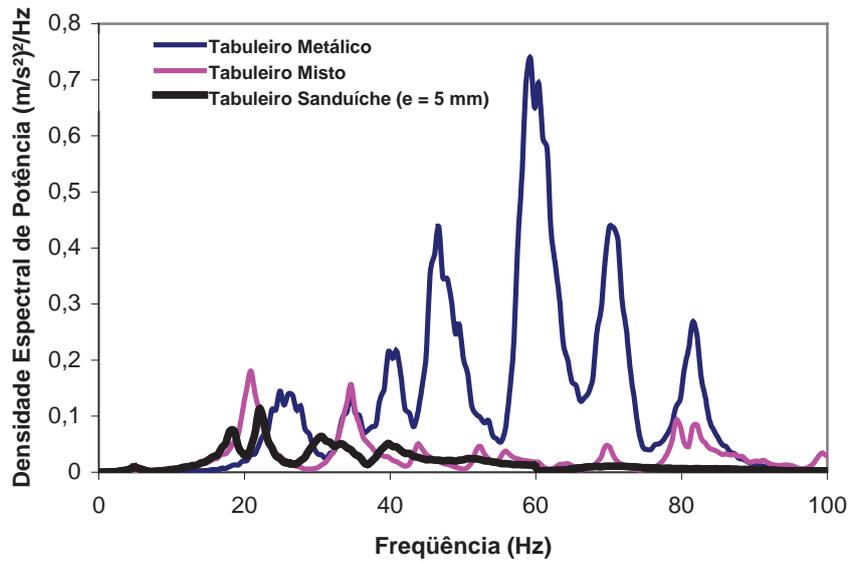


Figura 6.33. Resposta no domínio da frequência, em termos da densidade espectral, para a aceleração vertical no meio do tabuleiro, com impactos na posição A na estrutura: sem pavimento, com pavimento misto e sanduíche.

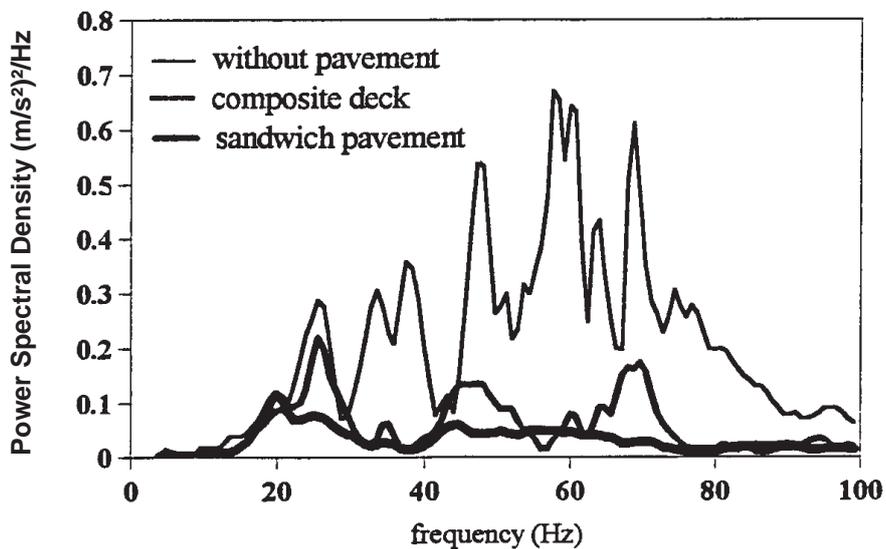


Figura 6.23. Densidade Espectral para a aceleração vertical no meio do tabuleiro ortotrópico obtido com testes de impacto em laboratório, reproduzido de Battista e Pfeil [25].

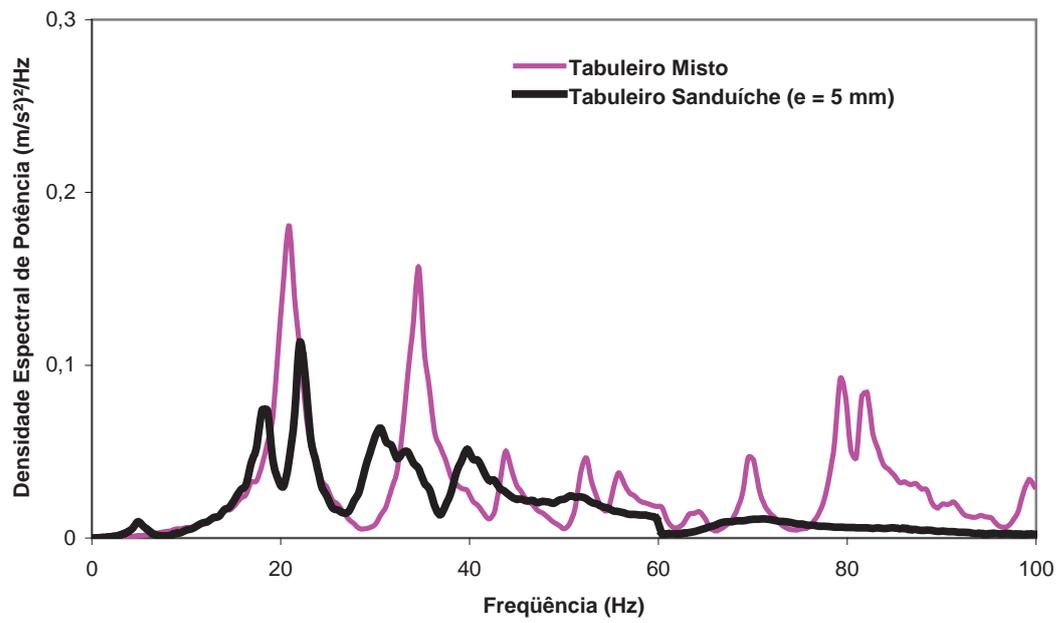


Figura 6.34. Resposta no domínio da frequência, em termos da densidade espectral, para a aceleração vertical no meio do tabuleiro, com impactos na posição A na estrutura com pavimento misto e sanduíche.

# Capítulo 7

## Materiais Viscoelásticos para o Projeto de AVE's

### 7.1. Aspectos Gerais

Quando se trata de projetar dispositivos amortecedores viscoelásticos (AVE's) para reduzir vibrações em estruturas ou em seus componentes estruturais, os aspectos relativos às características dinâmicas da estrutura e da excitação, as propriedades do material viscoelástico (MVE), aos métodos de cálculo, ao detalhamento e métodos de fabricação, instalação e verificação do desempenho por meio de ensaios de modelos ou de um protótipo são de fundamental importância.

No presente capítulo, serão abordados de forma resumida alguns destes aspectos.

### 7.2. Premissas Básicas de Projeto

O projeto de amortecedores viscoelásticos (AVE's) exige certos dados das características básicas de vibração da estrutura obtidos por meio de medições experimentais e/ou estimativas teóricas. São dados relativos ao comportamento na ressonância (frequência e amplitude), modos de vibração e a energia total induzida pela vibração na estrutura.

As características das forças dinâmicas são outros dados relevantes, particularmente em relação à frequência e a duração das forças dinâmicas responsáveis pela vibração. Esse conjunto de dados habilita o projetista a decidir a quantidade de amortecimento exigida e conseqüentemente a conceber o próprio sistema de AVE's, ou seja, a geometria, o número de camadas e espessuras em cada AVE, o número de AVE's no caso de mecanismos pontuais, ou a espessura da camada de MVE no caso de aplicação em uma extensa área.

Como já observado no capítulo 2, a rigidez e o amortecimento dos materiais viscoelásticos são dependentes do fator de perda e do módulo de armazenamento, sendo que estas propriedades possuem uma relação funcional exponencial inversa com a temperatura. Portanto, é essencial considerar cuidadosamente os efeitos da temperatura na estrutura como um todo.

Considerando uma faixa bastante estreita de variação de temperatura, para incrementar a energia dissipada pelo amortecimento, dada pela equação (2.17),

$$E_d = (\gamma_0)^2 G''(\omega) \int_0^\pi \cos^2 \omega t d(\omega t) = \pi (\gamma_0)^2 G''(\omega) \quad (2.17)'$$

deve-se incrementar ou o módulo de perda ( $G''$ ), ou a amplitude de deformação máxima ao cisalhamento ( $\gamma_0$ ), ou o volume de material viscoelástico, tendo em vista que, a energia dissipada ( $E_d$ ) na equação acima é definida por unidade de volume de material. A variação de cada um destes parâmetros é limitada, e o projetista tem que procurar o melhor ajuste entre as condições ótimas para cada um.

A seleção de um material viscoelástico com um  $G''$  apropriado nas faixas de temperatura, frequência e rigidez de projeto é, portanto, muito importante. O efeito da temperatura sobre o MVE deve ser considerado sob dois aspectos: o primeiro, as condições ambientais a que a estrutura está exposta; o segundo, a elevação da temperatura do material viscoelástico devido as deformações cíclicas impostas. O primeiro aspecto é normalmente definido na especificação de projeto e a variação de temperatura é o usual espectro térmico de projeto. O segundo aspecto, isto é, a elevação da temperatura devido à geração interna de calor, é importante e deve ser estudada experimentalmente para o caso observado na seção 2.2.3, material confinado submetido a movimentos periódicos a altas frequências. Devem-se também determinar os efeitos de umidade e outras condições ambientais, de fadiga e de envelhecimento do material, os quais influenciam as propriedades dos materiais.

Em relação ao volume do material viscoelástico, qualquer incremento no volume na busca de aumentar a energia dissipativa do amortecedor deve ser considerada juntamente com a exigência da rigidez e das características térmicas do sistema. Uma vez que, em geral, o deslocamento máximo relativo do amortecedor é ditado pelo comportamento estrutural e, qualquer tentativa de aumentar o volume do material viscoelástico por meio do aumento da espessura ou da largura, afetará a rigidez do

amortecedor. A dissipação da energia de amortecimento na forma de calor através do material, por outro lado, torna-se uma função da área disponível de condução do calor e da condutividade térmica global do sistema. Esta transferência de calor também depende da espessura e da difusividade do material viscoelástico. Portanto, alterações nas características geométricas do AVE precisam ser cuidadosamente estudadas.

Quando todos estes fatores são levados em consideração pode-se decidir qual o material viscoelástico mais apropriado a ser usado.

Para maximizar a eficiência de amortecedores viscoelásticos pontuais através do incremento da deformação ao cisalhamento,  $\gamma_0$ , o projetista deve posicionar o amortecedor em um local na estrutura que possibilite um grande deslocamento relativo entre as camadas rígidas ou uma grande deformação cisalhante do material viscoelástico. Além disso, pode-se diminuir a espessura da camada de MVE, já que, quanto menor a espessura, para o mesmo deslocamento relativo, maior será a deformação ao cisalhamento. Deve-se observar que a redução da espessura do material tem limitação, pois pode enrijecer o dispositivo.

A rigidez do amortecedor é um fator importante no projeto, devido à exigência da compatibilidade da rigidez do amortecedor com o elemento estrutural adjacente. Se o amortecedor é mais rígido do que esse elemento, as tensões resultantes da restrição de deslocamentos serão repassadas a outros membros e, conseqüentemente, indesejáveis tensões serão produzidas em outras partes com menor amortecimento.

No caso de AVE's pontuais há sempre a necessidade da seleção da localização de cada amortecedor, cuja rigidez (definida como força por unidade de deformação ao cisalhamento) tem que ser compatível com a dos membros estruturais aos quais será ligado. A localização ótima está sempre associada a pontos onde o deslocamento relativo entre as partes seja suficientemente grande para desenvolver deformações de cisalhamento no material viscoelástico, necessário à dissipação de energia.

A rigidez das camadas de MVE tem influência sobre o deslocamento relativo entre as camadas rígidas; e este último tem influência sobre a deformação por cisalhamento do material viscoelástico. Como a energia dissipada está relacionada a este deslocamento, qualquer perda de rigidez (devido à temperatura etc.) deve ser compensada, quando possível, por um incremento no deslocamento relativo. Deve-se estar também atento ao fato de que acima de uma certa deformação, o material viscoelástico pode perder o comportamento linear.

### 7.3. Seleção dos Materiais Compostos

A propriedade de um artefato feito de borracha vulcanizada dependerá de inúmeros fatores, dos quais os seguintes são particularmente importantes [41]:

1. o tipo e grau específico de polímero utilizado;
2. a seleção de aditivos e as quantidades empregadas;
3. mistura, moldagem e condições de vulcanização;
4. a presença de fíleres ou insertos no produto;
5. geometria e forma do artefato.

Uma desvantagem a respeito dos materiais borracha e semelhantes é o pouco entendimento por parte de engenheiros e projetistas das possibilidades e limitações deste tipo de material [41].

A despeito disso, algumas características necessárias ao projeto de mecanismos amortecedores de vibrações estruturais podem ser observadas. Uma comparação das propriedades de vários polímeros é mostrada nas tabelas 7.1 e 7.2, reproduzidas de Harris e Crede [40]. A composição de uma borracha tem um pronunciado efeito nas suas propriedades, e as comparações mostradas são para cada um polímero como normalmente composto [40], sem aditivos que melhorem o desempenho.

A seleção do polímero a ser utilizado deverá ser sempre feita de forma cuidadosa. Se alta resiliência, resistência à abrasão, e uma boa flexibilidade são exigidas, então a borracha Natural ou Isopreno é a melhor escolha. Se faixas de altas temperaturas são encontradas, a borracha Silicone pode ser selecionada. Se excelente resistência ao tempo é de primordial importância, EPDM ou Hipalon devem ser selecionadas. A Butil exibe baixa permeabilidade e resiliência em temperaturas baixa e normal.

O custo de um polímero não vulcanizado (curado), pode não representar a maior parte do custo final de uma borracha composta, porque algumas borrachas compostas exigem grande tempo de processo e esforço para sua confecção. Além do mais, curas mais longas, as quais são necessárias para alguns polímeros, incrementam o custo final; e ingredientes especiais, tais como fíleres ou aditivos, necessários para modificar as propriedades dos polímeros, de modo a ajusta-los a aplicação a que se deseja, podem também torna-los demasiadamente caros.

A tabela 7.3 apresenta uma idéia comparativa entre as borrachas em termos de preços relativos, considerando a SBR como referência. Esta tabela reproduzida de Montenegro e Pan [46] refere-se a dados de setembro de 1997.

Assim, além de todos estes fatores, deve também ser levada em consideração a característica mais importante em um projeto de mecanismos atenuadores de vibrações: o nível de amortecimento estrutural desejado. Algumas características dos materiais viscoelásticos relacionadas ao amortecimento são apresentadas a seguir.

Tabela 7.1. Comparativo das propriedades de vários polímeros - I.

DESIGNAÇÃO	NOME COMUM	DUREZA	TENSÃO DE RESISTÊNCIA (MAX.)		RESISTÊNCIA AO RASGAMENTO	RESISTÊNCIA AO FOGO	RESILIÊNCIA		RESISTÊNCIA AO CALOR	RESISTÊNCIA AO ENVELHECIMENTO (AMBIENTE EXTERNO)
			lb/in <sup>2</sup>	kgf/cm <sup>2</sup>			TEMPERATURA AMBIENTE	ALTAS TEMPERATURAS		
NR	Natural	30 - 100	4,000	280	BOA	RUIM	ALTA	ALTA	REGULAR	REGULAR
SBR	SBR	40 - 100	3,000	210	REGULAR	RUIM	RAZOAVELMENTE ALTA	RAZOAVELMENTE ALTA	REGULAR	REGULAR
CR	Neopreno	40 - 95	3,000	210	BOA	EXCELENTE	RAZOAVELMENTE ALTA	RAZOAVELMENTE ALTA	BOA	BOA
IIR	Butil	40 - 75	2,000	140	BOA	RUIM	BAIXA	RAZOAVELMENTE ALTA	BOA	BOA
EPDM	EPDM	45 - 100	2,000	140	REGULAR	RUIM	RAZOAVELMENTE ALTA	RAZOAVELMENTE ALTA	EXCELENTE	EXCELENTE
NBR	Nitrila	20 - 100	2,500	176	REGULAR	RUIM	MÉDIA	MÉDIA	BOA A EXCELENTE	RUIM
PO	Propileno óxido	45 - 80	2,000	140	REGULAR	RUIM	RAZOAVELMENTE ALTA	RAZOAVELMENTE ALTA	BOA A EXCELENTE	EXCELENTE
***	Thiokol	20 - 80	1,300	91	BOA	RUIM	MÉDIA	RAZOAVELMENTE ALTA	REGULAR	EXCELENTE
Si	Silicone	20 - 90	1,000	70	RUIM	REGULAR	RAZOAVELMENTE ALTA	MÉDIA	EXCELENTE	EXCELENTE
CSM	Hypalon	45 - 95	2,800	197	REGULAR A BOA	BOA	RAZOAVELMENTE ALTA	ALTA	EXCELENTE	EXCELENTE
ACM	Poliacrilato	40 - 90	1,800	127	REGULAR A RUIM	RUIM	RAZOAVELMENTE ALTA	BAIXA	EXCELENTE	EXCELENTE
EPM	Fluoro-borracha	60 - 90	3,000	210	REGULAR A RUIM	BOA	MÉDIA	MÉDIA	EXCELENTE	EXCELENTE

\*\*\* Sem Designação

Tabela 7.2. Comparativo das propriedades de vários polímeros - II.

DESIGNAÇÃO	NOME COMUM	DENSIDADE	RESISTÊNCIA A		RESISTÊNCIA A ABRASÃO	RESISTÊNCIA A ADESÃO *	PERMEABILIDADE AO AR	RESISTÊNCIA A UMIDADE	FLEXIBILIDADE A BAIXAS TEMPERATURAS
			SOLVENTES	OXIGENADOS					
NR	Natural	0.93	RUIM	BOA	EXCELENTE	EXCELENTE	RAZOAVELMENTE ALTA	REGULAR A BOA	EXCELENTE
SBR	SBR	0.94	RUIM	BOA	EXCELENTE	EXCELENTE	RAZOAVELMENTE ALTA	BOA A EXCELENTE	BOA
CR	Neopreno	1.23	BOA	RUIM	BOA	BOA	MODERADA	REGULAR A BOA	REGULAR
IIR	Butil	0.92	RUIM	BOA	REGULAR A BOA	REGULAR	MUITO BAIXA	EXCELENTE	REGULAR
EPDM	EPDM	0.90	RUIM	BOA	REGULAR A BOA	REGULAR	BAIXA	EXCELENTE	EXCELENTE
NBR	Nitrila	1.00	EXCELENTE	RUIM	BOA	BOA	BAIXA	EXCELENTE	REGULAR
PO	Propileno óxido	1.01	BOA	RUIM	REGULAR A BOA	REGULAR	MODERADA	EXCELENTE	EXCELENTE
**	Thiokol	1.34	EXCELENTE	BOA	REGULAR	RUIM	BAIXA	REGULAR	BOA
Si	Silicone	0.95	REGULAR	BOA	RUIM	RUIM	RAZOAVELMENTE ALTA	EXCELENTE	EXCELENTE
CSM	Hipalon	1.10	BOA	REGULAR	EXCELENTE	RUIM	MODERADA	EXCELENTE	REGULAR
ACM	Poliacrilato	1.09	EXCELENTE	RUIM	BOA	RUIM	MODERADA	REGULAR	RUIM
EPM	Fluoro-borracha	1.85	EXCELENTE	REGULAR	BOA	REGULAR	MODERADA	EXCELENTE	REGULAR

\* A relativa facilidade de obter uma boa adesão ao metal sem empregar tratamentos caros no metal e no elemento

\*\* Sem designação

Tabela 7.3. Comparativo de preços relativos dos vários tipos de borrachas, considerando a SBR como referência [46].

Tipo de Borracha	Preço relativo*
SBR	1,0
NR	1,2 – 1,5
IIR	2,0
CR	2,6
NBR	1,8
EPDM	2,0
BR	1,1
ACM	10,0
ECO	15,0
CFM	60,0 – 120,0
MVQ	17,00
CSM	8,00
PUR	6,00
T	6,00
TPE	1,5 – 5,0

\* Considerando a SBR como referência.

### 7.3.1. Materiais com Baixo Amortecimento

A frequência de transição ( $f_t$ ) da região transiente para a vítrea da borracha Natural e de algumas outras borrachas ocorre em altas frequências para temperaturas ambientes. Assim, para a faixa de frequências normalmente de interesse para problemas de vibração, o amortecimento é pequeno, com o módulo de armazenamento  $G'$  e o fator de perda ( $\eta$ ) variando lentamente com a frequência, conforme mostrado de forma gráfica na Figura 7.1 [66], onde os trechos em linha grossa representam a faixa de interesse. Como exemplo, o módulo de armazenamento e o fator de perda do Neoprene são mostrados como funções da frequência na Figura 7.2 [66].

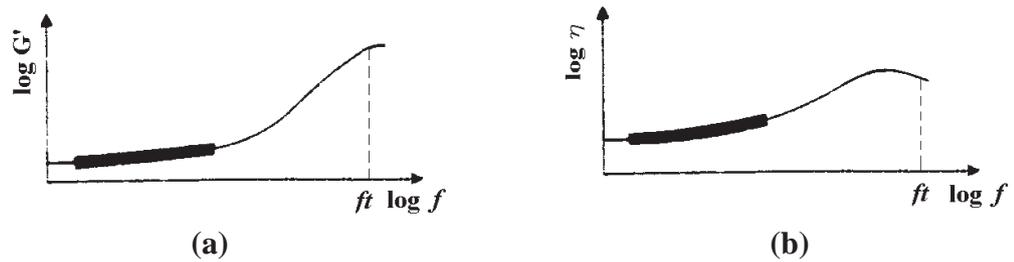


Figura 7.1. Gráficos esquemáticos da dependência da frequência (a) do módulo de Armazenamento  $G'$  e (b) do fator de perda ( $\eta$ ) para borrachas de baixo amortecimento, reproduzido de Snowdon [66].

As variações das funções  $G'(f)$  e  $\eta(f)$  para o Neoprene, Figura 7.2, mostram claramente uma fraca dependência da frequência ( $f$ ). De fato, o fator de perda  $\eta$  e o módulo de armazenamento  $G'$  desta borracha crescem mais lentamente em altas frequências do que aqueles obtidos, por exemplo, para a borracha Natural (vide Figura 7.3). Outra borracha que apresenta estas características é a borracha SBR, cujos gráficos foram apresentados na sub-seção 5.5.2.

Estas três borrachas exemplificam, de modo claro, como as principais propriedades variam lentamente com a frequência para materiais com baixo amortecimento na faixa de interesse para problemas de vibração.

As propriedades dinâmicas mostradas pelos gráficos das Figuras 7.3 referem à borracha Natural sem qualquer material de preenchimento, como por exemplo, aquele obtido através da adição de quantidades de partículas de negro de fumo. Por outro lado, pode-se observar através dos gráficos da Figura 7.4 [66] que a adição à borracha Natural de negro de fumo de fornalha de alta abrasão (do inglês high-abrasion furnace black – HAF), na proporção de 50 partes por 100 partes de borracha, melhora consideravelmente as propriedades dinâmicas desta, principalmente para frequências mais baixas.

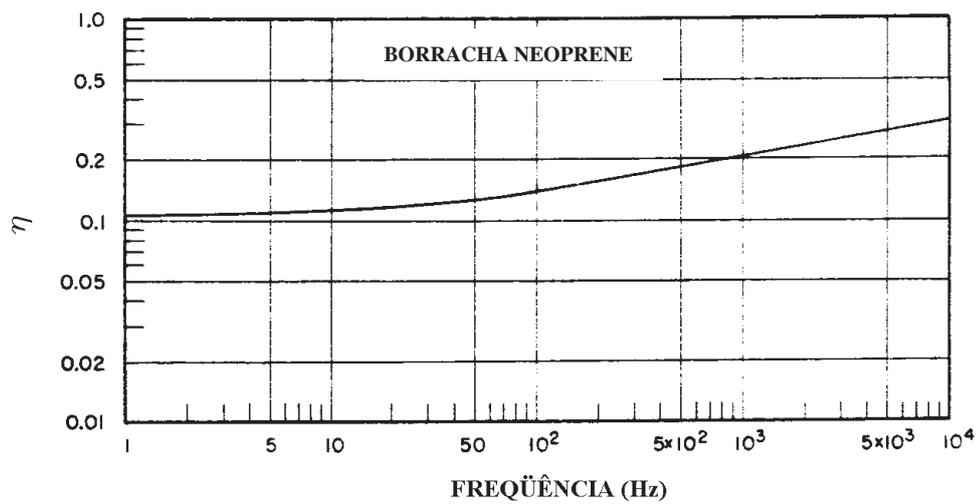
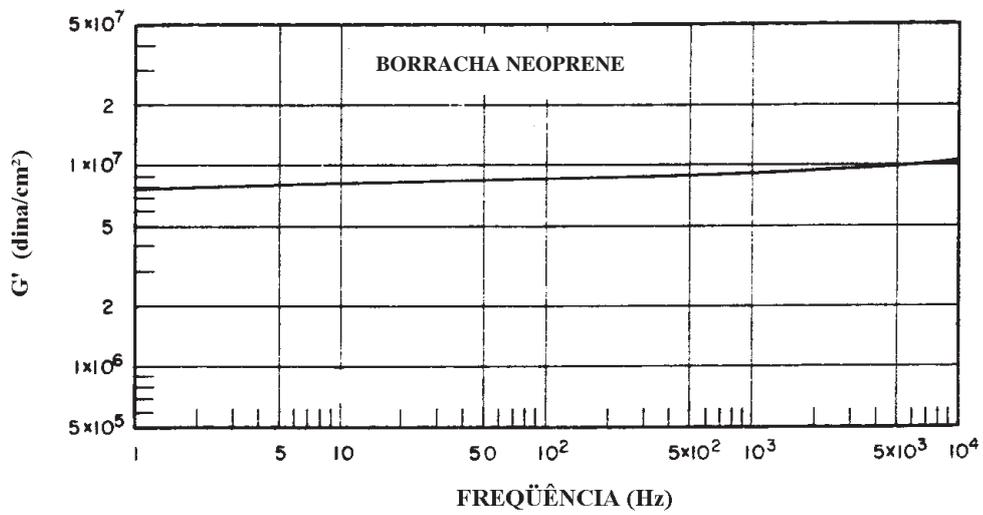


Figura 7.2. Dependência da frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda  $\eta$  para a borracha Neoprene sem fíler a 25 °C [66].

*Obs: 1 dina/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>).*

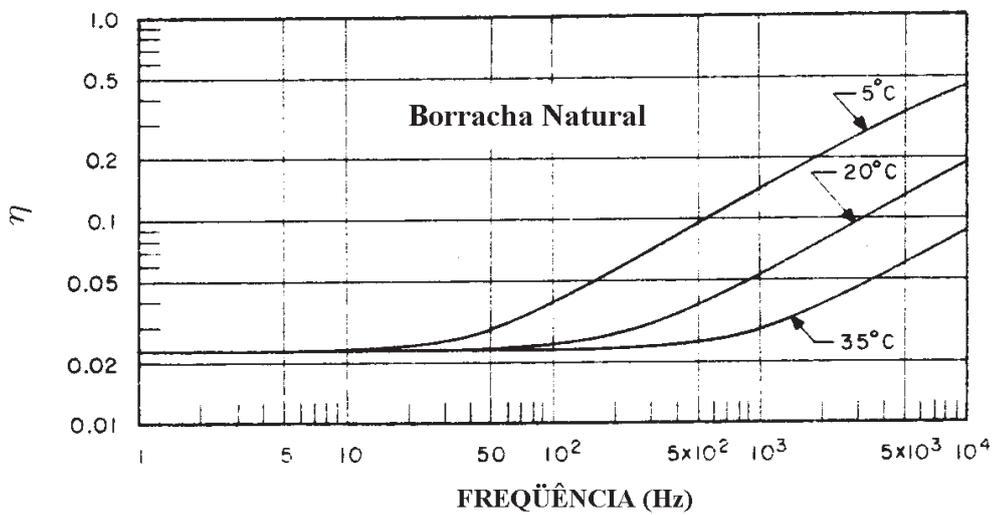
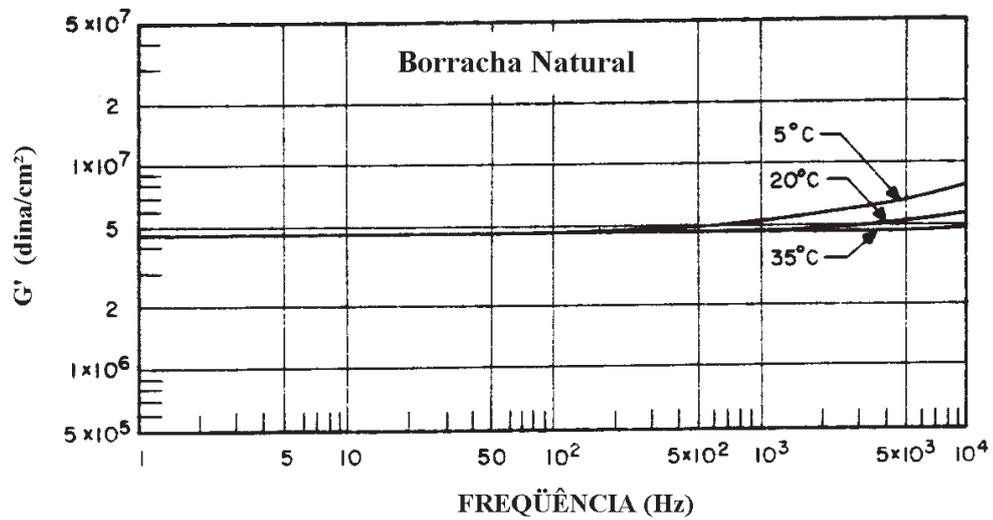


Figura 7.3. Dependência da frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda  $\eta$  para a borracha Natural sem fíler a 5, 20 e 30 °C [66].

Obs: 1 dina/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>).

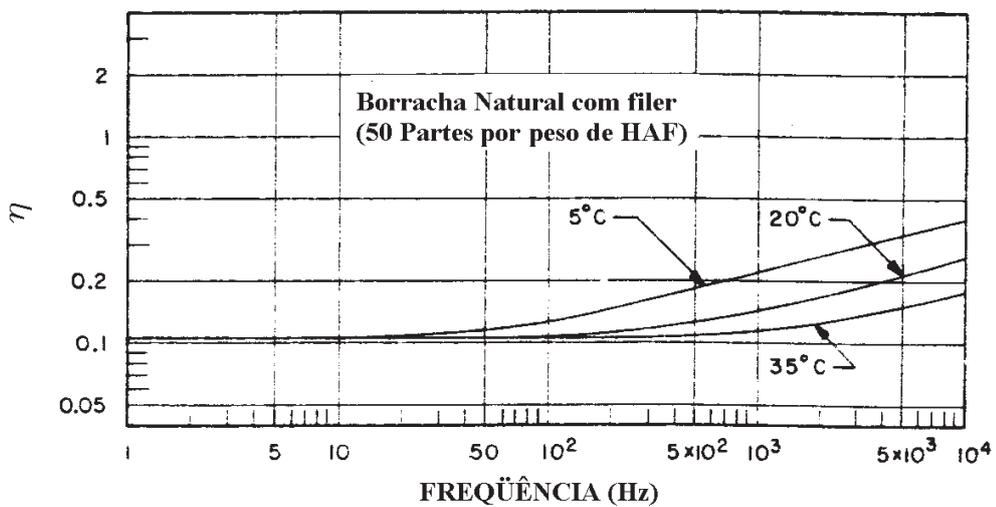
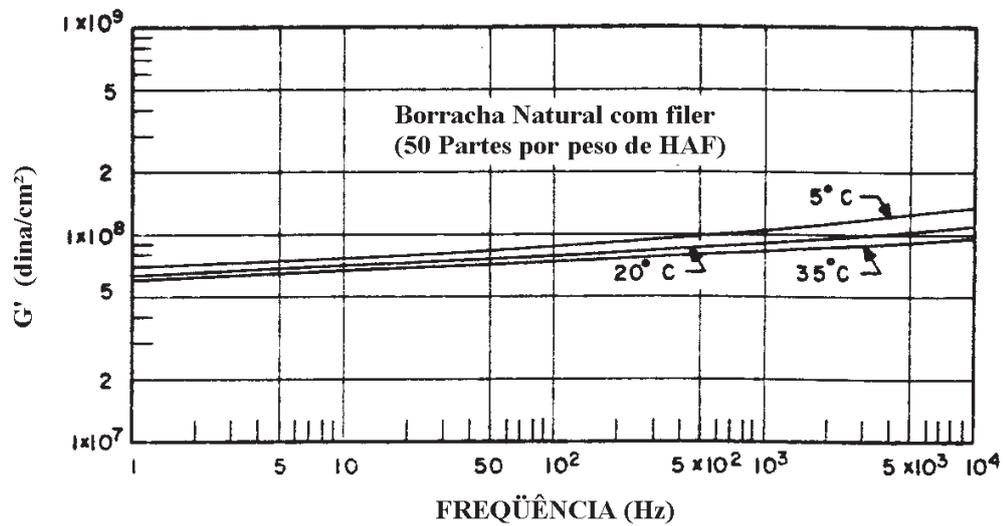


Figura 7.4. Dependência da frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda  $\eta$  para a borracha Natural com fíler (50 partes por peso de HAF por 100 partes de borracha) a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66].

Obs: 1 dina/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>).

Com a adição de negro de fumo, a rigidez, resistência ao rasgamento, e a resistência à abrasão da borracha composta são incrementadas de valores que dependerão do tipo aplicado. É interessante notar que o módulo de armazenamento  $G'$  para a borracha natural, Figura 7.4, é aumentado por um fator 10 em relação aquele obtido para a mesma borracha sem filer, Figura 7.3. A adição de negro de fumo também incrementa de forma considerável valor do fator de perda, principalmente para frequências mais baixas. Segundo Snowdon [66], a adição deste filer pode reduzir o fator de perda significativamente em frequências próximas a frequência de transição ( $ft$ ), em frequências acima da faixa considerada na Figura 7.4.

### 7.3.2. Materiais com Alto Amortecimento

A frequência de transição para materiais com alto amortecimento ocorre próxima às frequências que são normalmente de interesse em problemas de vibração para temperaturas ambientes; isto é, a frequência de transição para estes materiais possui valor muito mais baixo do que aquele observado para a borracha natural. O módulo de armazenamento destes materiais, portanto, cresce rapidamente com a frequência e possuem valores maiores para o fator de perda, podendo este, de novo variar de forma relativamente lenta com a frequência. Tudo isto pode ser observado de forma qualitativa com os gráficos ilustrativos da Figura 7.5, onde os trechos em linha grossa representam a faixa de frequências de interesse em problemas de vibração.

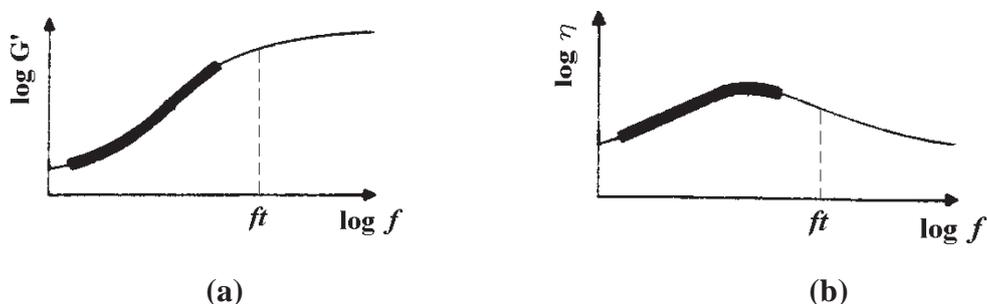


Figura 7.5. Gráficos esquemáticos da dependência da frequência (a) do módulo de Armazenamento  $G'$  e (b) do fator de perda ( $\eta$ ) para borrachas de alto amortecimento, reproduzido de Snowdon [66].

Como exemplo, o módulo de armazenamento  $G'$  e o fator de perda  $\eta$  da resina polivinil butiral plastificada (PVB – do inglês Polyvinil Butyral) são mostrados, em função da frequência, na Figura 7.6 [66].

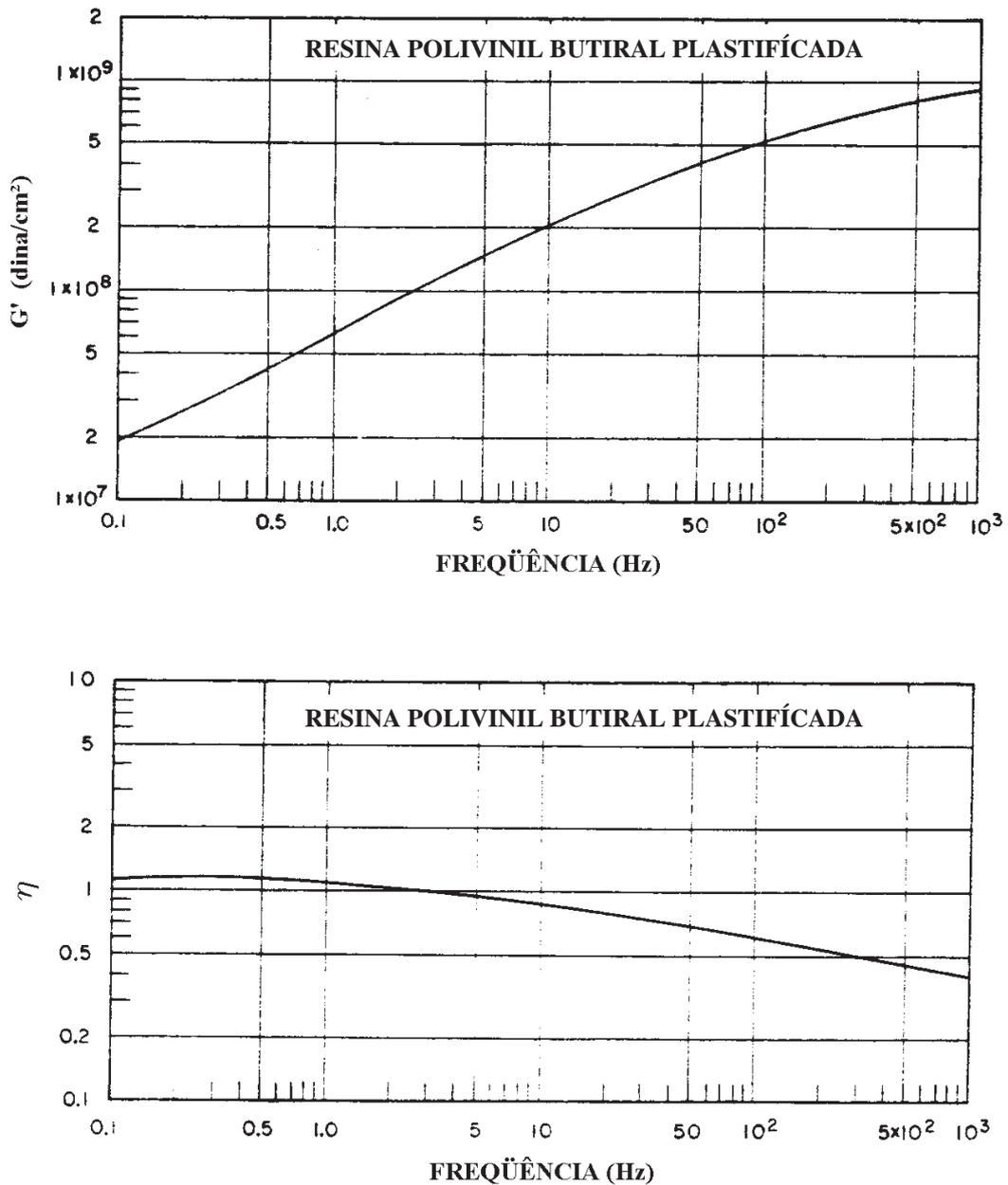


Figura 7.6. Dependência da frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda  $\eta$  para a resina polivinil butiral plastificada a 25 °C [66].

Obs: 1 dina/cm<sup>2</sup> = 0,1 Pa (N/m<sup>2</sup>).

Esta resina é de considerável interesse porque sua frequência de transição ( $f_t$ ) e, portanto, o valor máximo do fator de perda, se dá notavelmente em baixa frequência, a qual é algo menor do que 0,5 Hz na temperatura ambiente [66]. Nota-se que o fator de perda  $\eta$  do material é muito grande em baixa frequência, mas decresce com incremento da frequência através da faixa usual de frequências de interesse em problemas de vibração estrutural.

As resinas PVB são empregadas em uma variedade de aplicações industrial e comercial. Estas mostram impressionante desempenho e grande versatilidade, possuindo uma combinação de propriedades que fazem delas um ingrediente chave em uma variedade de formulações de sucesso. Algumas dessas propriedades são: eficiente fixação (adesão a um grande número de superfícies) e rigidez combinada com flexibilidade. São marcas comerciais a Butacite da DuPont e a Butvar da Eastech Chemical.

A seguir são mostrados nas Figura 7.7 e 7.8 a variação com a frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e o fator de perda  $\eta$  para outros dois materiais semelhantes à borracha, os quais apresentam características de materiais de alto amortecimento: o acetato de polivinil plastificado, e a borracha Butil com filler, na proporção de 40 partes por peso de negro de fumo de canal mediamente processado (do inglês médium-processing channel black – MPC) para 100 partes de borracha. Além desses dois, inclui-se o Thiokol RD na categoria de materiais com alto amortecimento, cujos gráficos das propriedades dinâmicas foram apresentados na Figura 6.28 da subseção 6.5.5. Como informação, menciona-se que o Thiokol possui aplicação em impermeabilizantes e selantes, sendo marcas comerciais o Denverflex da Denver e o Tioflex da Incomex.

Observa-se, dos gráficos da Figura 7.7, que o módulo de armazenamento  $G'$  para o acetato de polivinil cresce extremamente rápido com a frequência, embora, na vizinhança da frequência de transição, o fator de perda varie somente lentamente com a mesma.

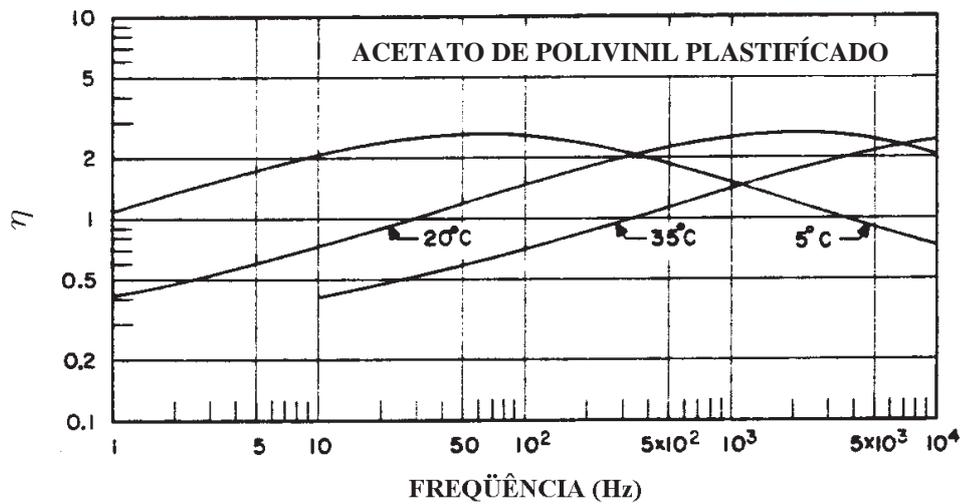
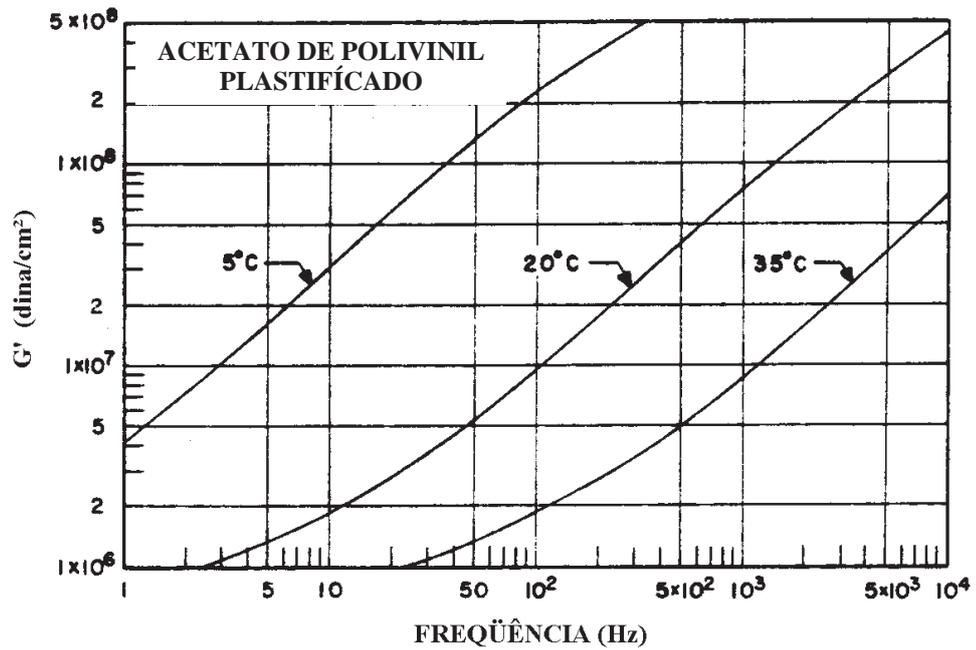


Figura 7.7. Dependência da frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda  $\eta$  para o acetato de polivinil plastificado sem fíler a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66].

Obs:  $1 \text{ dina/cm}^2 = 0,1 \text{ Pa (N/m}^2\text{)}$ .

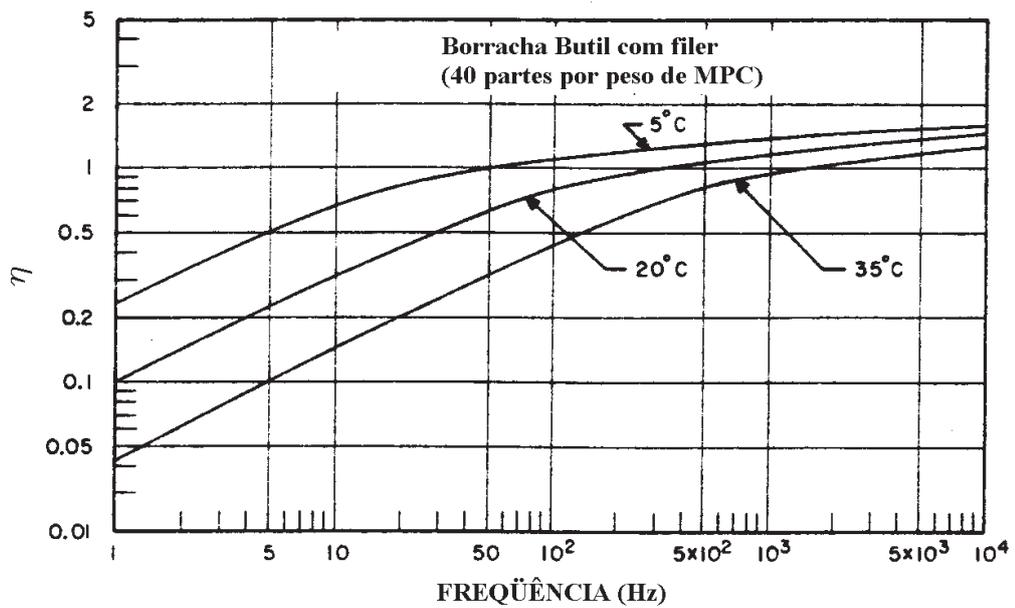
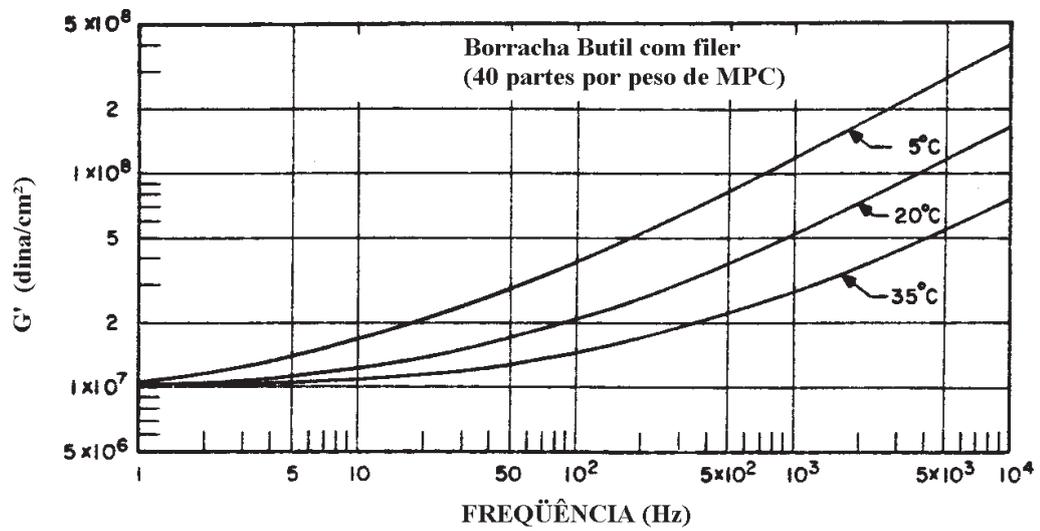


Figura 7.8. Dependência da frequência do módulo de armazenamento  $G'$  e do fator de perda  $\eta$  para a borracha Butil com fíler (40 partes por peso de MPC por 100 partes de borracha) a temperatura de 5, 20 e 30 °C [66].

A borracha Butil é essencialmente poliisobutileno, no qual uma pequena proporção das moléculas de isobutileno foi trocada por isopreno. Snowdon [66] observou que o fator de perda da borracha Butil é notavelmente similar, em característica e magnitude, ao da poliisobutileno (sem filer). Além disso, observou que o módulo de armazenamento  $G'$  desses dois materiais dependem da frequência de um modo igual, embora os valores absolutos sejam diferentes, quando a borracha Butil é reforçada pela adição de negro de fumo.

Assim, o que se observa para ambos os tipos de materiais com baixo e alto amortecimento é que a adição de um filer, como o negro de fumo, pode melhorar de forma significativa as propriedades de um polímero, principalmente aquelas ligadas diretamente ao amortecimento, que são de fundamental interesse para aplicação em controle de vibrações. Sendo assim, a adoção de um aditivo deve ser cuidadosamente considerada no momento de se definir o material viscoelástico a ser empregado nos dispositivos para incremento de amortecimento estrutural.

### **7.3.3. Escolha do Material**

A escolha do tipo de polímero a ser empregado como camada do núcleo do dispositivo de amortecimento (AVE) é sempre um processo de busca do melhor desempenho em termos de amortecimento, das características adicionais desejadas e do menor custo final.

A escolha levando-se em consideração apenas o amortecimento proporcionado pelo material apontaria, obviamente, para o emprego de materiais com propriedades dinâmicas de alto amortecimento. Porém, o nível de amortecimento estrutural desejado; as condições ambientais em que o material estará exposto; os aditivos necessários à mistura para melhoria de desempenho e para cura; e o volume de material, quando o mesmo é aplicado sobre extensas superfícies ou no caso de mecanismos pontuais, pela quantidade de amortecedores necessários; tudo isso representa um custo adicional, além daquele referente ao do próprio polímero, e deve ser levado em consideração no momento desta escolha.

Portanto, de tudo o que foi exposto, conclui-se que para um projeto de um AVE eficiente, durável e econômico, a escolha do material torna-se de fundamental importância para o sucesso do mesmo.

Deve-se salientar que antes da definição final do tipo de material a ser empregado para um determinado mecanismo de amortecimento estrutural, um estudo do comportamento da estrutura após a introdução deste deve ser cuidadosamente realizado, se não de forma experimental através de protótipos ou modelos físicos, pelo menos através de uma ferramenta numérico-computacional que leve em consideração as propriedades dinâmicas do material viscoelástico idealizado.

As propriedades dinâmicas deverão ser caracterizadas por ensaios experimentais dinâmicos. Uma ampla variedade de técnicas experimentais para medir propriedades dinâmicas de MVE's foram desenvolvidas em laboratórios para investigações específicas. Muitas dessas são descritas na literatura e várias outras foram desenvolvidas em associação com instrumentos e equipamentos comerciais de medições experimentais.

Das diversas técnicas empregadas para determinação das propriedades dinâmicas de materiais amortecedores, as mais usadas são:

- Teste de Ressonância de Viga (BEAM);
- Analisador Mecânico Dinâmico (DMA) e
- Análise Reológica – Rheovibron (RHEO).

A American Society for Testing and Material (ASTM) apresenta um método denominado Método de Teste Padrão para Medição de Propriedades de Materiais Amortecedores de Vibração que é baseado no Teste de Ressonância de Viga [69].

# Capítulo 8

## Projeto de um Mecanismo Atenuador de Vibrações para um Piso Sob Atividade Humana

### 8.1. Descrição do Problema

Com a finalidade de exemplificar o projeto de mecanismos de redução e controle de vibrações, empregando-se materiais viscoelásticos, é analisado o problema de vibrações induzidas por atividade humana em um piso de uma laje enrijecida por vigas.

O problema em questão refere-se a uma laje destinada a salão de bailes, tradicionais e carnavalescos, podendo ainda ser utilizada para apresentação de grupos folclóricos. A área central desta laje de piso é destinada a danças e apresentações, ficando a área ao redor destinada à platéia e/ou às mesas, onde pessoas sentadas são supostas não contribuir para a excitação dinâmica da estrutura. Este problema foi apresentado por Vasconcelos [6] e cuja solução apontada empregava atenuadores passivos de vibração compostos por massa, mola e amortecedor. As Figuras 8.1 a 8.3 mostram detalhes da estrutura analisada e foram reproduzidas do trabalho de Vasconcelos [6].

Vasconcelos [6] verificou, após analisar o problema em questão, que a estrutura ao ser projetada com vigas de altura constante e igual a 0,60 m, admitindo-se uma taxa de amortecimento proporcional à massa da ordem de 3%, apresentava deslocamentos e acelerações excessivas que além de comprometerem a estrutura no aspecto de segurança, também causariam certo desconforto aos usuários, caso fosse desenvolvida sobre a laje uma atividade humana que envolvesse pulos em ritmo sincronizado, como ocorrem hoje nas academias de ginástica, no caso de aeróbica. Considerando esta

atividade humana, como solução ao problema é apresentada nas próximas seções uma alternativa utilizando materiais viscoelásticos.

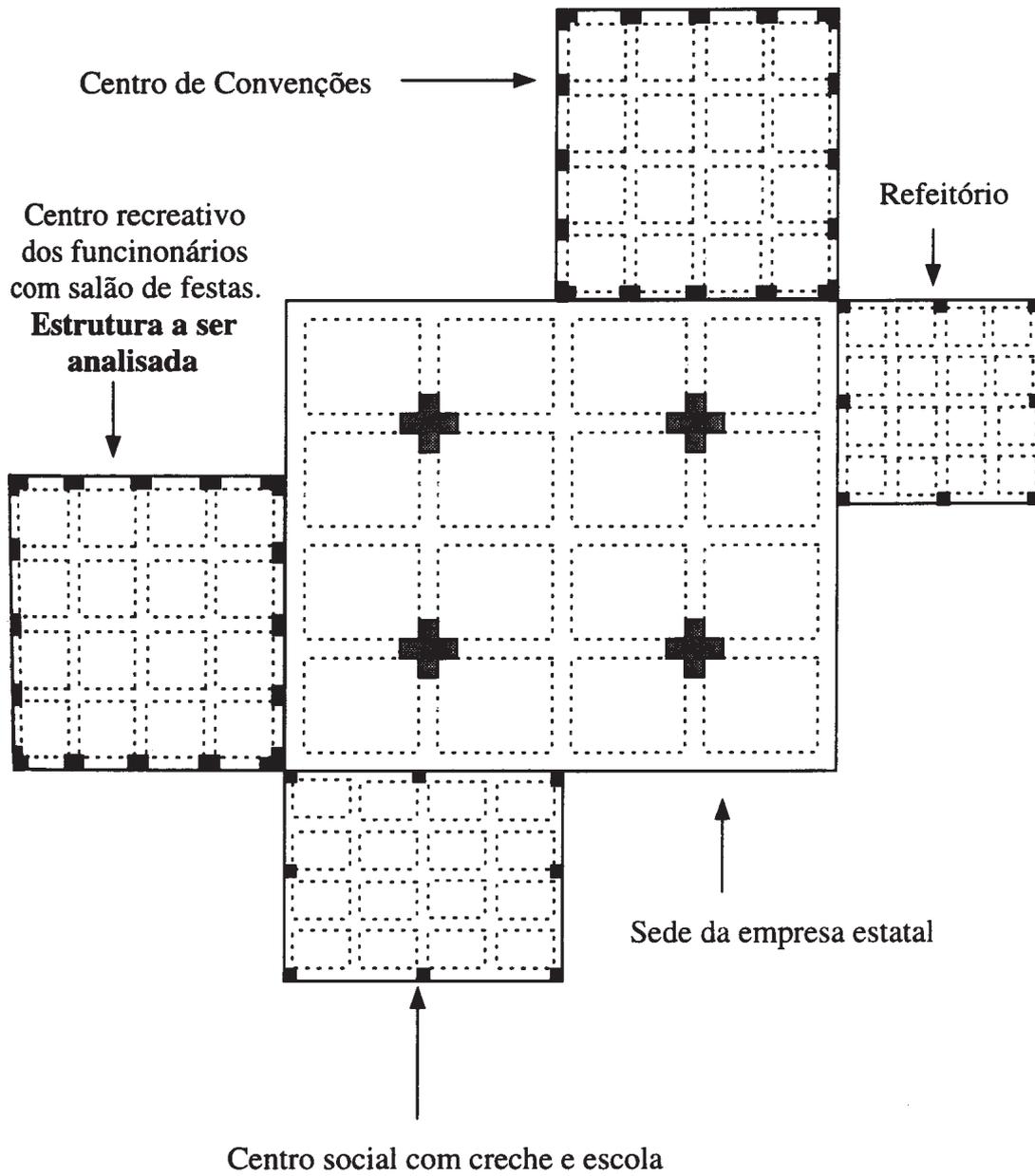
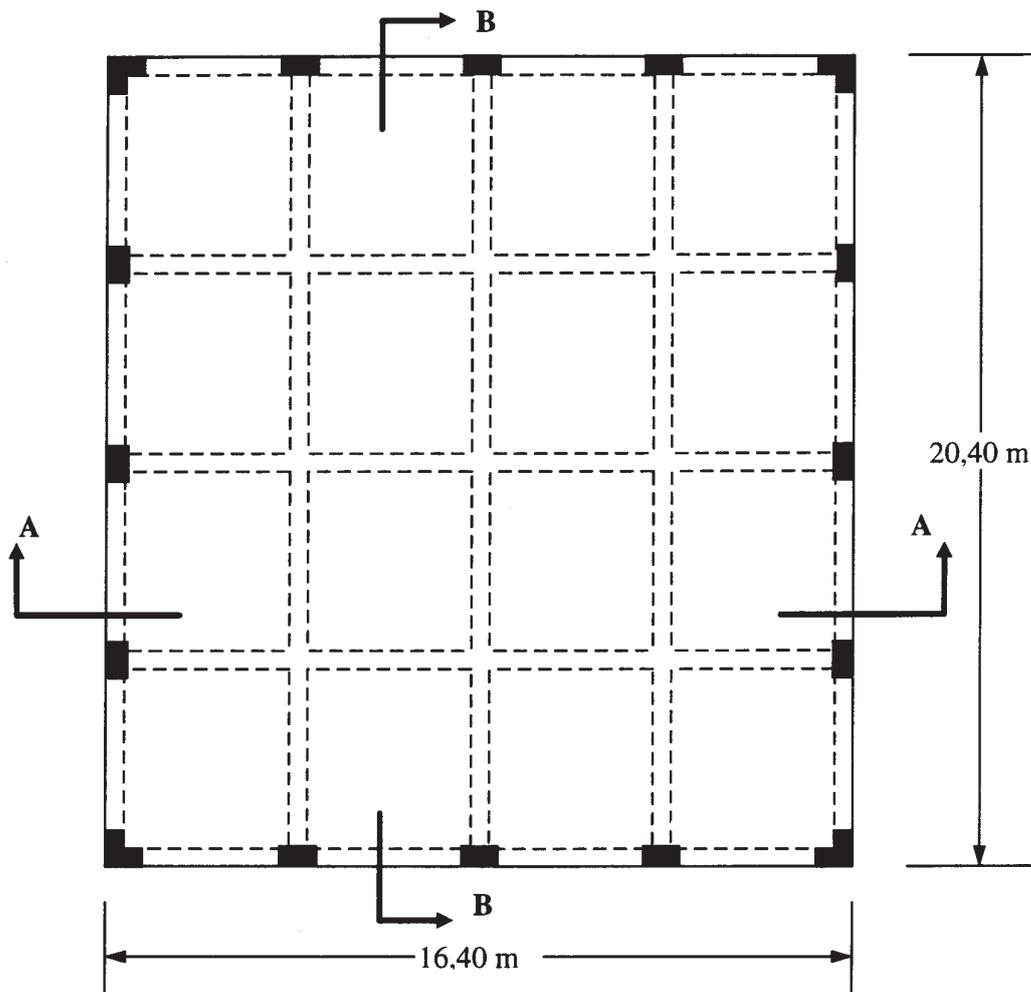


Figura 8.1. Esquema de localização da estrutura analisada, reproduzido de Vasconcelos [6].



--- - Vigas

■ - Pilares

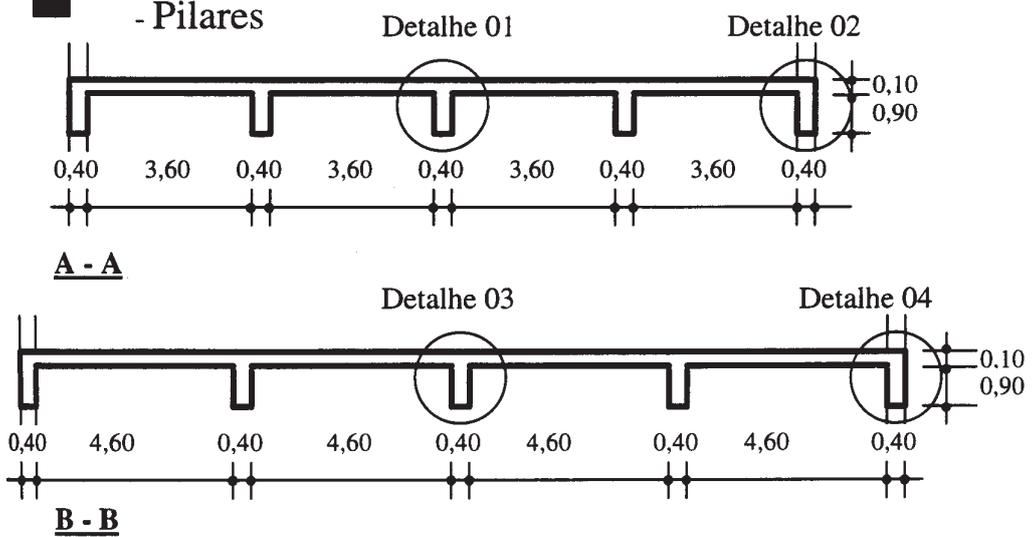


Figura 8.2. Laje de piso enrijecida por vigas, reproduzido de Vasconcelos [6].

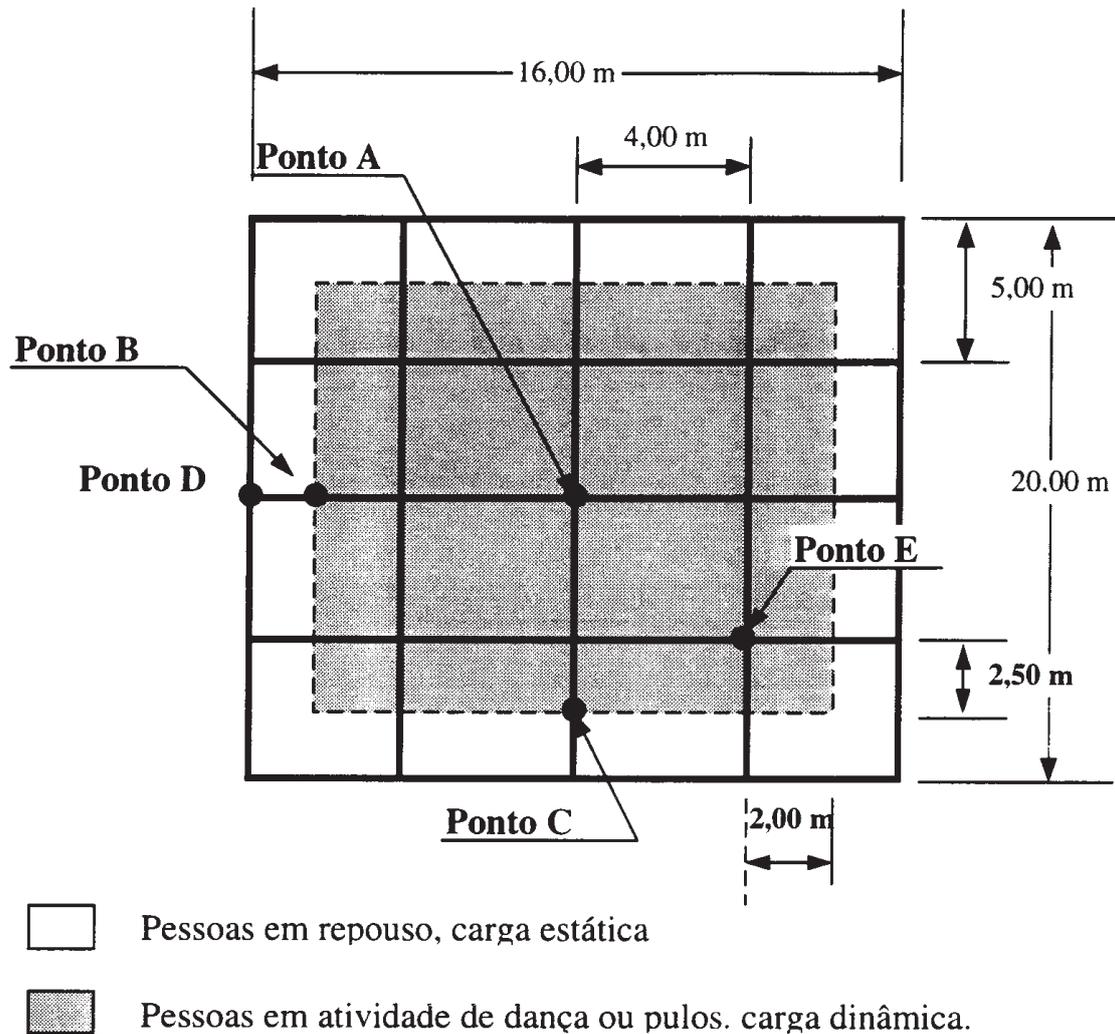


Figura 8.3. Distribuição do carregamento humano para o tipo de ocupação a qual a laje se destina, reproduzida de Vasconcelos [6].

## 8.2. Carregamento Humano

O carregamento em função do tempo, para atividades que envolvam pulos, pode ser simulado por uma seqüência de forças impulsivas com um certo intervalo de duração  $t_c$  (duração do contato) seguindo por intervalo  $t_p$  em que a força é zero, quando os pés deixam de estar em contato com o piso, vide Figura 8.4. Propõe-se que a função para este tipo de carregamento possa ser expressa por uma seqüência de pulsos semi-senoidais, conforme mostrado nas Figuras 8.4 e 8.5.

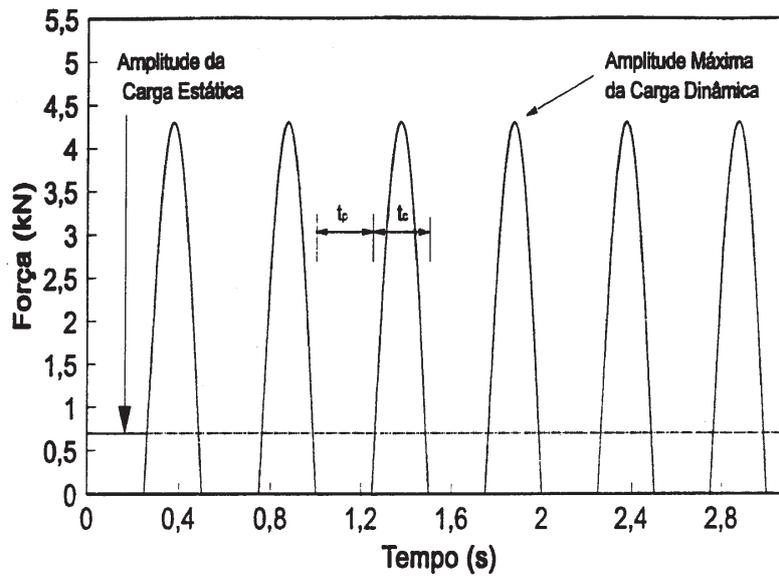


Figura 8.4. Sinal característico, no domínio do tempo, da força de excitação gerada por uma pessoa pulando na frequência de 2,0 Hz [6].

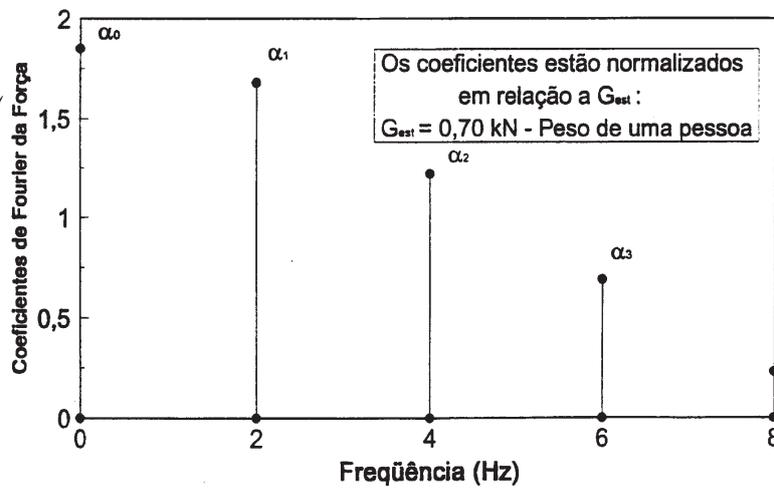


Figura 8.5. Sinal característico, no domínio da frequência, da força de excitação gerada por uma pessoa pulando na frequência de 2,0 Hz [6].

A função de carregamento para este tipo de atividade pode ser descrita através de uma série de Fourier de “n” harmônicos na forma:

$$F(t) = G_{st} + \sum G_{st} \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2\pi \cdot i \cdot f_T - \phi_i) \quad (8.1)$$

onde,

$G_{st}$  – densidade de carga (força por unidade de área);

$f_T$  – frequência de excitação da força (i.e., frequência fundamental da atividade humana);

$\phi_i$  – fase relativa da força de excitação;

$\alpha_i$  – coeficiente da série.

Os coeficientes de Fourier ( $\alpha_i$ ) para a função definida na equação (8.1) são determinados a partir de medições experimentais considerando um caso específico de atividade humana desenvolvida. Para a presente análise adotou-se os mesmos que foram utilizados por Vasconcelos [6], os quais foram determinados experimentalmente por Battista e Magluta [1] e são mostrados na tabela 8.1.

Tabela 8.1. Faixas de frequências fundamentais para três atividades humanas, associadas ao primeiro harmônico [1].

<b>Atividade</b>	<b>Frequência (Hz)</b>	<b><math>\alpha_1</math></b>	<b><math>\alpha_2</math></b>	<b><math>\alpha_3</math></b>
Pulos	1,8 – 3,4	1,8	1,0	0,3
Dança – tipo 1*	1,5 – 3,0	0,5	0,15	0,1
Dança – tipo 2**	1,5 – 3,0	1,4	0,6	0,01

\*As pessoas envolvidas estão sempre em contato com o piso.

\*\*Dança que envolve pulos, quando o contato é perdido durante intervalos intermitentes de tempo.

A tabela 8.1 apresenta as faixas de frequências fundamentais de três atividades humanas, associadas ao primeiro harmônico da força, bem como os três primeiros coeficientes da série, sendo os demais desprezados, pois apresentam valores bem inferiores aos três primeiros.

A fim de se poder determinar a resposta de uma estrutura sob algum tipo de atividade no qual pulos estão envolvidos, é necessário conhecer que carga é produzida.

Deve ser feita inicialmente uma estimativa do número e peso característicos das pessoas envolvidas nesta atividade, em uma determinada área, ou seja, estimar a densidade e distribuição de carga.

Foi utilizada a mesma taxa de ocupação empregada por Vasconcelos [6], de 02 pessoas/m<sup>2</sup>, ou, aproximadamente, 1,5 kN/m<sup>2</sup>, tanto na área central quanto nas áreas periféricas. Além disso, as pessoas distribuídas nas áreas periféricas foram consideradas, na análise dinâmica, por estarem em repouso, como massa adicional à laje. Para simplificar, adotou-se uma fase relativa da força de excitação igual a zero.

Além da análise dinâmica descrita anteriormente, foi feita uma análise estática em termos de deslocamento devido ao peso próprio da estrutura mais uma carga permanente devido ao revestimento da laje.

Também foi considerada uma sobrecarga acidental de acordo com o tipo de ocupação a que se destina a estrutura. Esta sobrecarga é empregada como um carregamento equivalente estático da carga dinâmica e será levada em consideração somente para análise estática da estrutura original, apenas para uma comparação entre o resultado obtido considerando esta análise equivalente a aquela obtida levando-se em consideração os efeitos dinâmicos do carregamento.

Com base nos valores prescritos na norma NBR-6120 da ABNT [63], foram obtidos os seguintes carregamentos:

Piso com argamassa (cimento e areia) e lajota cerâmica

$$\begin{array}{rclcl} \text{Espessura do piso (m)} & \times & \text{Peso específico do material (kN/m}^3\text{)} & = & \text{Carga (kN/m}^2\text{)} \\ 0,05 & & 21,0 & & 1,05 \end{array}$$

Salões de danças e de esportes em clubes

$$\text{Total} = 5,0 \text{ kN/m}^2$$

### 8.3. Modelo Adotado

Empregou-se no modelo da estrutura a mesma discretização em elementos finitos adotada por Vasconcelos [6], considerando elementos de casca e de pórtico espacial com uma malha de 8 x 8 elementos para cada painel de laje, conforme mostrado na Figura 8.6.

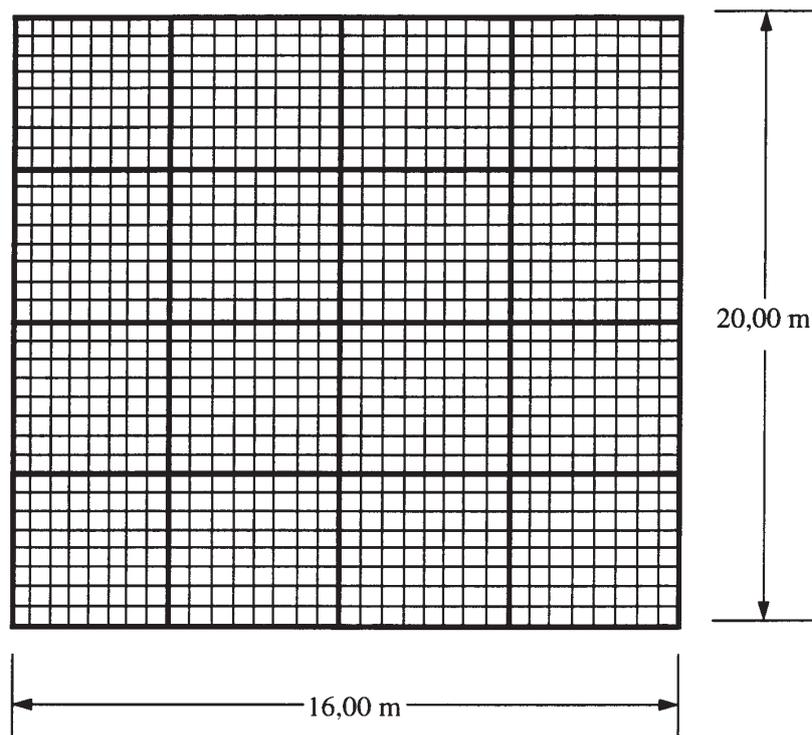


Figura 8.6. Discretização da laje enrijecida por vigas, com malha de 8 x 8 elementos para cada painel de laje [6].

A discretização neste caso tem os seguintes elementos:

- 1.024 elementos de casca;
- 320 elementos de pórtico espacial.

Assim como em Vasconcelos [6], considerou-se que a laje em questão foi projetada com vigas de altura constante e igual a 0,60 m, admitindo-se uma taxa de amortecimento proporcional à massa da ordem de 3% em relação ao primeiro modo natural de vibração da estrutura. O módulo de elasticidade do concreto adotado na análise foi de 25 GPa, sendo o coeficiente de Poisson igual a 0,2.

Os pontos de observação mais importantes para a análise (vide Figura 8.3) foram:

Ponto A – é o ponto central da laje onde ocorrem os maiores deslocamentos e as maiores acelerações verticais e onde são obtidos os valores para máximos momentos de flexão positivos.

Pontos B e C – são os pontos que ficam no limite, entre a área central e a área periférica, onde ocorrem as maiores acelerações verticais para as pessoas que estão em repouso. São importantes para verificação do desconforto experimentado por estas pessoas.

## 8.4. Análise da Estrutura Original

Utilizando-se o PEFAMV foram inicialmente obtidas, para a estrutura original definida nas seções 8.1 e 8.3, as dez primeiras frequências naturais de vibração livre, cujos valores estão apresentados na tabela 8.2, juntamente com aqueles obtidos por Vasconcelos [6]. A Figura 8.7 mostra os quatro primeiros modos de vibração.

Tabela 8.2. Frequências naturais para a laje enrijecida por vigas.

FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (Hz)		
MODOS	PEFAMV	VASCONCELOS [6]
1	4,84	4,84
2	8,60	8,61
3	10,70	10,71
4	13,28	13,32
5	14,25	14,30
6	17,81	17,91
7	17,86	17,97
8	19,22	19,38
9	20,47	20,75
10	20,68	20,99

As diferenças entre os valores obtidos pelo PEFAMV e aqueles obtidos por Vasconcelos [6], principalmente para frequências mais altas, conforme pode ser observado pela tabela 8.2, se devem principalmente ao fato do PEFAMV empregar matrizes elementares de massa concentrada, enquanto o programa utilizado por Vasconcelos [6] empregar matrizes elementares de massa consistente. As matrizes elementares de rigidez são definidas da mesma forma em ambos os programas.

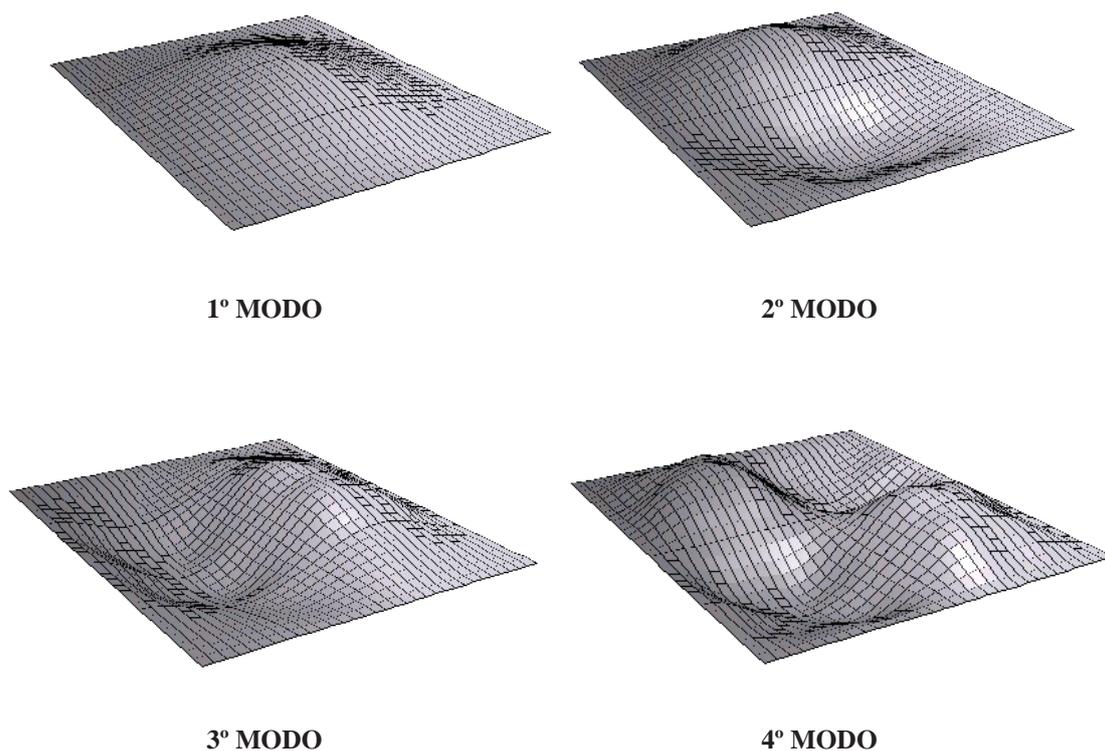


Figura 8.7. Quatro primeiros modos de vibração para a estrutura das Figuras 8.1 a 8.3.

Para a resposta no domínio do tempo empregou-se a função força definida na seção 8.2, considerando um tempo de observação de 5,0 s e uma frequência fundamental da atividade de 2,4 Hz. A razão da adoção desta frequência é que segundo Vasconcelos [6], as maiores amplitudes de respostas foram obtidas quando a frequência do primeiro harmônico da força atingia 2,4 Hz; com isso, o segundo super-harmônico da força, a uma frequência de 4,8 Hz, entrava em ressonância com a do primeiro modo fundamental da estrutura que é de 4,84 Hz.

As Figuras 8.8 a 8.9 apresentam as respostas em termos de deslocamento e aceleração, no domínio do tempo, para o ponto de observação em A, no centro da laje. Resultados similares foram obtidos para os pontos B e C, cujos gráficos não são apresentados no presente texto.

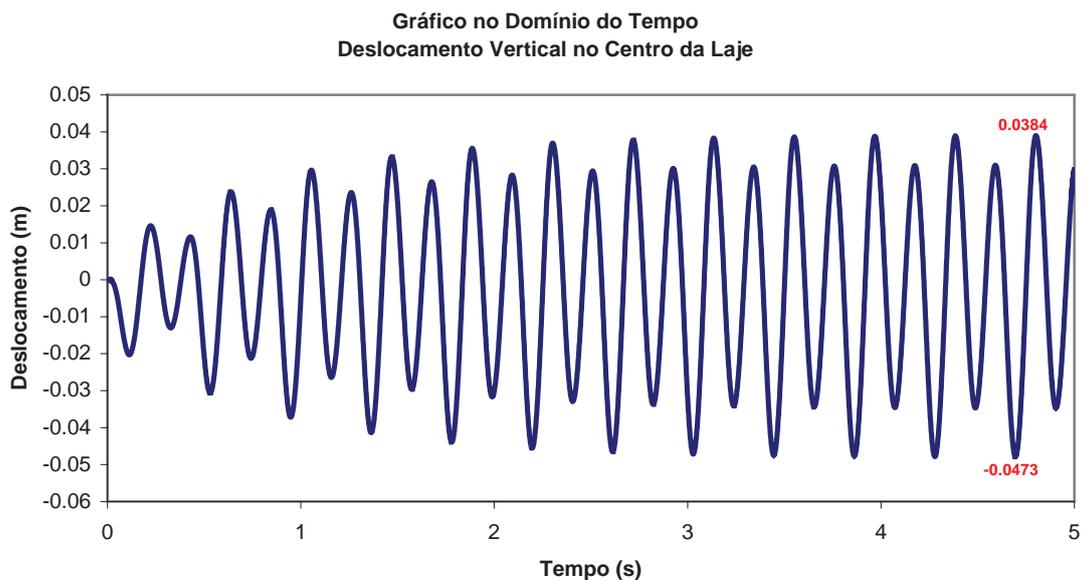


Figura 8.8. Deslocamento vertical no centro da laje, domínio do tempo, para carregamento do tipo pulsos com frequência fundamental 2,4 Hz.

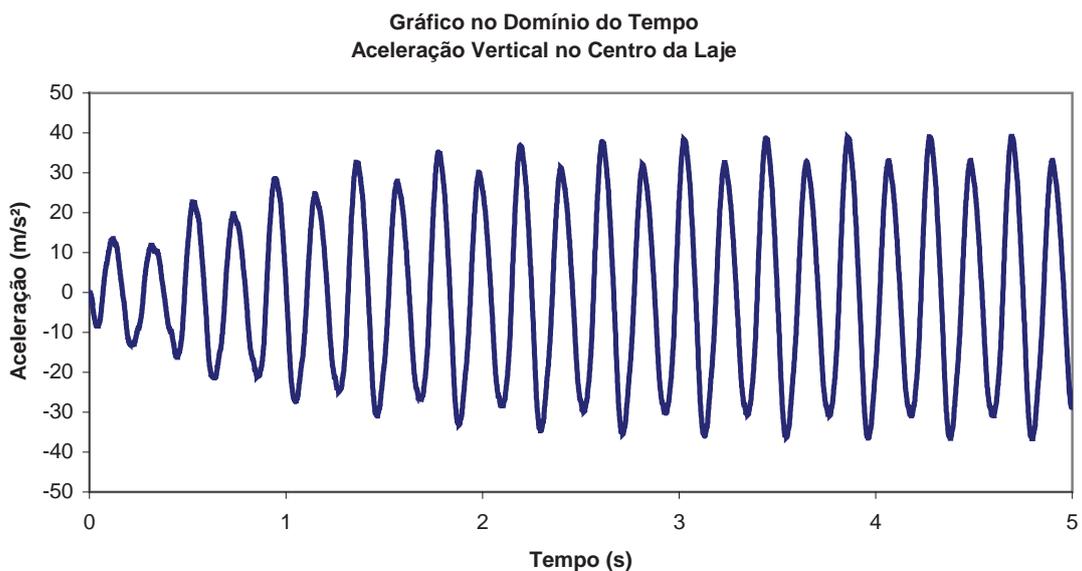


Figura 8.9. Aceleração vertical no centro da laje, domínio do tempo, para carregamento do tipo pulsos com frequência fundamental de 2,4 Hz.

Com os resultados no domínio do tempo foram determinados os valores máximos para o deslocamento vertical no ponto A e as acelerações verticais nos pontos A, B e C, considerando a resposta em regime. Tais valores estão apresentados nas tabelas 8.3 e 8.4.

Tabela 8.3. Deslocamento vertical máximo no centro da laje sob carregamento do tipo pulos.

Deslocamento (cm)				
Análise	PEFAMV		Vasconcelos [6]	
Estática *	-2,58	-2,58	-2,51	-2,51
Dinâmica	-4,73	3,84	-4,56	4,56
Total	-7,31	1,26	-7,07	2,05

\* Considerando peso próprio da estrutura, sobrecarga do piso e ocupação (02 pessoas/m<sup>2</sup>).

Tabela 8.4. Acelerações verticais máximas na laje sob carregamento do tipo pulos.

Aceleração (m/s <sup>2</sup> )				
Pontos	PEFAMV		Vasconcelos [6]	
A	-36,22	39,10	-	40,25
B	-7,55	8,62	-	7,60
C	-6,87	7,59	-	7,36

Os valores obtidos por Vasconcelos [6] apresentados nas tabelas 8.3 e 8.4 são os máximos considerando os valores absolutos para cada caso.

As diferenças entre os resultados de Vasconcelos [6] e os obtidos via PEFAMV podem ser explicadas se considerarmos os seguintes aspectos:

- o PEFAMV, como observado anteriormente, emprega matrizes elementares de massa concentrada, enquanto o modelo de Vasconcelos [6] utiliza matrizes de massa consistente;
- a análise do PEFAMV é feita no domínio do tempo, empregando integração direta pelo método de Newmark, portanto, considerando a contribuição de todos os modos na resposta; já Vasconcelos [6] utilizou análise modal para obtenção da resposta, considerando a contribuição dos dez primeiros modos;
- outro aspecto que se deve levar em consideração diz respeito ao amortecimento; para a análise modal o amortecimento pode ser definido de

forma mais precisa para cada modo, enquanto para análise no tempo empregada pelo PEFAMV isto é feito de uma forma aproximada através da equação (4.5) definida na seção 4.2.4;

- para análise estática Vasconcelos [6] considerou o peso próprio da estrutura como uma carga uniformemente distribuída sobre os elementos de casca, ao contrário do PEFAMV que considerou o peso próprio de cada elemento estrutural.

Para a análise estática considerando a carga acidental equivalente estabelecida pela Norma NBR-6120 [70], de acordo com o tipo de ocupação, foram obtidos os seguintes resultados:

- PEFAMV:  $d_{\text{Max.}} = -3,76 \text{ cm}$ ;
- Vasconcelos [6]:  $d_{\text{Max.}} = -3,52 \text{ cm}$ .

Vasconcelos [6] observou que os deslocamentos máximos admissíveis, prescritos pela Norma NBR – 6118 (NB – 1) [61], para o caso em questão eram:

$$d_{\text{Max. Perm.}} + d_{\text{Max. Acid.}} \leq \frac{16}{300} = 5,33 \text{ cm} \quad (8.2)$$

$$d_{\text{Max. Acid.}} \leq \frac{16}{500} = 3,20 \text{ cm} \quad (8.3)$$

Considerando que o deslocamento estático para o caso da carga acidental obtido por ambos os modelos, PEFAMV e Vasconcelos [6], não ultrapassaram o valor de 1,5 cm, e ao se observar que também os valores obtidos somando-se a contribuição das cargas permanentes estão abaixo dos valores máximos admissíveis, conforme as inequações (8.2) e (8.3), poderia se chegar à conclusão que a estrutura em questão não apresentaria problemas de segurança. Porém, ao analisarmos os valores que constam na tabela 8.3, percebe-se que ao levar em consideração a análise dinâmica propriamente dita observa-se que a estrutura apresentará deslocamentos significativamente maiores do que aqueles admissíveis. Portanto, pode apresentar sérios problemas com relação ao estado limite útil de segurança.

Com relação ao conforto, estado limite útil de utilização, a grande aceleração vertical no centro da laje, da ordem de  $40 \text{ m/s}^2$ , não traria problemas às pessoas que estivessem em movimento nesta posição, pois como as mesmas estão envolvidas com a

atividade e seus pés permanecem em contato com o piso por um curto de espaço de tempo, a aceleração da estrutura não seria percebida por estas pessoas. Ao contrário disso, as pessoas que estivessem localizadas na periferia sentiriam os efeitos de uma aceleração vertical de magnitude acima de  $7 \text{ m/s}^2$ , o que traria um excessivo desconforto, inviabilizando o emprego da estrutura para um tipo de atividade que envolvesse pulos.

Assim, uma alternativa para redução dos problemas oriundos das vibrações induzidas por este tipo de atividade humana deve ser procurada. Uma dessas alternativas é o emprego de amortecedores passivos de vibrações. Vasconcelos [6] sugeriu a colocação de mecanismos do tipo massa, mola e amortecedor; no presente trabalho são feitas análises de outras duas alternativas simples, uma com o aumento da espessura da laje de 10 cm para 15 cm, através da adição de uma camada de concreto, e a outra com o emprego de materiais viscoelásticos. Esta última será descrita com mais detalhes na próxima seção.

## 8.5. Definição das Características do Mecanismo

Para solução dos problemas de vibrações da estrutura original analisada na seção anterior é proposto o emprego de uma fina camada de material viscoelástico sobre a laje do piso, tendo como camada restritora um pavimento em concreto armado de alto desempenho com espessura igual a 5,0 cm e módulo de elasticidade longitudinal de 70 GPa. A estrutura sanduíche resultante é mostrada na Figura 8.10.

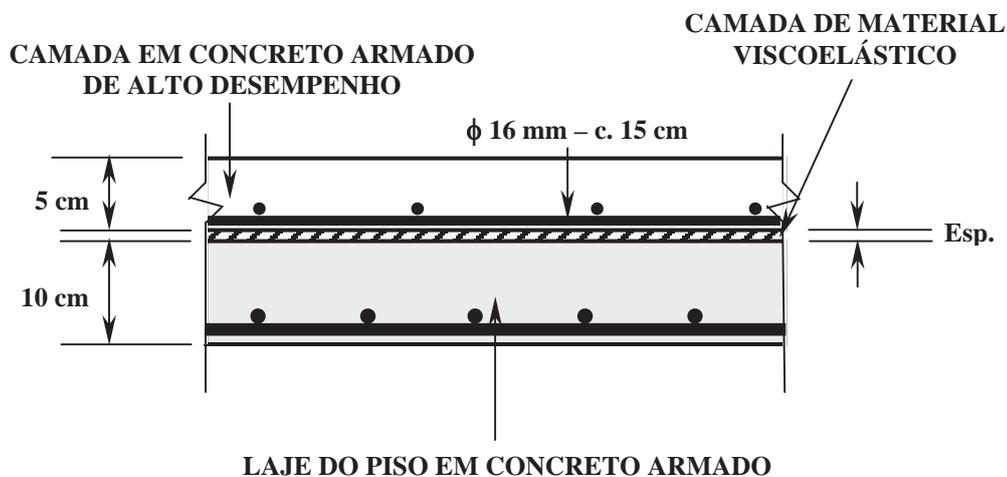


Figura 8.10. Representação da estrutura do pavimento sanduíche.

Deve-se salientar que outras duas alternativas (vide Figura 8.11) poderiam ser empregadas para a estrutura sanduíche apresentada anteriormente. Ambas dizem respeito à substituição do concreto como camada restritora por outro material. Na primeira alternativa, poderia ser empregada uma solução com a camada restritora de chapa fina de aço de espessura de 4,8 mm. As vantagens desta solução seriam menores massa e cargas adicionais à laje e grande rigidez da camada restritora. Um dos problemas desta solução estaria na execução, pois, sobre a camada de material viscoelástico, já estabilizada, são colocadas as chapas de aço as quais receberão solda em toda a extensão das ligações entre as chapas, provocando um elevado aumento de temperatura nesta região, atingido a camada de MVE. Assim, deve-se verificar, para este caso, se este aumento localizado de temperatura não poderá tornar-se danoso ao MVE confinado logo abaixo.

A segunda alternativa empregaria como camada restritora folhas de materiais compósitos (resina epoxíca ou nylon e fibra de carbono ou de vidro), tendo grande vantagem por ser um material muito leve e com boa rigidez, porém, apresentado à desvantagem de ser uma solução cara.

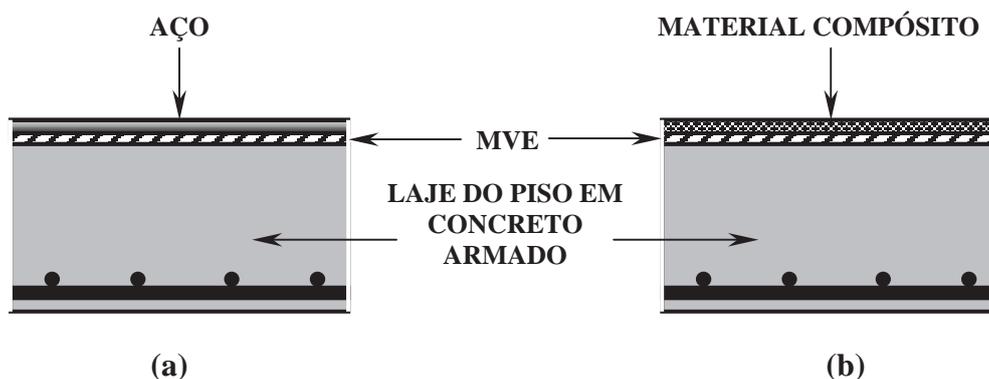


Figura 8.11. Alternativas para estrutura sanduíche (a) com chapa de aço, e (b) empregando folhas de material compósito.

Levando-se em conta tudo o que foi exposto a respeito dessas duas alternativas, adotou-se a solução mais simples e econômica: o emprego do concreto armado como camada restritora.

A execução desse tipo de mecanismo seria bem simples: Inicialmente faz-se à retirada do piso em lajota cerâmica e da camada de regularização (argamassa de cimento e areia), fazendo-se em seguida uma limpeza de toda a superfície da laje deixando-a o mais rugosa possível, de modo a se obter uma boa aderência entre a laje e a camada de material viscoelástico.

Logo em seguida ao término da limpeza, é aplicada a camada de material viscoelástico. Para o caso analisado, poderia ser, por exemplo, um impermeabilizante a base de Thiokol com uma espessura máxima de acordo com as recomendações do fabricante. Espera-se, então, a estabilização da camada de material viscoelástico. Logo em seguida, executa-se o pavimento em concreto armado de alto desempenho sobre a camada de material viscoelástico.

Sobre a camada de pavimento em concreto armado pode-se então executar um revestimento qualquer, como por exemplo, do tipo cerâmico. Para quem estivesse desenvolvendo qualquer tipo de atividade sobre o piso da laje jamais perceberia o mecanismo de amortecimento ali instalado.

Percebe-se, do que foi descrito acima, o quanto é simples e prático o processo de execução deste tipo de mecanismo viscoelástico para redução das vibrações na estrutura original.

Estando o material viscoelástico no núcleo da estrutura sanduíche protegido contra a ação de qualquer agente ambiental (chuva, ozônio, raios ultravioletas, etc.) e não exposto a altas temperaturas, seria de se esperar que o mesmo mantivesse suas propriedades por um longo período de tempo, basta lembrar o que foi mencionado a respeito dos amortecedores viscoelásticos do WTC (capítulo 1), estes foram instalados em 1969 e havia uma previsão de vida útil, de, no mínimo, até 2015; portanto, algo em torno de 46 anos.

Para a análise da nova estrutura sanduíche através do PEFAMV seria necessária a caracterização das propriedades dinâmicas do material viscoelástico, ou seja, a determinação das curvas do módulo de armazenamento e do fator de perda em função da frequência. Isto poderia ser feito através de ensaios experimentais empregando o Método de Teste Padrão da ASTM [69] com uma amostra do material a ser utilizado no mecanismo.

Supondo que o material viscoelástico empregado na estrutura sanduíche tenha as mesmas características do Thiokol RD apresentado na seção 6.5.6, determinam-se os parâmetros para a modelagem via GHM empregando-se os gráficos da Figura 6.27 e

parâmetros do GHM considerando-se uma função dissipação com um único termo (eq. 3.8). Assim, considerando-se as propriedades do Thiokol RD para uma faixa de frequências de 1 a 10 Hz, a uma temperatura de 20° C, foram determinados os parâmetros apresentados a seguir:

➤  $\varepsilon = 2 \text{ MPa}$ ;  $\alpha = 4 \text{ MPa}$ ;  $\beta = 1.000 \text{ s}^{-1}$  e  $\delta = 80.000 \text{ s}^{-2}$ .

Utilizando-se este conjunto de parâmetros e as expressões que definem  $E'$  e  $\eta'$ , segundo o GHM, foram traçados os gráficos apresentados na Figura 8.12, os quais também são comparados com aqueles obtidos da Figura 6.27, através do aplicativo DIGITALIZE [65].

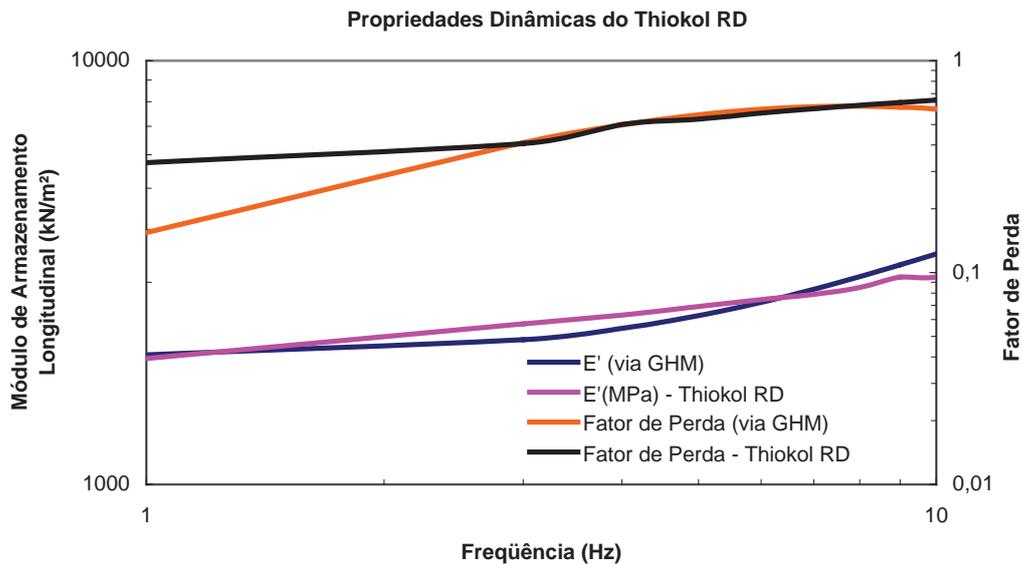


Figura 8.12. Gráficos das propriedades dinâmicas do Thiokol RD via GHM e valores obtidos a partir de Snowdon [66], para faixa de 1 a 10 Hz.

Muito embora dos gráficos apresentados na Figura 8.12 se observe que aquele relativo ao fator de perda via GHM apresente uma significativa diferença para a curva do fator de perda do Thiokol RD em frequências abaixo de 2 Hz, pode-se considerar que os gráficos obtidos através da modelagem via o GHM representam com boa aproximação as propriedades deste material para frequências até 10 Hz, tendo em vista que, a análise dinâmica é feita em frequências acima de 2 Hz e a contribuição

significativa da força relativa ao terceiro super-harmônico para a atividade analisada terá uma frequência de excitação no máximo próximo a 10 Hz ( $3,4 \times 3 = 10,2$  Hz).

Para a análise em questão adotou-se uma espessura de 5,0 mm para a camada de material viscoelástico na estrutura sanduíche.

## 8.5. Análise dos Resultados

Antes da análise no domínio do tempo, foram determinadas as frequências de vibração para as duas estruturas; a primeira, denominada estrutura modificada, a qual corresponde a estrutura original com aumento da espessura da laje e a segunda, dita estrutura sanduíche, com a inclusão do mecanismo viscoelástico de amortecimento. Na tabela 8.5 são apresentadas as dez primeiras frequências para ambos os casos.

Tabela 8.5. Frequências naturais para as estruturas: modificada e sanduíche.

FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (Hz)		
MODOS	Estrutura Modificada	Estrutura Sanduíche
1	4,36	4,35
2	7,75	7,74
3	9,62	9,61
4	11,95	11,97
5	12,90	12,93
6	16,04	16,57
7	16,11	16,26
8	17,27	17,53
9	18,22	18,79
10	18,65	19,24

Das tabelas 8.2 e 8.5 observa-se de imediato que em ambos os casos as estruturas apresentaram frequências naturais mais baixas do que aquelas apresentadas para a estrutura original, com frequências muito próximas.

Para a análise dinâmica com carregamento do tipo pulso foram feitas várias análises no tempo para uma frequência de excitação relativa ao primeiro harmônico da

força de 2,4 Hz, correspondendo ao caso da estrutura original com problemas de vibrações.

As respostas para a estrutura modificada e a sanduíche são apresentadas juntamente com a da estrutura original nas Figuras 8.13 e 8.14, para o deslocamento e a aceleração no centro da laje, considerando-se o primeiro caso: frequência de excitação do primeiro harmônico da força igual a 2,4 Hz. Também são mostrados nas tabelas 8.6 e 8.7 os valores máximos nos pontos A, B e C, para este caso.

Dos gráficos mostrados nas Figuras 8.13 e 8.14, complementados pelos valores apresentados nas tabelas 8.6 e 8.7, observa-se uma nítida redução das amplitudes de respostas em relação à estrutura original obtidas pela estrutura sanduíche e também pela modificada.

Os deslocamentos no centro da laje são menores que os valores máximos admissíveis definidos pelas inequações (8.2) e (8.3), sendo os melhores resultados aqueles obtidos com a estrutura sanduíche.

Com relação à aceleração máxima no centro, apesar do valor ainda alto, em torno de  $18 \text{ m/s}^2$ , como já foi dito anteriormente, as pessoas no meio do salão, emocionalmente envolvidas na atividade e com tempo de contato dos pés com o piso muito curto, não perceberiam o nível de aceleração da estrutura nesta área. A partir das curvas recomendadas pela ISO 2631/1 [71], que procuram caracterizar as faixas de parâmetros de conforto humano, relacionadas ao tempo de exposição e nível de aceleração que uma pessoa fica exposta, Vasconcelos [6] observou que para um período de tempo em torno de uma hora, o pico de aceleração máxima admissível considerando o limite de tolerância é de  $3,54 \text{ m/s}^2$ . Considerando-se que nas áreas periféricas as acelerações máximas alcançadas, para o caso sanduíche, estão abaixo desse limite e que as pessoas não passariam mais de uma hora, sem interrupções, numa atividade que envolvesse pulos, admite-se que todas as pessoas no salão poderiam suportar os níveis de aceleração induzidas na estrutura sanduíche, por este tipo de atividade, desenvolvida a uma frequência fundamental de 2,4 Hz, associada ao primeiro harmônico da força.

Do exposto acima, poderia se pensar que a solução empregando a estrutura sanduíche resolveria o problema; porém, como a frequência fundamental da atividade, associada ao primeiro modo, pode variar de 1,8 Hz a 3,4 Hz, é necessário levar em consideração toda esta faixa de frequências.

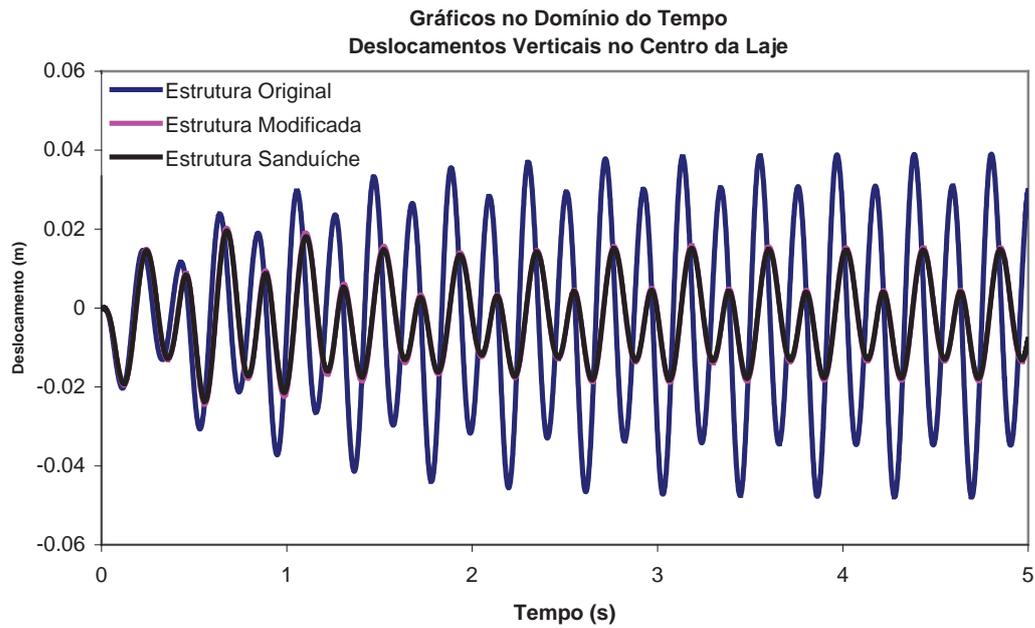


Figura 8.13. Deslocamento vertical no centro da laje, estrutura: original, modificada e sanduíche; no domínio do tempo, para carregamento do tipo pulsos com frequência fundamental 2,4 Hz.

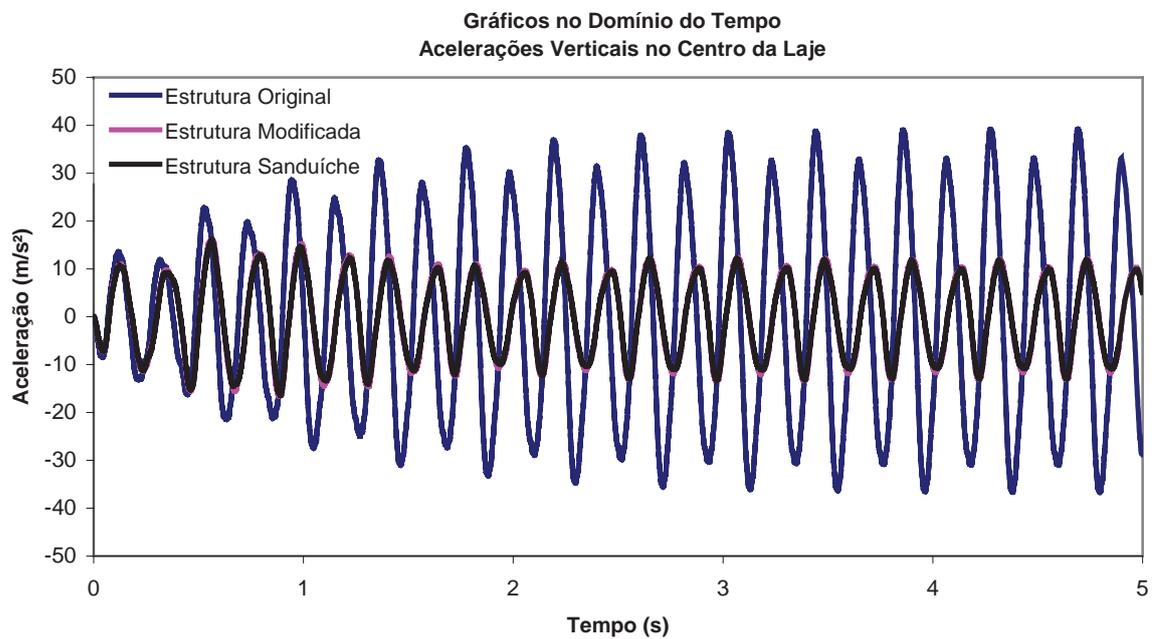


Figura 8.14. Aceleração vertical no centro da laje, estrutura: original, modificada e sanduíche; no domínio do tempo, para carregamento do tipo pulsos com frequência fundamental 2,4 Hz.

Tabela 8.6. Deslocamentos no centro da laje para as estruturas: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade de 2,4 Hz.

Deslocamentos no centro da laje (cm)						
Análise	Original		Modificada		Sanduíche	
Estática*	-2,58	-2,58	-2,97	-2,97	-2,96	-2,96
Dinâmica	-4,73	3,93	-1,83	1,53	-1,75	1,45
Total	-7,31	1,35	-4,80	-1,44	-4,71	-1,51

\*Considerando peso próprio da estrutura, sobrecarga do piso e ocupação (02 pessoas/m<sup>2</sup>).

Tabela 8.7. Acelerações nos pontos A, B e C, para a estrutura: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade de 2,4 Hz.

Aceleração (m/s <sup>2</sup> )						
Pontos	Original		Modificada		Sanduíche	
A	-36,70	39,16	-12,95	11,88	-12,88	11,86
B	-6,76	7,30	-2,51	2,53	-2,41	2,31
C	-7,80	8,24	-2,49	2,31	-2,33	2,44

Assim, novas análises foram feitas variando-se esta frequência fundamental de tal modo que aquela associada ao segundo super-harmônico entrasse em ressonância com a do primeiro modo da estrutura analisada em cada caso.

Os máximos deslocamentos e acelerações obtidas, com estas novas análises, para os pontos A, B e C, estão apresentados nas tabelas 8.8 e 8.9, considerando a parcela dinâmica e estática para cada um das três estruturas apresentadas: original, modificada e sanduíche.

Tabela 8.8. Deslocamentos no centro da laje para as estruturas: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura.

Deslocamentos no centro da laje (cm)						
	Original		Modificada		Sanduíche	
Análise	$f_T = 2,42$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz	
Estática*	-2,58	-2,58	-2,97	-2,97	-2,96	-2,96
Dinâmica	-4,78	3,93	-4,74	3,92	-4,00	3,33
Total	-7,36	1,35	-7,71	0,95	-6,96	0,37

\*Considerando peso próprio da estrutura, sobrecarga do piso e ocupação (02 pessoas/m<sup>2</sup>).

Tabela 8.9. Acelerações nos pontos A, B e C, para a estrutura: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura.

Aceleração (m/s <sup>2</sup> )						
	Original		Modificada		Sanduíche	
Pontos	$f_T = 2,42$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz	
A	-36,70	39,16	-29,08	32,01	-24,26	26,44
B	-6,76	7,30	-5,41	5,92	-4,67	4,76
C	-7,80	8,24	-6,48	6,47	-5,71	5,86

Das tabelas 8.8 e 8.9, observa-se que para o problema em questão, nenhuma solução foi satisfatória, pois tanto o deslocamento total quanto o acidental foram maiores do que os máximos admissíveis prescritos na NB – 6118 (NB – 1) [61], vide equações 8.2 e 8.3. Sendo assim, algumas alterações devem ser feitas para que se possa solucionar o problema.

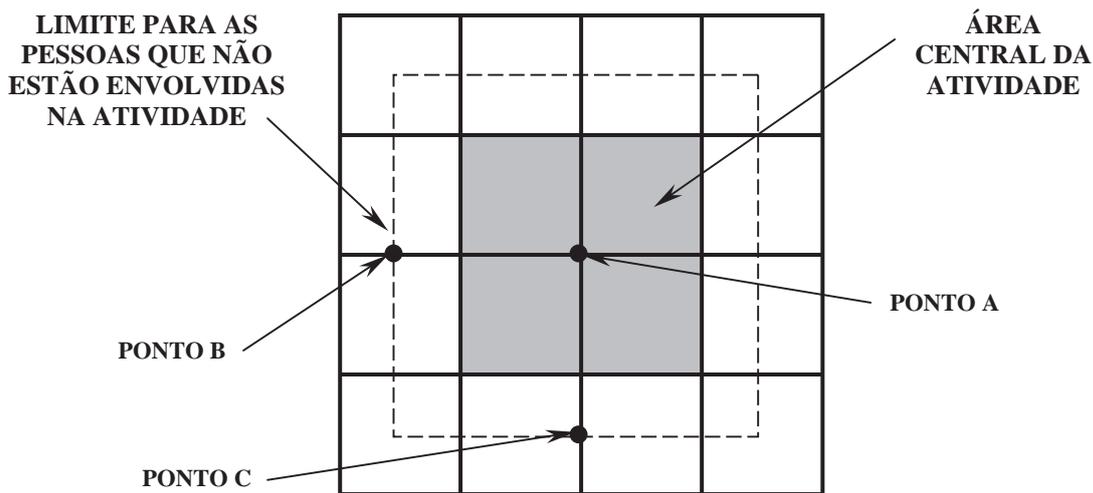


Figura 8.15. Nova distribuição para a atividade humana sobre a laje.

Uma alternativa é apresentada na Figura 8.15. Nesta nova alternativa, as pessoas que se encontrassem envolvidas na atividade estariam limitadas a um espaço central (quadros escuros) menor do que aquele no problema original (linha tracejada), mantido apenas o espaço reservado às pessoas em repouso. Assim, com esta nova configuração, ficam mantidas inalteradas as frequências e os modos de vibração de cada uma das estruturas, alterando-se, portanto, somente o carregamento.

Para esta nova situação, as reanálises feitas para cada uma das três estruturas conduziram aos valores máximos apresentados nas tabelas 8.10 e 8.11. Destas tabelas observa-se que, para a solução empregando a estrutura sanduíche ser realmente eficiente é necessário que não seja executado nenhum pavimento sobre a camada restritora de concreto, significando que o acabamento desta camada deve ser o mais liso possível, para que, no máximo, possa ser executado sobre este, um pavimento leve do tipo, por exemplo, em placas ou com manta de vinil. Garantindo isso, pode-se dizer que os deslocamentos máximos ficam abaixo dos valores máximos admissíveis, de acordo com o que prescreve a norma. Com relação às acelerações, no caso da estrutura sanduíche, estas ficaram abaixo do valor para o limite de tolerância com tempo de exposição, considerando o pico admissível de  $3,54 \text{ m/s}^2$  para um tempo de exposição de uma hora, conforme o limite de tolerância definido nas ISSO 2631/1.

Sendo assim, considerando a nova situação apresentada na Figura 8.15, a estrutura com mecanismo viscoelástico é a melhor solução para o problema de vibrações em questão, induzido por uma atividade humana de ocupação que envolva pulos ritmados.

Porém, vale a pena salientar que a colocação de amortecedores passivos de vibração, do tipo massa, mola e amortecedor, em conjunto com o mecanismo viscoelástico apresentado neste capítulo, deve melhorar ainda mais os resultados aqui obtidos. Esta solução também foi apontada no trabalho de Vasconcelos [6] e merece um estudo mais minucioso, o qual não faz parte do escopo deste presente trabalho.

Além do mais, outras análises foram feitas considerando a espessura de 3,0 cm para camada restritora em concreto armado, resultando em soluções menos satisfatórias do que aquelas obtidas com espessura de 5,0 cm. Deve-se observar que a armadura de aço, para essas espessuras, aumenta a rigidez aparente da camada restritora; porém, isto não foi levado em consideração durante as análises.

Tabela 8.10. Deslocamentos no centro da laje para as estruturas: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura e nova distribuição de carga.

Deslocamentos no centro da laje (cm)						
	Original		Modificada		Sanduíche	
Análise	$f_T = 2,42$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz	
Estática*	-2,58	-2,58	-2,97	-2,97	-2,60**	-2,60**
Dinâmica	-3,25	2,69	-3,23	2,66	-2,71	2,24
Total	-5,83	0,11	-6,20	-0,31	-5,31	-0,96

\* Considerando peso próprio da estrutura, sobrecarga do piso e ocupação (02 pessoas/m<sup>2</sup>).

\*\* Sem sobrecarga do piso.

Tabela 8.11. Acelerações nos pontos A, B e C, para a estrutura: original, modificada e sanduíche; com a frequência fundamental da atividade próxima a primeira frequência natural de cada estrutura e nova distribuição de carga.

Aceleração (m/s <sup>2</sup> )						
	Original		Modificada		Sanduíche	
Pontos	$f_T = 2,42$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz		$f_T = 2,18$ Hz	
A	-25,76	26,48	-20,70	22,06	-17,48	18,52
B	-4,69	5,07	-3,79	4,28	-3,14	3,22
C	-4,83	5,13	-3,76	4,40	-3,35	3,51

# Capítulo 9

## Resumo e Conclusões

### 9.1. Preâmbulo

Muitas contribuições já foram dadas ao estudo de materiais viscoelásticos empregados na construção de dispositivos de redução e o controle de vibrações em estruturas. Porém, um dos grandes problemas que ainda estava a ser solucionado dizia respeito a uma ferramenta numérico-computacional que pudesse ser empregada na modelagem de problemas dinâmicos, nos domínios do tempo e da frequência, envolvendo estruturas com materiais viscoelásticos.

Os programas de análise estrutural disponíveis no mercado não possibilitam a análise desse tipo de problema de uma forma eficiente. Assim, o presente trabalho se constitui numa contribuição para o preenchimento desta lacuna existente no emprego de materiais viscoelásticos no projeto, fabricação e instalação de dispositivos de controle passivo de vibrações. Através do desenvolvimento do PEFAMV pode-se dar um passo em direção à concretização dessas tarefas.

A seguir, apresentam-se as conclusões baseadas nos resultados obtidos das análises apresentadas no presente trabalho.

Algumas propostas para desenvolvimento desta linha de pesquisa também são apresentadas mais adiante no item 9.3.

### 9.2. Comentários e Conclusões

Dos exemplos apresentados, principalmente aqueles com comparações entre resultados teórico-numéricos e experimentais, conclui-se que o PEFAMV é uma ferramenta numérico-computacional eficiente e precisa para análise de estruturas com e sem MVE, permitindo modelagens de estruturas compostas por elementos finitos do

tipo placa, casca, pórtico espacial e hexaédrico linear. Tais estruturas foram analisadas considerando-se a ação de carregamentos de natureza dinâmica.

O PEFAMV permite a análise de estruturas sanduíches obtidas a partir da introdução de um material viscoelástico (MVE), empregando para isso uma modelagem das características desse material via o método Golla-Huges (GHM). A formulação de **superposição modal com amortecimento ponderado** aqui desenvolvida e utilizada constitui-se numa melhoria e ampliação do GHM.

O PEFAMV se distingue do GHM3D [7] também por empregar outros elementos, tais como cascas, além de elementos hexaédricos lineares, que notoriamente resulta em modelos rígidos, particularmente para a solução de problemas envolvendo estruturas flexíveis, tais como as constituídas por placas, as quais estão sujeitas a deformações predominantemente de flexão.

A modelagem de placas e cascas com apenas elementos hexaédricos lineares introduz erros na resposta que podem ser reduzidos com o refinamento da malha desses elementos empregada na modelagem da estrutura. Mas isto se traduz obviamente em grande acréscimo do número de elementos, graus de liberdade (GLs) e, portanto, do sistema de equações a ser resolvido, com conseqüente aumento no custo e esforço computacional para a solução e análise do problema. Alternativamente, o PEFAMV resolve estes problemas com maior facilidade e precisão, ao empregar elementos mais específicos para cada tipo de análise, mantendo-se somente os hexaédricos lineares para modelagem do MVE, com conseqüente melhoria dos resultados obtidos.

Observa-se também com as análises dos resultados obtidos dos vários exemplos, que o emprego de um MVE na construção de dispositivos de redução de vibrações mostrou-se extremamente atrativo, sendo estes dispositivos eficientes principalmente na eliminação dos modos mais altos de vibração de estruturas tipo placas sanduíche. Além disso, combinado com a rigidez da camada restritora, o emprego de uma fina camada de MVE resultou numa considerável diminuição nas amplitudes de resposta da estrutura por meio, principalmente, de um considerável acréscimo de amortecimento. Isto pôde ser observado mais evidentemente nas análises feitas para o modelo físico do tabuleiro ortotrópico do vão central da Ponte Rio-Niterói. Neste caso, quando comparada à solução mista (placa de aço e concreto, consolidadas por conectores) a melhor solução para os problemas de vibração oriundos do intenso trafego pesado é a que emprega um tabuleiro sanduíche com uma fina camada de material viscoelástico, conduzindo a uma

redução em termos de amplitude e eliminação dos modos mais altos, com um incontestável benefício à vida útil da estrutura.

Observa-se, ainda, que a alteração de algumas características da camada de MVE pode produzir apenas uma pequena melhora em termos de redução das amplitudes de resposta. Verifica-se que o aumento da espessura da camada de MVE proporciona um pequeno incremento na taxa de amortecimento estrutural; porém, este ganho pode torna-se não compensador, devido a problemas de natureza prática para a aplicação da camada.

Um MVE quando aplicado a quente sobre uma superfície aparelhada (alisada) possui uma espessura natural máxima, na qual ele preserva suas propriedades viscoelásticas. Para serem mantidas tais propriedades e aumentar a espessura acima desse valor, haveria a necessidade do confinamento do material de modo a garantir a estabilidade da camada. Este pode na prática ser um aspecto limitador quando se deseja empregar uma camada extensa de MVE sobre a superfície de uma estrutura.

Para o projeto dos mecanismos de amortecimento tipo AVE, o projetista necessita ter o conhecimento das características e principalmente das limitações do material viscoelástico a ser empregado, bem como, uma ferramenta que possibilite a modelagem de estruturas com este tipo de material. Com relação a esses dois aspectos, o presente trabalho procurou dar um enfoque geral a respeito das propriedades desses materiais, algumas características importantes para o projeto de tais mecanismos; e, principalmente, o desenvolvimento de uma ferramenta para a análise desse tipo de dispositivo. Assim, cumprida esta etapa de desenvolvimento, algumas sugestões para a continuidade da presente linha de pesquisa são apresentadas a seguir.

### **9.3. Sugestões para Trabalhos Futuros**

Diversos trabalhos de desenvolvimento na direção da redução e controle de vibrações de estruturas empregando-se MVE podem ser propostos. Dentre estes podem ser destacados:

➤ Melhoria computacional no código do PEFAMV

Adoção de técnicas de computação de alto desempenho que permitam ao programa analisar estruturas bem mais complexas do que aquelas que foram apresentadas no presente trabalho. Além do que, uma melhoria no próprio modelo empregado para a análise de MVE, contemplando além da variação

das propriedades dinâmicas em relação à frequência, também a variação destas com a temperatura.

➤ Projeto de dispositivos de controle de vibrações contendo MVE

Projeto conceitual e preliminar de dispositivos de controle passivo de vibrações contendo MVE, para serem instalados em pontos estratégicos numa estrutura, de modo a alcançar as melhores taxas de redução de vibrações.

Para o projeto de tais dispositivos é necessário o conhecimento mais profundo das características de um MVE não só com relação ao comportamento dinâmico, mas também de outro ponto de vista como reológico, térmico, etc. Para tanto, podem ser feitos estudos multi-disciplinares com a área de engenharia química, de modo a possibilitar o desenvolvimento e projeto de materiais viscoelásticos específicos para o emprego de mecanismos de redução e controle de vibrações.

➤ Otimização de parâmetros para obtenção de redução de vibrações

Através de técnicas multi-objetivos que possibilitem a obtenção de máxima redução de vibração em uma estrutura sob carregamento dinâmico com o emprego de um MVE, seja através de mecanismos pontuais ou a aplicação direta na forma de uma camada.

Para uma efetiva melhora em termos de resposta o ideal é à busca das características ótimas geométricas e físicas das camadas de MVE e restritora que maximize a redução das amplitudes de vibração da estrutura sob ação de um dado carregamento dinâmico. Como muitas variáveis e restrições estão envolvidas no problema, esta otimização deve ser multi-objetivos, buscando os parâmetros ótimos para um MVE que reduza as amplitudes de vibração a um nível previamente estabelecido.

➤ Melhorias no elemento viscoelástico

Avaliar a convergência numérica do esquema de superposição modal com amortecimento ponderado.

Desenvolvimento de um elemento viscoelástico considerando as rotações em cada nó, como por exemplo, um elemento de viscoelástico de casca. Isto resolveria o problema da compatibilização com o elemento elástico de casca, possibilitando, portanto, a utilização de uma malha menos refinada do que aquela necessária quando se empregam elementos viscoelásticos lineares.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] BATTISTA, R. C., MAGLUTA, C. “Spectator-Induced Vibration of Maracanã Football Stadium”, In: *Proceedings of the Second European Conference on Structural Dynamics*, pp.985-992, 1993.
- [2] BATTISTA, R. C., PFEIL, M. S. “Active/Passive Control of Vortex-Induced Oscillations of Rio-Niterói Bridge”, In: *Proceedings of the Second European Conference on Structural Dynamics*, pp.561-567, 1996.
- [3] MAGLUTA, C., *Sistemas Dinâmicos Passivos para Absorção de Vibrações Estruturais*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1993.
- [4] PINHEIRO, M. A. S., *Absorção não-Linear para Redução de Vibrações em Torres Esbeltas*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1997.
- [5] BARBOSA, P. G., *Controle Passivo/Ativo de Oscilações Induzidas por Vento em Estruturas de Pontes de Grandes Vãos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.
- [6] VASCONCELOS, R. P., *Atenuação de Vibrações em Lajes Nervuradas de Piso em Concreto Armado*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.
- [7] BARBOSA, F. S., *Modelagem Computacional de Estruturas com Camadas Viscoelásticas Amortecedoras*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.

- [8] ALVES, R. M., *Controle Dinâmico Ótimo do Movimento Vertical de Plataformas Offshore do Tipo TLP*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1997.
- [9] SANTOS, E. F., *Atenuadores Visco-Elásticos para Redução de Oscilações Aeroelásticas de Edifícios Altos*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [10] BLANDÓN, N. A. R., *Dissipação de Energia em Estruturas de Edifícios sob Ação Sísmica*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [11] SOUZA, R. A., *Controle Passivo/Ativo das Oscilações de Estruturas Esbeltas por Meio de Dispositivos Fluido-Dinâmicos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [12] OBERST, H., FRANKENFELD, K. “Über die Dämpfung dünner Bleche durch Festhaltende Belage”, *Acustica*, vol. 2, pp. 181-194, 1952.
- [13] KERVIN JR., E. M. “Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer”, *Journal of Acoustical Society of America*, vol. 31, nº. 7, pp. 952-962, 1959.
- [14] ROSS, D., UNGAR, E. E., KERVIN JR., E. M. “Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Layer”, *Structural Damping, ASME*, pp. 49-88, New York, USA, 1959.
- [15] MAHMOODI, P. “Structural Dampers”, *ASCE – Journal of Structural Division*, vol. 95, nº. ST8, pp. 1661-1672, Aug. 1969.
- [16] SAMALI, B., KWOK, K. C. S. “Use of Viscoelastic Dampers in Reducing Wind- and Earthquake-Induced Motion of Building Structures”, *Engineering Structures*, Vol.17, nº. 9, pp. 639-654, 1995.
- [17] LIN, R. C., LIANG, Z., SOONG, T. T., ZHANG, R. H., *An Experimental Study of Seismic Structural Response with Added Viscoelastic Dampers*. In: Technical report NCEER-88-0018. National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1988.
- [18] LIN, R. C., LIANG, Z., SOONG, T. T., ZHANG, R. H. “An Experimental Study of Seismic Behaviour of Viscoelastically Damped Structures”, *Engineering Structures*, Vol.1, nº. 13, pp.75-84, 1991.

- [19] CHANG, K. C., SOONG, T. T., OH, S.T., LAI, M. L. *Seismic Response of a 2/5 Scale Structure with Added Viscoelastic Dampers*. In: Technical report NCEER-91-0012. National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1991.
- [20] MAHMOODI, P., KEEL, C. J. “Method of Damped Energy Calculation for a Multilayer Viscoelastic (V.E.) Damper”, *Wind Engineering Industry Aerodynamic*, nº. 36, pp. 749-756, 1990.
- [21] CHANG, K. C., SOONG, T. T., OH, S. T., LAI, M. L. “Effect of Ambient Temperature on a Viscoelastically Damped Structure”, *Structural Engineering*, ASCE, 118(7), pp. 1955-1973, 1992.
- [22] 3M Company, Vibration Control Industrial Tape and Specialties Division. “Viscoelastic Dampers for Seismic and Wind Applications”, Brochure published in 1995.
- [23] Earthquake Engineering Research Center. “Structures in North America with Supplement Energy Dissipation Devices”, University of California, Berkeley, 1997. Disponível em:  
<<http://nisee.berkeley.edu/prosys/applications.html>>
- [24] Earthquake Engineering Research Center. “Building in Japan Incorporating Passive Energy Dissipation Systems”, University of California, Berkeley, 1997. Disponível em:  
<<http://nisee.berkeley.edu/prosys/applications.html>>
- [25] BATTISTA, R. C., PFEIL, M. S. “Strengthening Fatigue Cracked Orthotropic Decks with Composite Layers”. In: *Structural Stability Research Council, Annual Technical, Session & Meeting*, 24-26, July 2000.
- [26] BATTISTA, R. C., PFEIL, M.S. “Reduction of Vortex-induced Oscillation of Rio-Niterói Bridge by Dynamic Control Devices”, *Journal of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics*, 1999.
- [27] BATTISTA, R.C., et al, *Ensaio Experimentais da Estrutura Sanduíche do Tabuleiro Ortotrópico da Superestrutura Metálica da Ponte Rio-Niterói*. In: Relatório COPPETEC ET-150747, Rio de Janeiro, Outubro, 1998.
- [28] BATTISTA, R.C., *Projeto Básico dos ADS's – Atenuadores Dinâmicos Sincronizados – para Atenuação das Oscilações Induzidas pelo Vento e pelo Tráfego na Ponte Rio-Niterói*, 2000.

- [29] BATTISTA, R.C., *Vibrações Induzidas por Pessoas nas Lajes Pré-moldadas de Concreto Armado de um Edifício em Estrutura de Aço; Projeto Preliminar de Atenuadores Dinâmicos Sincronizados para Solução do Problema*, 2001.
- [30] GOLLA, D. F., HUGHES, P. C. “Dynamics of Viscoelastic Structures – A Time-Domain, Finite Element Formulation”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, pp. 897-906, 1985.
- [31] ASEKA, E. H., RIERA, J. D. “Sobre as Propriedades de Amortecedores Viscoelásticos”, In: *Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural*, maio, 2002.
- [32] SAP2000 - Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures. Versão 7.0; Berkeley, California, USA.
- [33] LU, Y. P., KILLIAN, J. W., EVERSTINE, G. C. “Vibrations of Three Layered Damped Sandwich Plate Composites”, *Journal of Sound and Vibration*, 64(1), pp. 63-71, 1979.
- [34] LU, Y. P., SUN, C. T., *Vibration Damping of Structural Elements*. New Jersey, USA, Prentice Hall PTR, 1995.
- [35] NASTRAN, *The User's Manual*. NASA – National Aeronautics and Space Administration, Washington, USA, 1986.
- [36] FERRY, J. D., *Viscoelastic Properties of Polymers*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1970.
- [37] SPERLING, L.H., *Introduction to physical polymer science*. 2 ed. USA, John Wiley & Sons, Inc., 1992.
- [38] LAZAN, B. J., *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*. 1 ed. USA, Pergamon Press, 1968.
- [39] MARK, J. E., ERMANN B., EIRICH, F. R., *Science and Technology of Rubber*. 2 ed. San Diego, USA, Academic Press, 1994.
- [40] HARRIS, C. M., CREDE, C. E., *Shock and Vibration Handbook*. 2 ed. New York, McGraw-Hill Book Company, 1976.
- [41] BRYDSON, J. A. *Rubbery Materials and Their Compounds*. Elsevier Science London, England, 1 Publishers LTD, 1988.

- [42] SMITH, W. F., *Princípios de Ciência e Engenharia dos Materiais*. 3 ed. Portugal, Lisboa, McGraw-Hill, 1998.
- [43] NOLLE, A. W. “Dynamic Mechanical Properties of Rubberlike Materials”, *Journal of Polymer Science*, Vol. V, nº. 1, pp. 1-54, 1950.
- [44] CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. 2 ed. USA, McGraw-Hill International Editions, 1993.
- [45] GENT, A. N., *Engineering with Rubber – How to Designer Rubber Components*. Munich, Germany, Hanser Publishers, 1992.
- [46] MONTENEGRO, R. S. P., PAN, S. S. K. “Panorama do Setor de Borrachas”, *Boletim Setorial do BNDES*, nº. 6, Set. 97.
- [47] PARK, S. W. “Analytical Modeling of Viscoelastic Dampers for Structural and Vibration Control”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 8065-8092, 2001.
- [48] BIOT, M.A. “Variational Principles in Irreversible Thermodynamics With Applications to Viscoelasticity”, *Physical Review*, Vol. 97, Nº. 6, pp. 1463-1469, 1955.
- [49] BAGLEY, R. L. And Torvik, P.J. “Fractional Calculus – A Different Approach to the Finite Element Analysis of Viscoelastically Damped Structures”, *AIAA Journal*, Vol. 21, Nº. 5, pp. 741-748, 1983.
- [50] BUHARIWALA, K. J., *Dynamic Response of Viscoelastic Fibre Reinforced Composite Structures*. M.Sc. Thesis, University of Toronto, Institute for Aerospace Studies, 1982.
- [51] BATHE, K-J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. USA, Prentice-Hall, Inc., 1982.
- [52] COOK, R. D., *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. Inc., New York, USA, John Wiley & Sons, 1995.
- [53] ZIENKIEWICZ, O. C., *The Finite Element Method*. 4 ed. Londres, UK, McGraw-Hill Book, 1989.
- [54] BATOZ, J. L. “An Explicit Formulation for an Efficient Triangular Plate-Bending Element”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, pp. 1077-1089, 1982.
- [55] OWEN, D. R. J., HINTON, E., *Finite Element Software for Plate and Shells*. 1 ed. Swansea, UK, Pineridge Press Ltd, 1984.

- [57] VIEW-3D – Visualizador de Malhas.  
Versão 2.02.  
COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [58] BRIGHAM, E. O., *The Fast Fourier Transform*, USA, Prentice-Hall, Inc., 1974.
- [59] CESUP – CENTRO DE SUPERCOMPUTAÇÃO.  
Universidade do Rio Grande do Sul.  
Acesso disponível em:  
<<http://www.newton.cesup.ufrgs.br>>
- [60] SZILARD, R., *Theory and Analysis of Plates: Classical and Numerical Methods*. New Jersey, USA, Prentice-Hall, Inc., 1974.
- [61] NBR – 6118 (NB-1), Norma Brasileira de Concreto.
- [62] DIEGUES, J. P. P., *Métodos Numéricos Computacionais para a Engenharia*. vol. I e II, Âmbito Cultural Edições Ltda, 1994.
- [63] LEMONGE, A. C. C., *Aplicação de Algoritmos Genéticos em Otimização Estrutural*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999.
- [64] NEVES, F. A., *Programação Multi-Objetivos Aplicadas à Otimização do Projeto de Pontes Estaiadas*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1997.
- [65] DIGITALIZE.  
Versão 2.2.  
Israel, 1995.
- [66] SNOWDON, J. C., *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*. New York, USA, John Wiley & Sons, Inc., 1969.
- [67] Pfeil, W., *Ponte Presidente Costa e Silva – Métodos Construtivos*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1975.
- [68] BATTISTA, R. C., CARVALHO, E. M. L. *Modelos Matemáticos para Análise da Vida Útil à Fadiga do Tabuleiro Ortotrópico Metálico*. In: Relatório COPPETEC PEC - 3164, Rio de Janeiro, Março, 2003.
- [69] American Society for Testing Materials – ASTM. *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*, New York, Desig. E756, pp. 779-785, 1993.
- [70] NBR – 6120(NB-5), *Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações*.

- [71] ISO 2631/1 – *Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration: General Requirement*. International Standards Organization, 1985.
- [72] FAÍSCA, R. G., *Caracterização de Materiais Viscoelásticos como Amortecedores Estruturais*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.

# Apêndice A

## Matrizes para Elementos de Placa

### A.1. Introdução

São apresentadas a seguir as matrizes para os elementos de placa: rigidez para o triangular discreto de Kirchhoff, conhecido como DKT (do inglês, Discrete Kirchhoff Triangle); e massa concentrada para o retangular com quatro nós, obtida através do esquema HRZ.

### A.2. Matriz de Rigidez para o Elemento DKT

Segundo Cook [52] o elemento aqui discutido foi publicado em 1962 e reexaminado por mais de dez anos e até hoje permanece entre os melhores elementos para análise de placas finas. Expressões explícitas [54] e subrotinas em Fortran [52] para este elemento estão disponíveis na Literatura. Detalhes da formulação envolvem expressões longas, portanto, no presente texto somente é apresentada uma expressão explícita, definida por Batoz [54] e uma sub-rotina que é reproduzida de Cook [52].

Vale ressaltar que um passo essencial na formulação do elemento DKT é a suposição de que a deformação específica nos pontos nodais é zero, também usada na formulação de outros elementos discretos de Kirchhoff.

Assim, são considerados para cada nó, um deslocamento perpendicular e duas rotações segundo o plano médio da placa, conforme mostrado na Figura 4.2, reproduzida a seguir. Portanto, para o elemento em questão são três graus de liberdade por nó, com um total de nove.

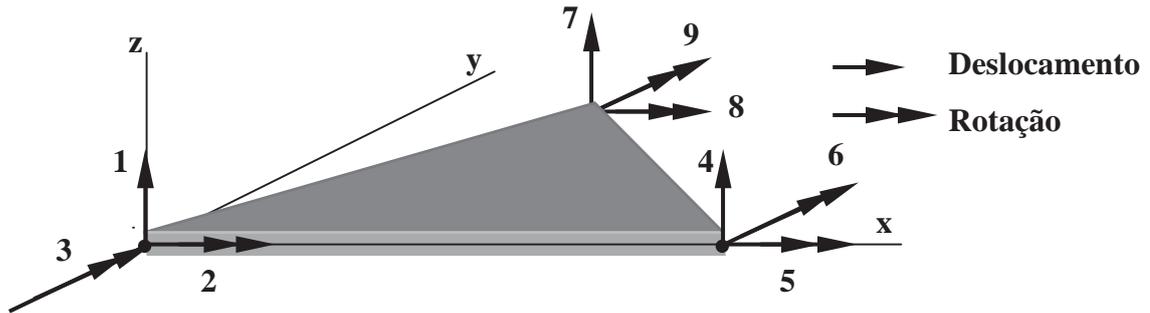


Figura 4.2. Elemento de placa triangular com seus respectivos graus de liberdade.

Batoz [54] define a matriz de rigidez para o elemento DKT, de forma explícita, através da expressão:

$$[K] = \frac{1}{2A} [\alpha]^T [DL] [\alpha] \quad (A.1)$$

onde  $A$  é a área do elemento e as duas matrizes que constam na equação (A.1) são definidas a seguir.

$$[DL] = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} E_1[R] & E_2[R] & 0 \\ E_2[R] & E_3[R] & 0 \\ 0 & 0 & E_4[R] \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

sendo,

$$[R] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

e para uma placa homogênea isotrópica:

$$E_1 = E_3 = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (A.4)$$

$$E_2 = \nu \cdot E_1 \quad (A.5)$$

$$E_4 = \frac{E_1 \cdot (1 - \nu)}{2} \quad (A.6)$$

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} y_3 p_6 & 0 & -4y_3 & -y_3 p_6 & 0 & -2y_3 & 0 & 0 & 0 \\ -y_3 p_6 & 0 & 2y_3 & y_3 p_6 & 0 & 4y_3 & 0 & 0 & 0 \\ y_3 p_5 & -y_3 q_5 & y_3(2-t_5) & y_3 p_4 & y_3 q_4 & y_3(t_4-2) & -y_3(p_4+p_5) & y_3(q_4-q_5) & y_3(t_4-t_5) \\ -x_2 t_5 & x_{23}+x_2 t_5 & -x_2 q_5 & 0 & x_3 & 0 & x_2 t_5 & x_2(t_5-1) & -x_2 q_5 \\ 0 & x_{23} & 0 & x_2 t_4 & x_3+x_2 t_4 & -x_2 q_4 & -x_2 t_4 & x_2(t_4-1) & -x_2 q_4 \\ x_{23} t_5 & x_{23}(1-t_5) & x_{23} q_5 & -x_3 t_4 & x_3(1-t_4) & x_3 q_4 & -x_{23} t_5+x_3 t_4 & -x_{23} t_5-x_3 t_4-x_2 & x_3 q_4+x_2 q_5 \\ -x_3 p_6-x_2 p_5 & x_2 q_5+y_3 & -4x_{23}+x_2 t_5 & x_3 p_6 & -y_3 & 2x_3 & x_2 p_5 & x_2 q_5 & (t_5-2)x_2 \\ -x_{23} p_6 & y_3 & 2x_{23} & x_{23} p_6+x_2 p_4 & -y_3+x_2 q_4 & -4x_3+x_2 t_4 & -x_2 p_4 & x_2 q_4 & (t_4-2)x_2 \\ x_{23} p_5 & -x_{23} q_5 & (2-t_5)x_{23} & -x_3 p_4 & (t_4-1)y_3 & (2-t_4)x_3 & -x_{23} p_5+x_3 p_4 & -x_{23} q_5-x_3 t_4 & -x_{23} t_5-x_3 t_4 \\ +y_3 t_5 & +(1-t_5)y_3 & +y_3 q_5 & +y_3 t_4 & -x_3 q_4 & -y_3 q_4 & -(t_4+t_5)y_3 & +(t_4-t_5)y_3 & +4x_2+(q_5-q_4)y_3 \end{bmatrix}$$

(A.7)

Definem-se as variáveis constantes na matriz  $[\alpha]$ , definida na equação (A.7), através das expressões:

$$x_{ij} = x_i - x_j \quad (\text{A.8})$$

$$y_{ij} = y_i - y_j \quad (\text{A.9})$$

$$l_{ij}^2 = x_{ij}^2 + y_{ij}^2 \quad (\text{A.10})$$

$$p_4 = \frac{-6x_{23}}{l_{23}^2} \quad (\text{A.11})$$

$$p_5 = \frac{-6x_3}{l_{31}^2} \quad (\text{A.12})$$

$$p_6 = \frac{-6x_{12}}{l_{12}^2} \quad (\text{A.13})$$

$$t_4 = \frac{-6y_{23}}{l_{23}^2} \quad (\text{A.14})$$

$$t_5 = \frac{-6y_3}{l_{31}^2} \quad (\text{A.15})$$

$$q_4 = \frac{3x_{23}y_{23}}{l_{23}^2} \quad (\text{A.16})$$

$$q_5 = \frac{3x_3y_3}{l_{31}^2} \quad (\text{A.17})$$

$$r_4 = \frac{3y_{23}^2}{l_{23}^2} \quad (\text{A.18})$$

$$r_5 = \frac{3y_{31}^2}{l_{31}^2} \quad (\text{A.19})$$

sendo,  $(x_i, y_i)$  e  $(x_j, y_j)$  as coordenadas dos nós  $i$  e  $j$ , respectivamente, definidos de acordo com a Figura A.1.

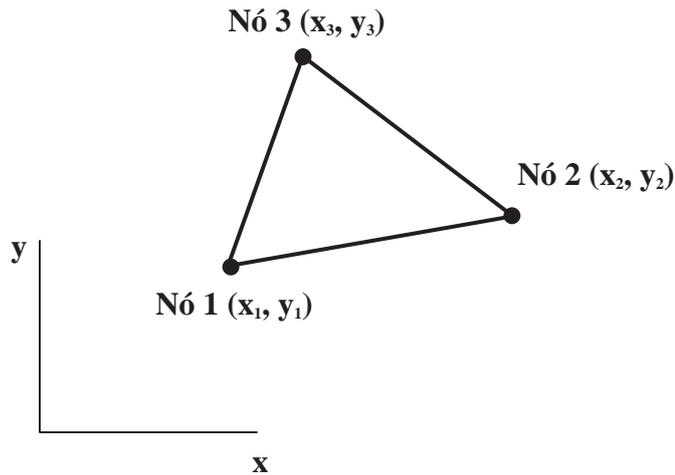


Figura A.1. Elemento triangular de placa com três nós.

Em Cook [52] encontra-se uma subrotina para a matriz de rigidez do elemento de placa DKT, escrita em Fortran, a qual é mostrada a seguir.

```

SUBROUTINE DKT(D,X1,Y1,X2,Y2,X3,Y3,SE)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION D(3,3),DD(9,9),QQ(9,9),PP(3,3),PT(2,3),RS(2,3),Q(3)
DIMENSION GG(10,9),KOD(2,9),B(3),C(3),ALS(3),PX(3,3),SE(9,9)
DATA KOD /1,1,2,3,3,2,4,4,5,6,6,5,7,7,8,9,9,8/
DATA PP /12.D0,4.D0,4.D0,4.D0,2.D0,1.D0,4.D0,1.D0,2.D0/
B(1)=Y2-Y3
B(2)=Y3-Y1
B(3)=Y1-Y2
C(1)=X3-X2
C(2)=X1-X3
C(3)=X1-X2
DET=(B(1)*C(2)-B(2)*C(1))*24
DO 10 I=1,3
DO 10 J=1,3
10 PX(I,J) = PP(I,J)/DET
DO 25 I=1,3
DO 25 J=1,3
DO 25 K1=1,3
II = (I-1)*3+K1
DO 25 K2=1,3
JJ = (J-1)*3+K2
25 DD(II,JJ) = D(I,J)*PX(K1,K2)
DO 30 I=1,3
ALS(I) = B(I)*B(I)+C(I)*C(I)
PT(1,I) = 6*C(I)/ALS(I)
PT(2,I) = 6*B(I)/ALS(I)
RS(1,I) = 3*C(I)*C(I)/ALS(I)
RS(2,I) = 3*B(I)*C(I)/ALS(I)
30 Q(I) = 3*B(I)*C(I)/ALS(I)
DO 720 I=1,10
DO 720 J=1,9
720 GG(I,J) =0.0

```

```

DO 730 I=1,2
II = (I-1)*5
P1 = PT(I,1)
P2 = PT(I,2)
P3 = PT(I,3)
R1 = RS(I,1)
R2 = RS(I,2)
R3 = RS(I,3)
GG(II+1,KOD(I,1)) = P3
GG(II+2,KOD(I,1)) = -P2
GG(II+3,KOD(I,1)) = -P3
GG(II+4,KOD(I,1)) = P2-P3
GG(II+5,KOD(I,1)) = P2
GG(II+1,KOD(I,2)) = -Q(3)
GG(II+2,KOD(I,2)) = -Q(2)
GG(II+3,KOD(I,2)) = Q(3)
GG(II+4,KOD(I,2)) = Q(2)+Q(3)
GG(II+5,KOD(I,2)) = Q(2)
GG(II+1,KOD(I,3)) = -1-R3
GG(II+2,KOD(I,3)) = -1-R2
GG(II+3,KOD(I,3)) = R3
GG(II+4,KOD(I,3)) = R2+R3
GG(II+5,KOD(I,3)) = R2
GG(II+1,KOD(I,4)) = -P3
GG(II+3,KOD(I,4)) = P3
GG(II+4,KOD(I,4)) = P1+P3
GG(II+1,KOD(I,5)) = -Q(3)
GG(II+3,KOD(I,5)) = Q(3)
GG(II+4,KOD(I,5)) = Q(3)-Q(1)
GG(II+1,KOD(I,6)) = 1-R3
GG(II+3,KOD(I,6)) = R3
GG(II+4,KOD(I,6)) = R3-R1
GG(II+2,KOD(I,7)) = P2
GG(II+4,KOD(I,7)) = -P1-P2
GG(II+5,KOD(I,7)) = -P2
GG(II+2,KOD(I,8)) = -Q(2)
GG(II+4,KOD(I,8)) = Q(2)-Q(1)
GG(II+5,KOD(I,8)) = -Q(2)
GG(II+2,KOD(I,9)) = 1-R2
GG(II+4,KOD(I,9)) = R2-R1
GG(II+5,KOD(I,9)) = R2
730 CONTINUE
DO 850 I=1,9
QQ(1,I) = B(2)*GG(1,I)+B(3)*GG(2,I)
QQ(2,I) = 2*B(2)*GG(3,I)+B(3)*GG(4,I)
QQ(3,I) = B(2)*GG(4,I)+2*B(3)*GG(5,I)
QQ(4,I) = -C(2)*GG(6,I)-C(3)*GG(7,I)
QQ(5,I) = -2*C(2)*GG(8,I)-C(3)*GG(9,I)
QQ(6,I) = -C(2)*GG(9,I)-2*C(3)*GG(10,I)
QQ(7,I) = C(2)*GG(1,I)+C(3)*GG(2,I)-B(2)*GG(6,I)-B(3)*GG(7,I)
QQ(8,I) = 2*C(2)*GG(3,I)+C(3)*GG(4,I)-2*B(2)*GG(8,I)-B(3)*GG(9,I)
QQ(9,I) = C(2)*GG(4,I)+2*C(3)*GG(5,I)-B(2)*GG(9,I)-2*B(3)*GG(10,I)
850 CONTINUE
DO 855 I=1,9
DO 855 J=1,9
GG(I,J)=0.0
DO 855 K=1,9
855 GG(I,J) = G(I,J)+DD(I,K)*QQ(K,J)
DO 960 L=1,9
DO 960 J=L,9

```

```

DUM = 0.0
DO 900 K=1,9
900 DUM = DUM+QQ(K,L)*GG(K,J)
SE(L,J) = DUM
960 SE(J,L) = DUM
STOP
END

```

Os dados de entrada para a sub-rotina definida anteriormente são as coordenadas nodais de cada um dos três pontos (X1,Y1,X2,Y2,X3,Y3) e a matriz [DL] definida na equação (A.2). Os dados de saída são os elementos da matriz de rigidez elementar [SE].

A expressão explícita para a matriz de rigidez definida por Batoz [54] pelas expressões de (A.1) a (A.19) foi implementada em Fortran e para um elemento triangular de placa a resposta desta foi comparada com aquela obtida através da sub-rotina DKT [52] para o mesmo elemento. Os elementos da matriz de rigidez obtidos, tanto para expressão explícita de Batoz [54] quanto pela subrotina apresentada por Cook [52], apresentaram resultados muito próximos, com uma diferença relativa de menos de 1% entre os valores obtidos por cada procedimento. Portanto, qualquer um dos dois procedimentos, apresentados neste apêndice, conduzirá a montagem da matriz de rigidez de um elemento triangular de placa.

## **A.2. Matriz de Massa para o Elemento Retangular**

A matriz de massa concentrada para o elemento de placa retangular foi montada empregando-se o esquema HRZ, a partir da matriz de massa concentrada apresentada no trabalho de Vasconcelos [6].

Assim, a matriz de massa foi obtida seguindo os seguintes passos do esquema HRZ, primeiro somente devido à flexão, de acordo com a Figura 4.4, novamente reproduzida aqui.

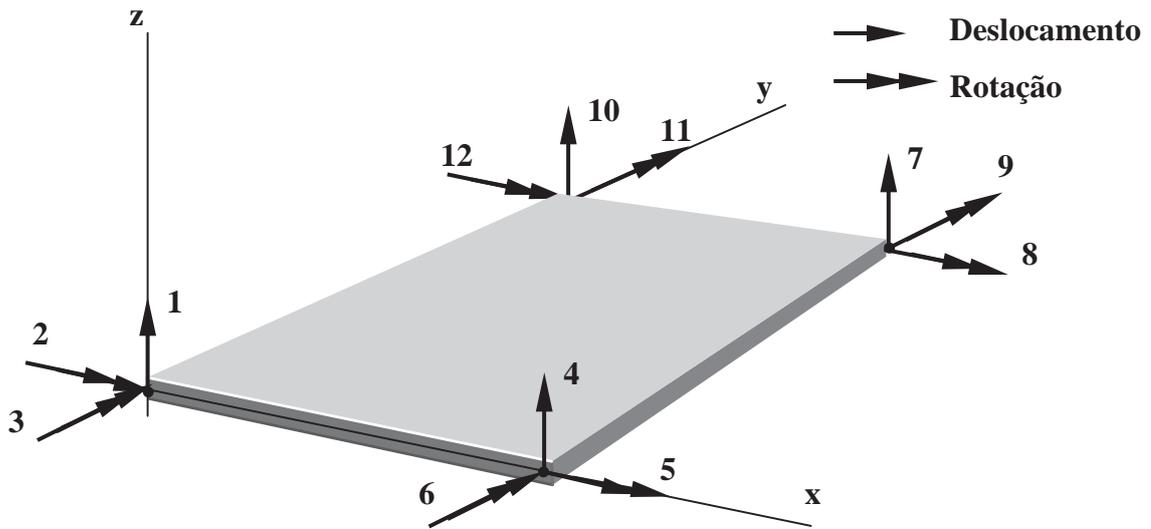


Figura 4.4. Elemento de placa retangular com seus respectivos graus de liberdade.

Logo, seguindo o esquema HRZ:

1. Determinação dos coeficientes da diagonal da matriz de massa consistente a partir de Vasconcelos [6]:

$$\text{diagonal}[M_f^*] = \left[ \underbrace{\frac{3.454 \cdot \mu}{25.200}, \frac{80a^2 \cdot \mu}{25.200}, \frac{80b^2 \cdot \mu}{25.200}}_{4 \text{ vezes}} \right] \quad (\text{A.20})$$

sendo  $\mu = \rho h a b$ , a massa total do elemento. Onde  $\rho$ ,  $h$ ,  $a$  e  $b$  é massa específica, espessura e dimensões laterais respectivamente.

2. Cálculo do numero  $s$ , somando-se os coeficientes da diagonal, associados somente com a translação:

$$s = 4 \cdot \frac{3.454 \cdot \mu}{25.200} \quad (\text{A.21})$$

3. Cálculo do fator de escala:

$$\frac{\mu}{s} = \frac{\mu}{4 \cdot \frac{3.454 \cdot \mu}{25.200}} = \frac{25.200}{4 \cdot 3.454} \quad (\text{A.22})$$

4. Matriz de massa concentrada para o elemento de placa, devido à flexão:

$$[M]_f = \frac{\mu}{s} \cdot \text{diagonal}[M_f^*] = \left[ \begin{array}{c} \frac{\mu}{4}, \underbrace{\frac{10a^2 \cdot \mu}{1.727}, \frac{10a^2 \cdot \mu}{1.727}}_{4 \text{ vezes}} \end{array} \right] \quad (\text{A.23})$$

Para a matriz de massa relativa ao efeito de membrana, seguindo o mesmo procedimento acima, a partir da matriz de massa consistente [6], para os elementos da diagonal, de acordo com a Figura 4.5, reproduzida abaixo,

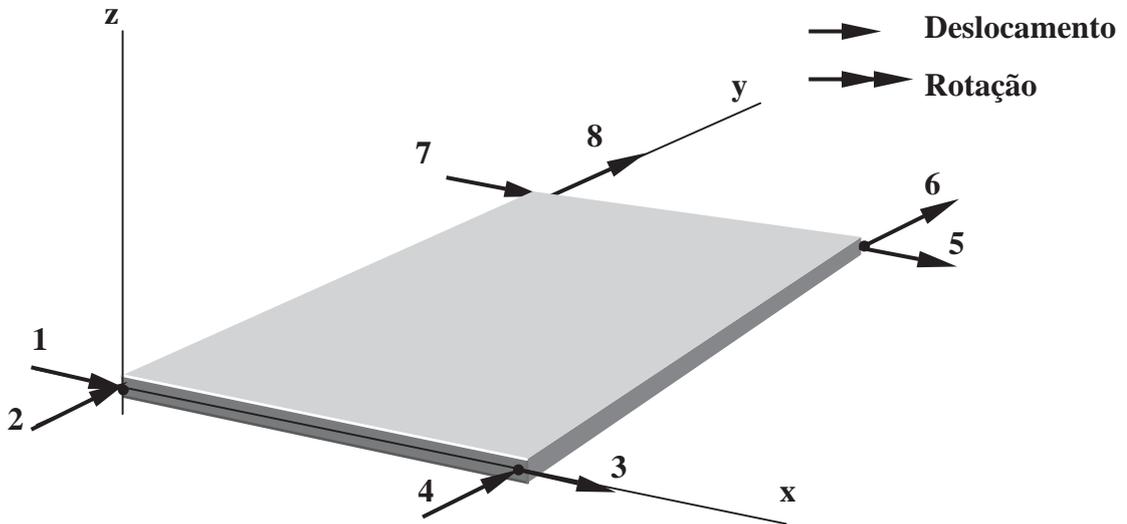


Figura 4.5. Elemento de membrana retangular com seus respectivos graus de liberdade.

têm-se,

$$\text{diagonal}[M_f^*] = \left[ \begin{array}{c} \frac{\mu}{9}, \frac{\mu}{9} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{4 \text{ vezes}} \end{array} \right] \quad (\text{A.24})$$

$$s = 4 \cdot \frac{\mu}{9} \quad (\text{A.25})$$

e a expressão,

$$[M]_m = \left[ \begin{array}{c} \frac{\mu}{4}, \frac{\mu}{4} \\ \underbrace{\frac{\mu}{4}, \frac{\mu}{4}}_{4 \text{ vezes}} \end{array} \right]. \quad (\text{A.26})$$

Assim, a matriz de massa para o elemento de placa, considerando os efeitos de flexão e membrana, pode ser definida pelos componentes de cada uma das duas matrizes, acrescentando um valor fictício rotacional  $\chi$ , de valor igual a  $\mu \cdot 10^{-10}$ , segundo a direção perpendicular ao plano da placa, o qual compatibiliza-lo com o elemento de pórtico espacial, o qual possui seis graus de liberdade.

Logo, a expressão final para esta matriz será:

$$[M] = \text{diagonal} \left[ \frac{\mu}{4}, \frac{\mu}{4}, \frac{\mu}{4}, \underbrace{\frac{10 \cdot \mu \cdot a^2}{1727}, \frac{10 \cdot \mu \cdot b^2}{1727}}_{4 \text{ vezes}}, \chi \right] \quad (\text{A.27})$$