MODELO PROBABILÍSTICO PARA FISSURAÇÃO DISCRETA DO CONCRETO : DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO 2D E 3D

Carmen Nilda Mena Paz

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Eduardo de Moraes Rego Fairbairn, Dr. Ing.

Prof. José Luís Drummond Alves, D.Sc.

Prof. Alvaro Luiz Gayoso de Azeredo Coutinho, D.Sc

Prof. Nelson Francisco Favilla Ebecken, D.Sc.

Prof. Ronaldo Carvalho Battista, Ph. D.

Prof. Adolpho Polillo, D.Sc.

Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha, Ph. D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 2000

PAZ, CARMEN NILDA MENA

Modelo Probabilístico para Fissuração Discreta do Concreto: desenvolvimento e implementação 2D e 3D [Rio de Janeiro] 2000

X, 123 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Civil, 2000)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Fissuração Discreta de Concreto.
2. Elementos Finitos.
3. Método de Monte Carlo Direto.
4. Analise inversa com redes neurais.
5. Computação de alto desempenho.

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Com muito amor dedico a tese ao sol radiante que ilumina a minha vida, que é meu pai José Mena.

AGRADECIMENTOS

- *Este trabalho é desenvolvido dentro do quadro de um acordo de cooperação científica CAPES-COFECUB entre a COPPE/UFRJ e o LCPC.*

  Gostaríamos de agradecer especialmente a Paul Acker, Pierre Rossi e Franz-Joseph Ulm do LCPC, pelo apoio prestado à execução desta tese.

- *Ao núcleo de computação de Alto desempenho NACAD/COPPE/UFRJ e ao Laboratório de Métodos Computacionais em Engenharia LAMCE/COPPE/PEC/UFRJ e em particular ao prof. Luíz Landau.*

- *Aos meus Orientadores; em especial ao "Dudu", Eduardo M. R. Fairbairn, que orientou esta tese que com criatividade, entusiasmo, cumplicidade e sobretudo com caráter empreendedor e alegre, impulsionou o surgimento da nossa linha de pesquisa na qual desenvolvemos um trabalho pioneiro, como uma grande brincadeira.*

- *Ao grande cúmplice da brincadeira "Zé", José Luis D. Alves, que é uma pessoa com um carisma muito especial e um brilho próprio, que sempre embarcou em todas as viagens, compartilhando os sonhos à medida que eles iam surgindo, contribuindo efetivamente ao desenvolvimento desta tese, comemorando com alegria cada objetivo atingido.*

- *Ao Prof. Nelson Ebecken, que numa postura simples, cordial e alegre como procedem as pessoa geniais, orientou e aportou importantes contribuições de Redes Neurais Artificiais a esta tese.*

- *A finalização do doutorado merece ter um homenageado e para esta ocasião escolhi o Prof. Adolpho Polillo, que é um personagem extremamente carismático, que irradia amizade, incentivo, confiança e que com muita dedicação orientou-me durante os anos da minha formação acadêmica.*

- *Ao Prof. Ronaldo Battista, por esse lindo caráter tão humano e expansivo que está sempre ligado no cotidiano do bem estar dos alunos com um conceito amplo de respeito as pessoas.*

- *Os Professores do programa Fernando Ribeiro e Roberto Oliveira.*

- *Aos alunos de mestrado cujos temas de pesquisa sugiram de curiosidades ou necessidades da presente tese e, que em parceria ou paralelamente, desenvolvemos com entusiasmo e coragem a linha de pesquisa, outorgando contribuições muito válidas como podemos conferir nos trabalhos de Evandro Goulart, Veranise Dubeux e Emilio Silva.*

- *Aos Amigos da COPPE, agora que ficou complicado, por que o grupo é inúmero, e peço desculpas de não poder citar todo mundo que compartilhou alegremente as festas de todos estes anos do curso, fica complicado fazer uma lista priorizando só alguns, obrigado a todos pela enorme receptividade mas, se serve de consolo, neste final só posso falar: "os cursos sempre acabam, mas os amigos especiais ficam " : Rita Carvalho (o incentivo do outro lado dá ponte), Dianne Vianna (o pensamento positivo), Elizabeth Ferreira (Bethinha, a gargalhada do agito carioca), Norma Blandon (a revolução da nicaragüense, com salsa e merengue), Veranise Dubeux (a gaúcha, com sotaque mineiro que adora fazer dengo e reclamar da vida),*

Beatriz Pires (Bia, a mais interessada em manter vínculo com a arte), Marta Reyes (a figura chilena com papo animado), Tereza Rosso,(o agito mineiro) Ulrike Wachsmann (Ulli, a alemã do "Brasil maravilhoso"), Patricia Habib (a mineira árabe que parece quieta mas não é), Ines Furtado(o elo com as longas historias das festas), Célia e Gerson Cunha (o papo animado na travessia da ponte), Jean Marie Desir (o que sempre quer ficar politicamente correto), José Carrer (o vinculo da região separatista da peculiar b 103), Marcos Martins (o apressado Marco 100%), Evandro Goulart (o mais gaiato dos churrasqueiros), Stefan Krauter (o divertido alemão gamado no sol e na caipirinha, que só sente saudades da sua terra na hora de trabalhar), Marcos Louroza (o divertido e gentil Marcão), Maurício Farias (a gentileza em pessoa, sempre pronto para ajudar, especialmente na organização das festas), Marco Pinheiro (a negação do agito baiano antes da primeira cerveja), Vanginho Costa (o baiano autêntico que simula uma mola na dança)e, para simplificar e finalizar esta listagem dos amigos ganhos nos anos do doutorado, está a galera eclética que desintoxica das festas com vôlei na praia, a turma que provém dos distintos programas de pós-graduação e centros de pesquisa do Rio de Janeiro; UFRJ, COPPE, IMPA, IME, UFF, PUC, CEPEL, CENPES, eles são dos mais variados lugares do Brasil e do mundo.

- *Aos Amigos artistas, arquitetos e boêmios da vida carioca, que fazem parte do cotidiano nesta cidade, que tão bem me acolheu com uma paisagem avantajada e uma praia que muitas vezes foi o escritório ao sol em especial a do bairro "o posto nove de Ipanema". Como não dá para mencionar todo mundo, listarei apenas as "figuras" mais representativas de cada grupo; Maria Andrada (& a numerosa família), Regina Célia Pinto, (& ciber circus) Noemi Guatimosim (& família), Ana Maria Macedo (& família), Elita Duarte (& a turma do doutorado de química da PUC), Volnei Malaquias (& família), Renato Cantanhede (& familia), Nuno Figueiredo (& família), Rubens Ribeiro (& o grupo ÔUANARTE), Márcia Reginato(& familia), Roberto Huais (& a turma da FAU/EBA/UFRJ), Dario Gomes (& os amigos bolivianos)e Luís Eduardo Porto (& a turma musical da UFF/Civil). A todos eles o mais caloroso obrigado por dar alegria, cor e forma a minha vida, irradiando criatividade com um jeito leve e cordial de saber viver em todas as horas.*

- *Aos funcionários da secretaria do programa, em especial a Beth, Rita, Ana e aos funcionários do laboratório de Computação da peculiar b 103, com: Thelmo (o artista da rede novel e um bom ator no teatro), Célio (a prontidão em prover material), Jony (a consulta e ajuda instantânea) e Albino (Bino o malabarista que cuida da rede sun e do cray no NACAD).*

- *À memória da minha mãe, Carmen Dunia Paz de Mena, que partiu em janeiro deste ano, ela sempre foi um exemplo de amor e alegria, que soube levar a vida como numa grande festa, repleta de amigos.*

- *Ao meu pai, José Mena, que é a pessoa que mais adoro, ele simboliza o sol na minha vida e o maior exemplo a seguir em todos os aspectos; ele comemora a vida a cada instante com alegria e muita festa, brindando amor e incentivo incondicional nos percursos mais ecléticos e nada convencionais de cada filho.*

- *Aos meus irmãos que amo de paixão: Jose Ruben, Vilma Tereza , Enrique Eduardo. E aos tesouros da minha família a nova geração; Alejandra e um outro bebê (menino) que vem a caminho, que iluminaram a nossas vidas em tempos difíceis.*

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELO PROBABILÍSTICO PARA FISSURAÇÃO DISCRETA DO CONCRETO: DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO 2D E 3D

Carmen Nilda Mena Paz

Outubro/2000

Orientadores: Eduardo M.R. Fairbairn.

José Luis D. Alves.

Alvaro L. G. A. Coutinho.

Programa: Engenharia Civil

A presente tese corresponde a desenvolvimentos do Modelo Probabilístico associado ao Método de Monte Carlo Direto que foi recentemente desenvolvido com base no método dos elementos finitos para a simulação da fissuração discreta do concreto (elementos de interface 2D e 3D) levando em conta o efeito de escala. A heterogeneidade do material é considerada através dos desvios físicos dos parâmetros do material (resistência á tração, Modulo de Elasticidade, etc.) os quais variam segundo uma distribuição estatística normal, onde cada amostra da simulação é sorteada para uma função densidade de Gauss, caracterizada por uma media e um desvio padrão. Aplicando-se então o Método de Monte Carlo para a geração randômica de diversos conjuntos de propriedades do material pode ser obtida uma resposta média caracterizando o comportamento da estrutura.

Na presente tese foi desenvolvido um procedimento de analise inversa com a utilização de redes neurais que permite a determinação dos parâmetros estatísticos que caraterizam o modelo probabilístico a partir de resultados experimentais

Apresenta-se também o desenvolvimento do modelo probabilístico 3D para fissuração do concreto é apresentado em ambiente de computação de alto desempenho com código paralelo e vetorial utilizando o método dos elementos finitos. Elementos de interface são gerados automaticamente em regiões previamente determinadas na malha de elementos finitos tetraédricos. Estes elementos são placas triangulares de 6 nós capazes de descrever deslocamentos relativos transversais e normais á superfície de a fissuração.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

IMPLEMENTATION AND DEVELOPEMENT OF PROBABILISTIC MODEL FOR 2D AND 3D DISCRETE CRACKING CONCRETE

Carmen Nilda Mena Paz

October/2000

Advisors: Eduardo M.R. Fairbairn.

José Luis D. Alves.

Alvaro L. G. A. Coutinho.

Department: Civil Engineering

This thesis aims to developments on the probabilistic crack approach, based on Monte Carlo method, that was recently developed for finite elements analysis of concrete cracking (interface elements 2D and 3D) and related size effects. In this approach the heterogeneity of the material is taken into account by considering the proprieties (tensile strength, Young Modulus, etc.) to vary spatially following a normal distribution. N samples of the vector of random variables are generated form a specific probability density function, and the N samples corresponding to a simulation are functions of mean value and of the standard deviation that define the Gauss density function. The problem is that these statistical moments are not known, a priori, for the characteristic volume of the finite elements used in analysis. An inverse finite element analysis using neural networks is proposed for the determination of the statistical distributions parameters from a given response of the structure.

Interface elements 3D are generated in previously defined region within the mesh. The interface elements can be thought as triangular base prisms connecting adjacent faces of neighboring tetrahedra. These elements are formulated in order to describe relative displacements between the triangular faces as to simulate crack opening.

The implemented code was developed for a shared – memory, parallel vector processor (PVP) environment.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - CLASIFICAÇÃO DOS MODELOS DISCRETOS DE FISSURAÇÃO 1

1.2 - MODELOS COESIVOS 1

1.3 - MODELO PROBABILÍSTICO 3

1.4 - ESCOPO DO TRABALHO 5

CAPÍTULO 2

O MODELO PROBABILÍSTICO DO LCPC

2.1- MOTIVAÇÃO: INTRODUZINDO O MODELO PROBABILISTICO ATRAVÉS DE UM EXEMPLO UNIDIMENSIONAL 7

2.2 – FORMULAÇÃO DO MODELO PROBABILÍSTICO 11

CAPÍTULO 3

ANALISE INVERSA COM EMPREGO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

3.1 - REDES NEURAIS ARTIFICIAIS (RNA) 16

3.2 - ANÁLISE INVERSA COM REDES NEURAIS ARTIFICIAIS 19

3.2.1 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE ANÁLISE INVERSA 20

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 2D DA FISSURAÇÃO DISCRETA DO CONCRETO PARA OS MODELOS COESIVO, DETERMINISTICO E PROBABILÍSTICO

4.1 - ELEMENTO DE INTERFACE CONTÍNUO DE QUATRO NÓS.....24

4.1.1 - MATRIZ DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS DE INTERFACE NO SISTEMA GLOBAL X Y 28

4.1.2 - GERAÇÃO DE ELEMENTOS DE INTERFACE 2D.....29

4.2- EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS.....31

4.2.1 - MATRIZ CONSTITUTIVA DA FISSURA.....32

4.2.1.1 - Estado inicial elástico 33

4.2.1.2 - Microfissuração na ZPF.....34

4.2.1.3 – Abertura da fissura (macrofissura).....36

4.3 – ALGORÍTMOS DE CONTROLE DA SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NÃO LINERES IMPLEMENTADOS NO PROGRAMA 2D.....36

4.3.1 - ALGORÍTMO COM CONTROLE DE CARGA.....37

4.3.2 -.ALGORÍTMO COM CONTROLE DE DESLOCAMENTO.....38

4.3.3 - ALGORÍTMO COM CONTROLE DE COMPRIMENTO DE ARCO CONSTANTE.....39

4.4 -CONSIDERAÇÕES FINAIS.....43

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO PROBABILISTICO 3D PARA FISSURAÇÃO DISCRETA DO CONCRETO EM AMBIENTE DE COMPUTAÇÃO DE ALTO DESEMPENHO

5.1.- GENERALIDADES 45

5.2.- ELEMENTO DE INTERFACE 3D 45

5.3.- MATRIZ DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS DE INTERFACE 3D NO SISTEMA GLOBAL XYZ 50

5.4.- GERAÇÃO DE ELEMENTOS DE INTERFACE 3D 51

5.5.- ESTRATÉGIAS DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACINAL 54

5.5.1.- SOLUÇÃO DO PROBLEMA NÃO-LINEAR PARA FISSURAÇÃO DO CONCRETO 54

5.5.2.- SOLUÇÃO DO PROBLEMA LINEAR – MÉTODO DOS GRADIENTES CONJUGADOS PCG 54

5.5.3.- ASPECTOS COMPUTACIONAIS – VETORIZAÇÃO E PARALELIZAÇÃO DO PCG. 58

5.5.4.- MULTIPLICAÇÃO MATRIZ-VETOR, ELEMENTO POR ELEMENTO – ASPECTOS GERAIS, VETORIZAÇÃO E PARALELIZAÇÃO 59

CAPÍTULO 6

SIMULAÇÔES NUMÉRICAS

6.1.- SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 2D 62

6.1.1.- SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 2DDE VIGA COM ENTALHE ENSAIADA TU - DELFT 62

6.1.2.- SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 2D DE MODELOS REDUZIDOS DE BARRAGENS 74

6.1.3.- COMPARAÇÃO DOS PARÂMETROS OBTIDOS PELA ANÁLISE INVERSA COM AQUELES FORNECIDOS PELAS FÓRMULAS DE ROSSI 94

6.2.- EXEMPLO PARA AVALIAÇÃO DO MODELO PROBABILÍSTICO 3D EM ENSAIO DE CORPO DE PROVA DE CONCRETO SUBMETIDO A TRAÇÃO SIMPLES 97

CAPÍTULO 7

7.-CONSIDERAÇÕES FINAIS 102

8.-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 104

9.- APÊNDICE 112

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 – CLASIFICAÇÃO DOS MODELOS DE FISSURAÇÃO.

A fissuração discreta, introduzida no começo dos anos 70, vem sendo recentemente reutilizada em função dos progressos nas técnicas de geração automática das malhas e também do aumento da capacidade de processamento dos computadores. Estes progressos têm permitido a localização dos elementos de interface de fissuração em diversas regiões das estruturas analisadas, não existindo mais as imposições que limitavam o numero de graus de liberdade em um problema altamente não-linear como é o caso do material concreto.

No modelo mecânico empregado para representar a fissuração, o inerente fenômeno de cedência (*strain-softening)*, que é o decréscimo de tensões correspondente a deformações crescentes, pode decorrer de dois possíveis aspectos fisicos:

a) **Coesão em microfissuração**, que dá origem ao modelo de fissura fictícia [52] e aos modelos coesivos deterministicos.
b) **Heterogeneidade do material**, que dá origem aos modelos probabilísticos [74] a [78].

Nos itens a seguir explicamos com mais detalhe os dois tipos de modelos mecânicos.

1.2 - MODELOS COESIVOS

A explicação do fenômeno através de *strain-softening* da **coesão em microfissuração**, consiste em considerar que o comportamento do concreto quando submetido a estados de tração é controlado pela formação de microfissuras.

Inicialmente, um número limitado destas microfissuras se desenvolve em uma região específica, após ser atingida a tensão resistente f_{ct}. Esta região, onde toda a deformação adicional devida às microfissuras está localizada é chamada de Zona de Processamento de Fratura ZPF ou *FPZ Fracture Processing Zone* na literatura de língua inglesa.

Sendo assim, no interior de uma ZPF existe ainda coesão entre as duas faces da "*fissura*", o que mantém os dois lados do corpo de prova ligados entre si (coesos) (ver **figura 1.1**). Quando a deformação atinge um determinado valor w_u, as microfissuras se unem em uma macrofissura contínua, a tensão cai a zero, não existe mais coesão, e os dois lados da peça se separam transformando a estrutura em um mecanismo.

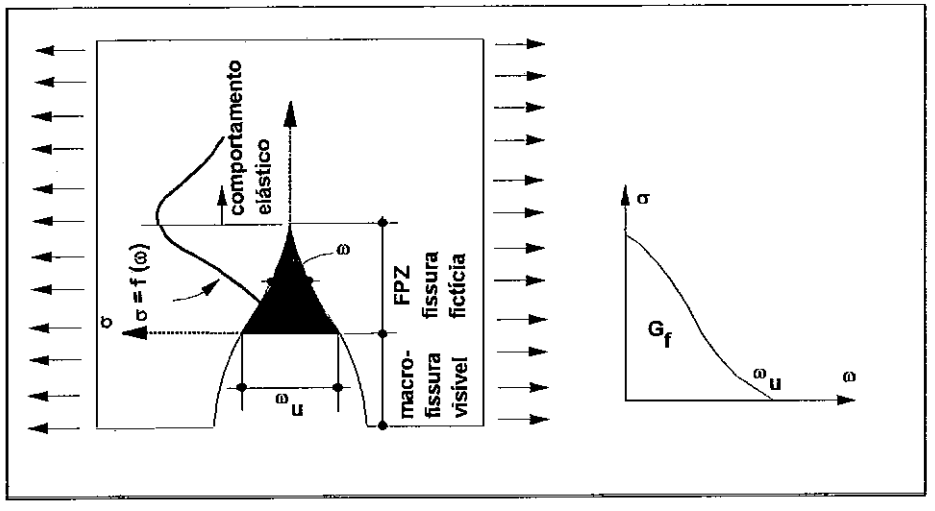


Figura 1.1 - Modelo determinístico de fissura coesiva

O fato de f_{ct} ser atingida determina o desenvolvimento de uma ZPF, no interior da qual o concreto tem comportamento do tipo cedência (*strain-softening)*, e ao final do qual, desde que haja energia suficiente, uma macrofissura irá se desenvolver. A energia necessária para a abertura da fissura é relacionada à área sob o diagrama σ-w e é normalmente chamada energia de fissuração G_f. O conceito que devemos reter é que a abertura de uma macrofissura não é dependente de um estado de tensões que atinge um determinado valor, no caso uniaxial f_{ct}, mas que o parâmetro intrínseco ao material que determina a abertura da macrofissura é a energia G_f.

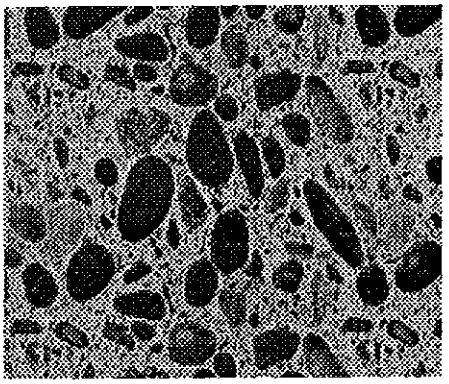
Sendo assim, dentro do quadro do modelo coesivo determinístico a região correspondente à ZPF (que no caso da fissura discreta é representada pelo elemento de interface) tem uma equação constitutiva elástica-linear até ser atingida a tensão de ruptura do concreto por tração. A partir deste momento a equação constitutiva é uma lei do tipo cedência (*softening)*, semelhante àquela mostrada na **figura 1.1**, relacionando a abertura da fissura à tensão.

O modelo de fissura fictícia de Hillerborg [51], ou algumas variações deste modelo, tem sido largamente empregado, tanto para análises de fissuração discreta, como para análises de fissuração repartida em simulações numéricas pelo método dos elementos finitos, sendo que a grande maioria dos códigos comerciais que prevêem módulos para o material concreto utilizam modelos baseados na fissura fictícia.

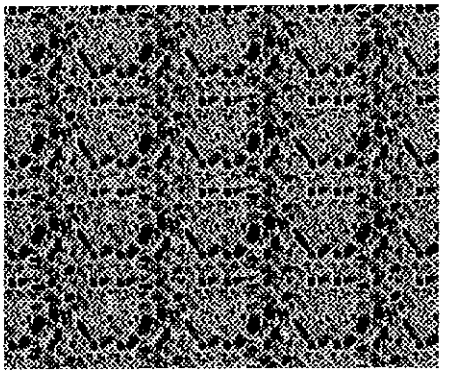
A energia de fissuração Gf que é o parâmetro intrínseco ao material que define a abertura de fissuras dentro do quadro do modelo de fissuração coesiva pode variar segundo diversos fatores que influenciam o comportamento do material, conforme pode ser verificado nas referencias [8], [13 a 16], [41 a 47], [72], [73] e [74]. Assim sendo, pode ser verificado que Gf varia com a granulometria, a composição, o tipo de ensaio e o carregamento. É também notável a sensibilidade deste parâmetro ao efeito de escala, visto que para tamanhos maiores de corpos de prova temos uma menor ductilidade no comportamento à tração.

1.3 - MODELO PROBABILÍSTICO

O comportamento do concreto quando submetido a esforços de tração também pode ser explicado se consideramos o material dentro do quadro de uma formulação probabilística. A idéia básica deste modelo pode ser induzida ao observarmos a **figura 1.2** [63] quando fica patente o caráter heterogêneo do material aqui observado em uma superfície de aproximadamente 150 x 150 mm. Esta figura induz ao raciocínio de que os diversos componentes do material com suas diferentes características mecânicas, assim como a ocorrência de interfaces frágeis entre agregados e pasta de cimento, deverão afetar de forma importante o comportamento do corpo de prova (ou da estrutura) quando submetido a um carregamento.



(a) Escala de observação menor



(b) Escala observação maior

Figura 1.2 – Heterogeneidade do concreto

Um outro conceito intuitivo (mas importante) para a introdução dos métodos probabilísticos é que a heterogeneidade do material depende da escala em que este está sendo observado. Assim, se observarmos o material da **figura 1.2 (a)** mais de longe (através da montagem realizada na **figura 1.2 (b)** com uma superfície de aproximadamente 600 x 600 mm) podemos intuir que o material observado em uma tal escala poderia ser considerado como mais homogêneo.

Outros fatos experimentais levaram ao desenvolvimento dos métodos probabilísticos. Dentre estes por exemplo, pode-se observar de que materiais nitidamente mais homogêneos como os concretos de alto desempenho, têm um comportamento muito mais frágil que os concretos normais (mais heterogêneos). Nota-se a incapacidade dos modelos coesivos de representarem o efeito de escala observado experimentalmente na fratura dos materiais à base de cimento [6].

No presente trabalho faz-se referência ao modelo probabilístico de Rossi e co-autores desenvolvido inicialmente no *Laboratoíre Central des Ponts et Chaussées* LCPC-Paris [73] a [78]. Este modelo, corresponde à aplicação do Método Direto de Monte-Carlo em estruturas discretizadas pelo Método dos Elementos Finitos com fissuração discreta, onde as resistências à tração dos elementos de interface e os módulos de elasticidade dos elementos de volume são gerados aleatóriamente. Considerando a distribuição espacial dos parâmetros como normal, o problema fica então definido através da média e do desvio padrão das distribuições. A partir do

ensaio de uma grande série de corpos de prova [74], Rossi determinou fórmulas empíricas para estes momentos estatísticos que caracterizam o problema quando modelado dentro do quadro probabilístico, sendo que as aplicações iniciais deste modelo indicaram não apenas a reprodução do fenômeno de cedência (*strain-sofetning)* como também a simulação do efeito escala [75].

1.4 ESCOPO DO TRABALHO

O presente trabalho consiste então nos desenvolvimentos que foram realizados tendo como base o modelo probabilístico do LCPC e que serão apresentados, em detalhes ao longo do corpo desta tese. O trabalho está estruturado conforme descrito a seguir:

Neste primeiro capítulo são apresentados conceitos gerais sobre os modelos de fissuração incluindo uma apresentação inicial do modelo probabilístico.

No segundo capítulo é apresentado em detalhes o formalismo do modelo probabilístico do LCPC, motivando o leitor a partir de uma aplicação unidimensional do modelo.

No terceiro capítulo e apresentada uma técnica de análise inversa com emprego de redes neurais artificiais para determinação de parâmetros estatísticos, tendo em vista que com o presente trabalho pretendeu-se analisar a aplicação do modelo probabilístico para casos em que a escala de observação não era aquela utilizada para a realização dos ensaios experimentais dos corpos de prova que forneceram os parâmetros para as fórmulas empíricas de Rossi. Assim foi desenvolvida , dentro da linha de pesquisa [29], [31 a 35], [67] uma técnica de análise inversa com o emprego de redes neurais que permite a obtenção de alguns parâmetros em uma escala que seria muito difícil de ser obtida experimentalmente. Desta forma, no capítulo 3 é apresentada em detalhes esta técnica de análise inversa com o emprego de redes neurais.

No quarto capítulo é apresentada a implementação computacional em elementos finitos para o caso bi-dimensional com implementação do modelo coesivo determinístico e probabilístico.

No quinto capítulo apresenta-se a implementação 3D do modelo probabilístico. São apresentados neste capitulo o algoritmo de deslocamentos prescritos em forma incremental associado com o Método de Newton-Raphson Inexato. O método dos gradientes conjugados precondicionado é empregado na solução do sistema de equações lineares durante cada iteração não-linear do problema .

No sexto capítulo apresentam-se os exemplos analisados com os programas computacionais implementados em 2D e 3D.

E para finalizar, no sétimo capítulo é feita a análise dos resultados obtidos e apresentadas as conclusões.

CAPÍTULO 2

O MODELO PROBABILÍSTICO DO LCPC

No presente capítulo apresenta-se, inicialmente, o modelo probabilístico através de um caso unidimensional em que apenas a resistência à tração é considerada como variável aleatória. Em seguida, será apresentado o formalismo do modelo para o caso geral.

2.1 – MOTIVAÇÃO: INTRODUZINDO O MODELO PROBABILISTICO ATRAVÉS DE UM EXEMPLO UNIDIMENSIONAL

Considera-se uma peça de concreto com deslocamento controlado em um ensaio de tração simples. Supõe-se que esta peça é composta de m camadas (elementos) como mostra a **Figura 2.1** . Todas as camadas têm sua relação constitutiva elasto-frágil com uma resistência à tração individual chamada $f_{ct,i}$.

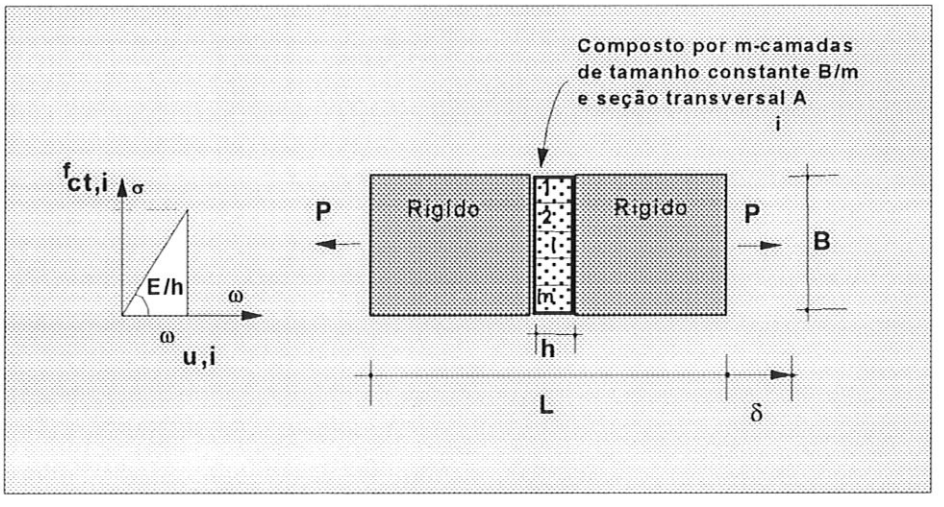


Figura 2.1 – Modelo mecânico para ensaio de tração simples.

Esta tensão pode ser caracterizada por uma distribuição normal dada pela expressão.

$$g(f_{ct}) = \frac{1}{f_{ct,\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{f_{ct}-f_{ct,\mu}}{f_{ct,\sigma}}\right)^2} \qquad (2.1)$$

onde $g(f_{ct})$ é a função de densidade para a resistência à tração, enquanto $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$, são a média e o desvio padrão da distribuição respectivamente.

È então possível obter uma amostra de m valores de $f_{ct,i}$, cada um correspondendo a uma camada, usando uma rotina padrão para geração de números aleatórios correspondentes a uma determinada distribuição normal [58].

Isto permite calcular a curva carga-deslocamento para o corpo de prova, correspondendo a uma amostra segundo a seqüência abaixo, que será denominada de procedimento 1 :

PROCEDIMENTO 1

1 - Aplicar um deslocamento $\delta_k = \delta_{k-1} + \Delta\delta$, onde $\delta_0 = 0$ e $\Delta\delta$ é um incremento de δ. O deslocamento é suposto constante para todas as camadas, o que corresponde a fração a imaginar que o mecanismo de aplicação do deslocamento é suficientemente rígido para manter o paralelismo entre as faces.

2 - Calcular a tensão para todas as camadas acompanhando a relação constitutiva da Figura 2.1, o que pode ser escrito como;

$$\begin{cases} \sigma_{k,i} = \dfrac{E}{h}\delta_k & \text{se} \quad \delta_k \le w_{u,i} \\ \sigma_{k,i} = 0 & \text{se} \quad \delta_k > w_{u,i} \end{cases}$$

3 – Calcular as forças para cada camada usando $P_{k,i} = \sigma_{k,i} A_i$

4 – Calcular a força total do corpo de prova usando $P_k = \sum_{i=1}^{m} P_{k,i}$

5 – Se $k > 0$ e $P_k = 0$ fim do procedimento. Senão ir para 1

Nesse ponto pode-se implementar uma simulação de Monte Carlo baseando-se no algoritmo apresentado acima. Então, um número n de amostras é gerado (segundo a mesma distribuição normal) e as correspondentes curvas $P-\delta$ são computadas segundo o procedimento 1.

Tem-se a j^ésima amostra que corresponde a j^ésima curva P-δ que é composta por valores discretos P e δ, chamados P_k^j e δ_k^j com j correspondendo à amostra e k aos valores discretos P e δ. Considera-se o mesmo número de valores discretos P-δ. A curva média é composta pelos pares (P_k^{media}, δ_k) e dada pela equação (2.2).

$$P_k^{media,j} = \frac{\sum_{l=1}^{j} P_k^l}{j} \tag{2.2}$$

O procedimento Monte Carlo finaliza quando:

$$\left\| P_k^{media,j} - P_k^{media,j-1} \right\| \leq tol \tag{2.3}$$

onde *tol* é a tolerância prescrita usada para verificar a convergência do procedimento.

A simulação de Monte Carlo pode ser resumida a três etapas principais que são mostradas no procedimento 2:

PROCEDIMENTO 2

1 - Para uma amostra j, calcular a curva (P_k^j, δ_k^j) segundo o Procedimento 1.

2 - Calcular os valores de $P_k^{media,j}$ Segundo a fórmula 2.2.

3 - Encerrar o procedimento se $\left\| P_k^{media,j} - P_k^{media,j-1} \right\| \leq tol$ senão voltar para passo 1.

Para uma determinada distribuição caracterizada por uma média e um desvio padrão da resistência à tração (entrada do sistema) tem-se uma curva média P-δ obtida através de uma simulação de Monte Carlo caracterizada pelos valores $\left(P_k^{media} - \delta_k\right)$

obtidos como descrito no procedimento 2. O procedimento 2 encontra-se ilustrado na **figura 2.3**.

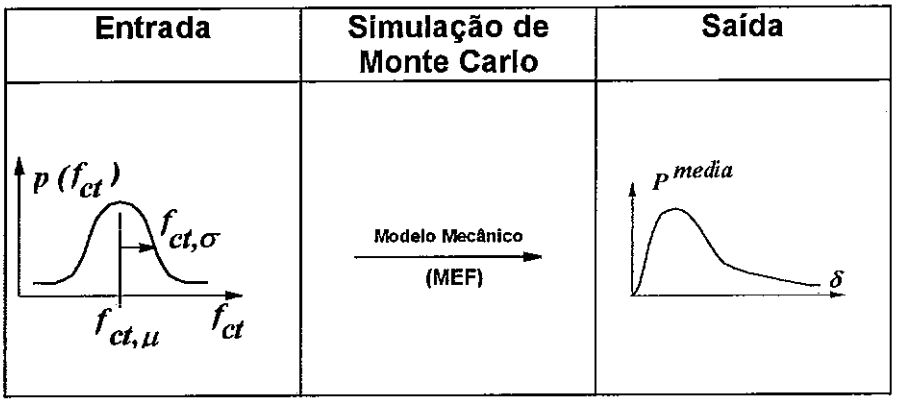


Figura 2.2 – Simulação de Monte Carlo

Como exemplo, vamos considerar um corpo de prova com dimensões 100x100x200 mm, módulo de *Young* E = 20 000 MPa, $f_{ct,\mu}$ = 4 MPa e $f_{ct,\sigma}$ = 2 MPa. O resultado da simulação de Monte Carlo, que convergiu para 120 amostras, está na **Figura 2.3** .

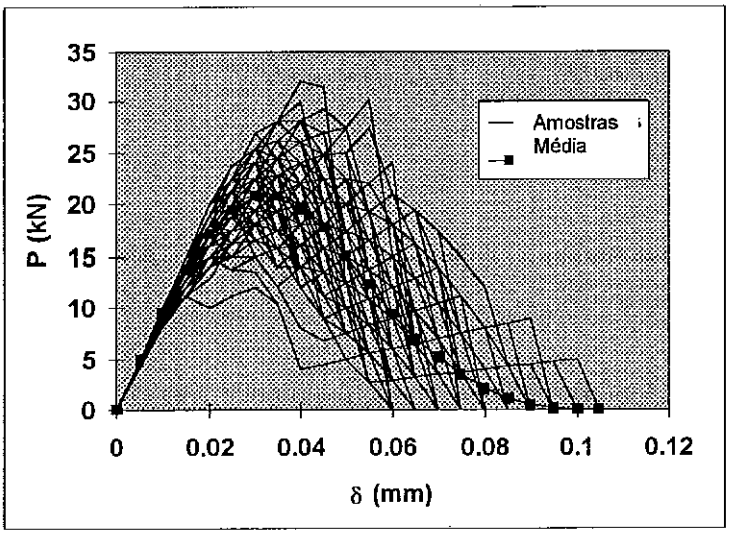


Figura 2.3 - Simulação de Monte Carlo.

A **figura 2.3** indica que as respostas em termos da curva carga-deslocamento do corpo de prova correspondem a um comportamento de cedência (*strain-softening)* para o corpo de prova apesar da relação constitutiva do material ser do tipo frágil.

Apesar da simplicidade do exemplo mostrado acima, pode-se considerar que se a resposta P – δ da estrutura tivesse sido obtida através de procedimentos experimentais poderia servir de base para a obtenção de um diagrama tensão-deformação específico; bastando para tal dividir a carga pela área do corpo de prova e o deslocamento pela base em que foi lido (o comprimento L do corpo de prova). Neste caso estaria sendo considerado (erroneamente, se aceitarmos como correto o quadro probabilístico) um comportamento de cedência (*softening)* para o material, induzido pela integração de erros de leitura ao longo do volume da estrutura.

Partindo das considerações acima podemos introduzir os conceitos do modelo probabilístico do LCPC, detalhando no próximo item o formalismo do modelo.

2.2 – FORMULAÇÃO DO MODELO PROBABILÍSTICO

O modelo probabilístico desenvolvido por Rossi e co-autores [74 a 78] é implementado no método dos elementos finitos dentro do quadro de fissuração discreta, onde as fissuras são simuladas através de elementos de interface. O material na sua microestrutura, aqui representada pelo elemento finito de interface, é considerado como frágil, apresentando então uma relação constitutiva do tipo rígido-frágil atingindo a ruptura quando a tensão de tração atinge o valor da resistência f_{ct}.

A abertura da fissura w no modelo de fissuração discreta é então governada pelo critério de resistência, para o campo geral de compressão e tração:

$$f = \max(f_\sigma, f_\tau); \qquad f_\sigma = \sigma_n - f_{ct} \le 0; \qquad f_\tau = \frac{|\tau|}{k - f_{ct}} \le 0 \tag{2.4}$$

onde $\sigma_n = \mathbf{n}\,\mathbf{T}$ e $\tau = \mathbf{t}\,\mathbf{T}$ são as componentes normal e tangencial do vetor de tensão **T** de base local (**n**,**t**) dos elementos de interface; $k \approx 5 = a$ constante que relaciona a coesão $c = k\, f_{ct}$ à resistência local f_{ct} distribuída aleatoriamente. No corpo desta tese utilizamos apenas o critério de ruptura por tração.

O modelo considera que a distribuição espacial das resistências e dos módulos de elasticidade é gaussiana, caracterizada, portanto, por uma média e um desvio padrão:

$$g(f_{ct}) = \frac{1}{f_{ct,\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{f_{ct,i} - f_{ct,\mu}}{f_{ct,\sigma}}\right)^2} \tag{2.5}$$

$$h(E_c) = \frac{1}{E_{c,\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{E_{c,i} - E_{c,\mu}}{E_{c,\sigma}}\right)^2} \tag{2.6}$$

onde $g(f_{ct})$ e $h(f_{ct})$ são as funções de densidade para a resistência à tração e modulo de elasticidade, respectivamente, $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$, são respectivamente a média e o desvio padrão da distribuição e $E_{c,\mu}$ e $E_{c,\sigma}$, são a média e o desvio padrão da distribuição dos módulos de elasticidade.

Partindo de um grande número de ensaios sobre corpos de prova para concretos de características determinadas, Rossi et al [73] a [78] propuseram fórmulas que relacionam a média e o desvio padrão que caracterizam o campo aleatório da resistência à tração e do módulo de elasticidade diretamente ao tamanho do maior agregado e inversamente ao volume do elemento finito contíguo ao elemento de interface. Tais fórmulas são mostradas a seguir:

Media f_{ct}

$$f_{ct,\mu} = 6.5\left(\frac{V_t}{V_g}\right)^{-a}$$

$$a = 0.25 - 3{,}6 \times 10^{-3} f_c + 1.3 \times 10^{-5} f_c^2 \tag{2.7}$$

Desvio padrão f_{ct}

$$f_{ct,\sigma} = 0.35\left(\frac{V_t}{V_g}\right)^{-b}$$

$$b = 4.5 \times 10^{-2} + 4.5 \times 10^{-3} f_c - 1.8 \times 10^{-5} f_c^2 \tag{2.8}$$

Módulo de Elasticidade

$$E_{\mu} = E(\text{aparente})$$

$$\frac{E_{\sigma}}{E_{\mu}} = 0.15\left(\frac{V_t}{V_g}\right)^{-c} \qquad (2.9)$$

$$c = 0.116 + 2.7 \times 10^{-3} f_c + 3.4 \times 10^{-6} f_c$$

onde:

V_t = *volume total dos elemento finitos adjacentes ao elemento de interface;*

V_g = *volume do agregado;*

f_c = *resistência à compressão do concreto;*

E(aparente) = módulo de elasticidade do concreto.

Tais fórmulas introduzem o efeito de escala, considerando que a heterogeneidade (o desvio padrão) é diretamente proporcional ao tamanho do agregado e inversamente proporcional ao volume do elemento finito. Tais efeitos, além de intuitivos, foram verificados em ensaios realizados por Rossi e Richer [74] (ver figura 2.4).

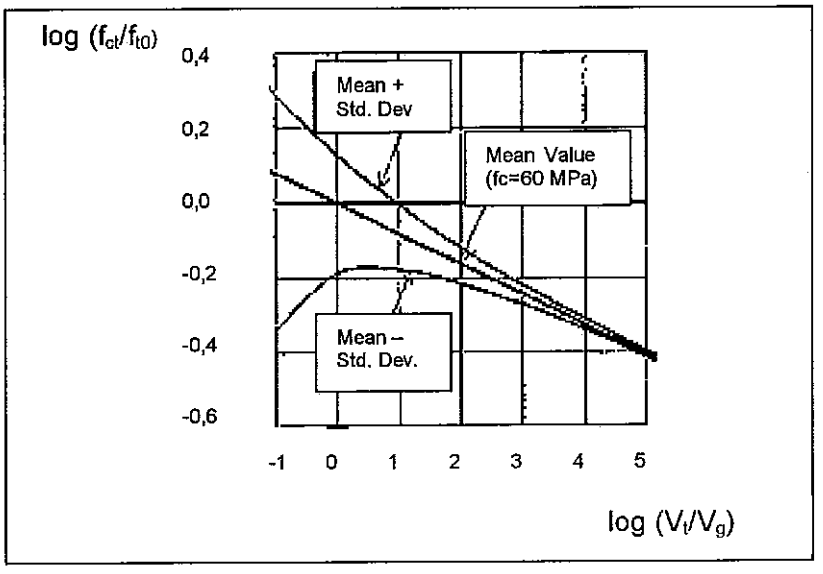


Figura 2.4 – Curvas dadas pela formulação do Rossi [74].

Sendo definidos os valores de $f_{ct,\mu}$, $f_{ct,\sigma}$, $E_{c,\mu}$ e $E_{c,\sigma}$, é realizado um sorteio que determina os valores de resistência para todos os elementos de interface, e de módulo de elasticidade para todos os elementos de volume vizinhos aos elementos de interface. A geração destes valores é feita utilizando as rotinas *Gasdev* e *Ram* [68]. Uma malha de elementos finitos com todas as características mecânicas definidas por um sorteio é chamada de uma amostra. Sendo então definida uma amostra, é possível calcular o resultado correspondente, usando o método dos elementos finitos. A cada execução do método dos elementos finitos para uma amostra chamamos de uma realização de Monte Carlo. Cada realização fornece informações individuais, como por exemplo, um diagrama carga-deslocamento e/ou um padrão de fissuração.

Uma outra amostra distinta, relativa a um outro sorteio, mas correspondente aos mesmos momentos estatísticos, (que determinam a distribuição Gaussiana), implicará em uma outra realização de Monte Carlo, ou seja, outro diagrama carga-deslocamento e outro padrão de fissuração.

Uma simulação de Monte Carlo corresponderá então a diversas realizações, sempre correspondentes aos mesmos momentos estatísticos. A média dos resultados, por exemplo, a média dos diagramas carga-deslocamento, será o resultado da simulação de Monte-Carlo, que será considerada convergente quando esta média não mais variar, a menos de uma tolerância, com uma nova realização.

Assim sendo em uma simulação n amostras são geradas, correspondendo a n resultados (respostas típicas da estrutura como diagramas carga-deslocamento).

Temos então a $j^{ésima}$ amostra que corresponde à $j^{ésima}$ resposta que é composta por valores discretos P desta resposta, chamados, P_k^j, j correspondendo à amostra e k aos valores discretos de P. A média da resposta é então definida abaixo pela expressão:

$$P_k^{media,j} = \frac{\sum_{i=1}^{j} P_k^i}{j} \qquad (2.10)$$

O procedimento de Monte Carlo termina quando:

$$\left\| P_k^{media,j} - P_k^{media,j-1} \right\| \leq tol \tag{2.11}$$

onde *tol* é a tolerância prescrita usada para verificar a convergência do processo. O número total de amostras n, que corresponde a convergência da simulação de Monte Carlo depende da tolerância, que dá a medida da precisão requerida na análise. Ela também depende da heterogeneidade do material representado pelo desvio padrão. Quanto mais heterogêneo for o material, maior o número de amostras necessárias para obter a convergência da solução. Nossa experiência indica que um total 40 - 70 amostras são suficientes para obter uma solução adequada para os problemas estudados nesta tese.

O modelo de Rossi tem sido empregado a diversos casos reais de engenharia, podendo ser citados, entre outros: análise de deterioração de estrutura de fábrica situada em ambiente agressivo; cálculo das torres de refrigeração de centrais nucleares [95] e estudo de execução de um radier em fibras metálicas para base do Trem de Grande Velocidade [96].

É importante salientar que as fórmulas empíricas de Rossi não devem ser universais, já que foram determinadas para concretos particulares com tamanhos de agregados definidos e também elementos finitos (escala de observação) correspondentes às simulações então realizadas.

Assim sendo, quando a escala de observação, o material ou a estrutura tornam-se muito diferentes daqueles analisados inicialmente por Rossi, tem-se empregado uma técnica de análise inversa utilizando redes neurais para determinar os momentos estatísticos da distribuição aleatória. Tal técnica é descrita em detalhe no capítulo 3.

CAPITULO 3

ANÁLISE INVERSA COM O EMPREGO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

A determinação dos parâmetros estatísticos, da distribuição aleatória espacial dos parâmetros que caracterizam o concreto heterogêneo foi inicialmente realizada por Rossi [74] através de analise experimental em corpos de prova para valores limitados de Vt/Vg introduzidos nas formulas (2.7) a (2.9).

A obtenção de tais momentos estatísticos para determinados valores de Vt/Vg pode ser impossível do ponto de vista experimental. Assim, por exemplo se a escala de observação for muito pequena seria praticamente impossível a determinação das resistências individuais de volumes muito pequenos do material através da experiência em laboratório.

Desta forma, apresenta-se no presente capítulo o procedimento desenvolvido nesta tese para a obtenção dos valores de média e desvio padrão da distribuição espacial das resistências a partir da análise inversa com o emprego de redes neurais artificiais.

3.1 – REDES NEURAIS ARTIFICIAS (RNA).

Redes Neurais Artificiais, RNA [58], são estruturas computacionais que são inspiradas em processos observados em redes naturais de neurônios no cérebro. Estas redes consistem de unidades computacionais simples, chamadas de neurônios, que são altamente interconectadas.

A capacidade básica das redes neurais é a do reconhecimento de padrões a partir de exemplos. Isto é realizado através do ajuste de pesos de conexões dadas em acordo com algum tipo de aprendizado.

As entradas da Rede Neural, simulando a captação de estímulos, podem ser conectadas em muitos neurônios, resultando em uma série de saídas, onde cada neurônio representa uma saída. Essas conexões, em comparação com o sistema biológico, representam o contato dos dendritos com outros neurônios, formando assim as sinapses. A função da conexão em si é transformar o sinal de saída de um neurônio em um sinal de entrada de outro, ou, ainda, orientar o sinal de saída para o exterior. As diferentes possibilidades de conexões entre as camadas de neurônios podem gerar diversas estruturas ou arquiteturas diferentes. A **figura 3.1** representa um destes tipos de arquitetura, na qual é apresentada uma Rede Neural Artificial com uma camada oculta.

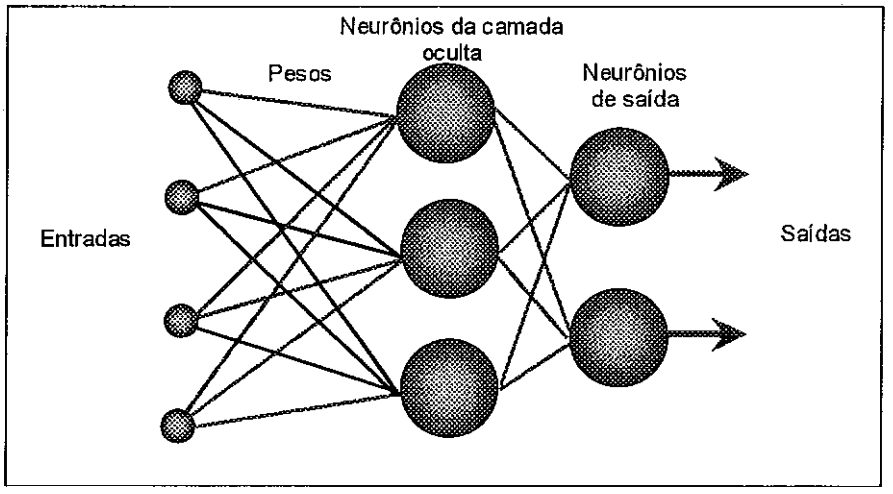


Figura 3.1 - Rede Neural Artificial de múltiplas camadas.

Estes modelos conexionistas modificam-se de muitas formas, conforme a necessidade de aplicação. A arquitetura pode variar através das diferentes conexões entre as camadas: pelo número de camadas intermediárias; pelo número de unidades processadoras (neurônios ou nós); pela função de transferência; e pelo processo de aprendizado.

A maneira como os neurônios de uma rede são estruturados está intimamente relacionada com o algoritmo de aprendizagem usado para treinar a rede. O treinamento consiste em ajustar as sinapses, isto é, os pesos de cada neurônio de maneira que, para uma determinada entrada, uma saída específica seja obtida. Esses ajustes são feitos com a utilização de algoritmos de treinamento.

A arquitetura da rede neural determina a forma em que as camadas que contém os neurônios são interconectadas ou dispostas e também o modo de transmissão de sinais entre neurônios. Portanto, a escolha do tipo de arquitetura da rede involve a definição dos seguintes parâmetros: numero de camadas, número de neurônios por camada e a regra de propagação do sinal .

As arquiteturas fundamentais, em geral, são subdivididas em 3 classes: Rede Neural *Feedforward* de 1 camada, Rede Neural *Feedforward* Multicamadas e Redes Recorrentes ou Realimentadas. Nesta tese foi utilizada uma rede recorrente do tipo TDNN (**figura 3.2**) (*Time Delay Neural Network, TDNN*) com camada oculta, algoritmo de aprendizado do tipo retro-propagação *(Backpropagation)*, e função de ativação sigmóide.

A rede Recorrente ou Realimentada, distingue-se da rede neural do tipo feedforward por permitir a realimentação de uma camada com as informações geradas pela camada posterior, ou ainda por fazer uma auto-realimentação do neurônio com a sua própria saída i.e auto-realimentação (self-feedback). Para permitir essa realimentação, um dispositivo de atraso é introduzido, guardando as informações de saída de um instante anterior, até que ela possa ser fornecida como entrada do instante atual.

As redes do tipo *feedforward* podem ser consideradas um caso particular das redes realimentadas. Estas últimas são mais poderosas, porém são bem mais complexas tanto para utilização quanto para a análise dos resultados apresentados.

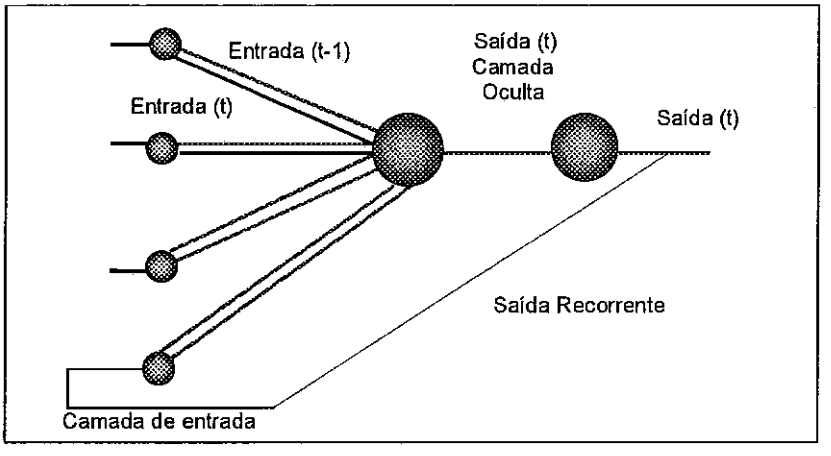


Figura 3.2 – Estrutura de Rede Recorrente TDNN.

De posse do conjunto de treinamento, faz-se a Rede Neural ajustar seus pesos de tal forma a aprender o padrão desejado. O treinamento do tipo *backpropagation* usa um algoritmo de gradiente descendente no qual o erro médio quadrático, (MSE), entre a saida obtida no treinamento da rede e a saida desejada é minimizado através da alteração dos pesos da rede das conexões. Se o erro da rede atinge um valor menor ou igual ao limiar especificado, a rede convergiu e pode ser considerada treinada [58]. O cálculo da precisão em cada rede é feito pela diferença entre a saída esperada e a saída obtida da rede treinada. O objetivo é minimizar o erro médio quadrático, a fim de obter uma rede neural artificial que melhor mapeie o problema apresentado.

A Raiz do Erro Médio Quadrático, *(RMS root mean square)* , é uma medida estatística da diferença entre os valores reais do conjunto de treinamento e as saídas preditas pela rede. A média é elevada ao quadrado, penalizando os erros e cancelando o efeito dos valores das diferenças positivas e negativas.

$$RMS = \sqrt{\frac{\Sigma\left(y_{atual} - y_{predito}\right)^2}{n}} \qquad (3.1)$$

3.2 – ANÁLISE INVERSA COM REDES NEURAIS ARTIFICIAIS.

O problema inverso dentro do quadro do modelo probabilístico citado na presente tese pode ser colocado da seguinte forma: " Determinar a distribuição normal caracterizada por $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$ que corresponde a uma curva P-δ dada" (ver **figura 3.3**).

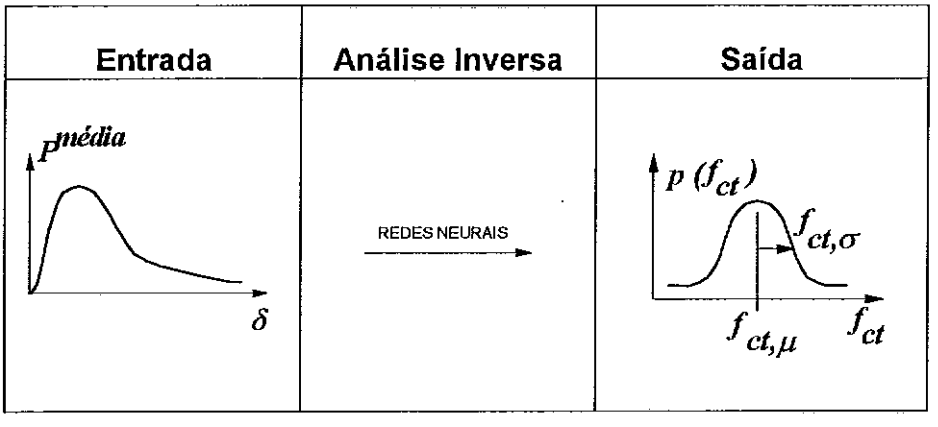


Figura 3.3 - Croquis da análise Inversa.

A solução deste problema compreende duas fases, uma fase de treinamento da rede neural e uma fase de exploração.

Para o estabelecimento do conjunto de treinamento deve-se obter inicialmente um determinado número de curvas de resposta correspondentes a parâmetros de entrada dados, ou seja, o problema direto conforme descrito no item 2.2 deve ser resolvido um determinado número de vezes.

A rede neural sendo treinada para este conjunto de treinamento, torna-se então capaz de resolver o problema inverso esquematizado na **figura 3.3** que mostra uma curva de resposta experimental dada como entrada e a RNA treinada determina os parâmetros característicos correspondentes.

3.2.1 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE ANALISE INVERSA.

Para ilustrar o procedimento desenvolvido no presente trabalho utilizamos o mesmo modelo simplificado unidimensional apresentado no capítulo 2 (ver Figura 2.1).

Para a execução da análise direta realizada para obter os resultados usados como conjunto de treinamento, foram usados valores de $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$ listados na **tabela 3.1**.

$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
1.0	0.33	2.0	0.67	3.0	1.00	4.0	1.33
1.0	0.50	2.0	1.00	3.0	1.50	4.0	2.00
1.0	0.67	2.0	1.30	3.0	2.00	4.0	2.67
1.5	0.50	2.5	0.83	3.5	1.17		
1.5	0.75	2.5	1.25	3.5	1.75		
1.5	1.00	2.5	1.67	3.5	2.33		

Tabela 3.1 – Valores de treinamento em MPa.

Estes valores foram escolhidos de tal forma que o desvio padrão varia entre $f_{ct}, f_{ct},\mu/3$ e $f_{ct},\mu/1.5$, que correspondentem a valores de desvio padrão achados pela formula de Rossi, para uma ampla variação dos diâmetros de agregados.

A rede neural utilizada (ver **figura 3.4**) do tipo Retropropagação (*Backpropagation)* e função de ativação do tipo sigmóide, tem 26 *entradas* (representando os padrões das curvas $P-\delta$, i-e 26 valores de P já que os δ foram tomados constantes para todas as curvas) e 2 saidas (media e desvio padrão da resistência a tração). A rede neural tem apenas uma camada intermediária (18 neurônios), a raiz do erro médio quadrático RMS do teste foi 0.00208 e para o treinamento foi 0.00095.

A Análise inversa foi então realizada sobre uma curva $P-\delta$ para determinar o par $(f_{ct,\mu}, f_{ct,\sigma})$ correspondente. Tendo em vista que para o sistema mecânico utilizado nesta análise (**Figura 2.1**) os resultados da análise inversa direta são conhecidos é possível comparar os pares $(f_{ct,\mu}, f_{ct,\sigma})$ obtidos pela a retroanálise neural com aqueles que efetivamente geram a curva P-δ retro-analisada. Como exemplo da acurácia do procedimento é apresentado na **figura 3.5** um gráfico representando os erros da análise inversa para uma serie de valores de $f_{ct,\mu}, f_{ct,\sigma}$ onde $f_{ct,\sigma}=f_{ct,\mu}/3$.

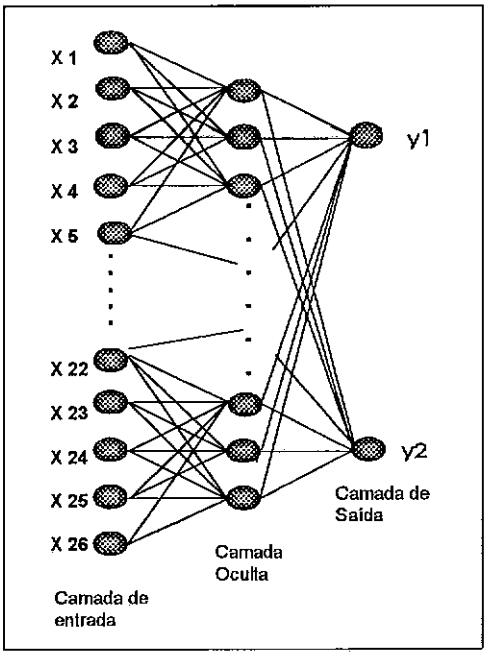


Figura 3.4 - Esquema da RNA TDNN.

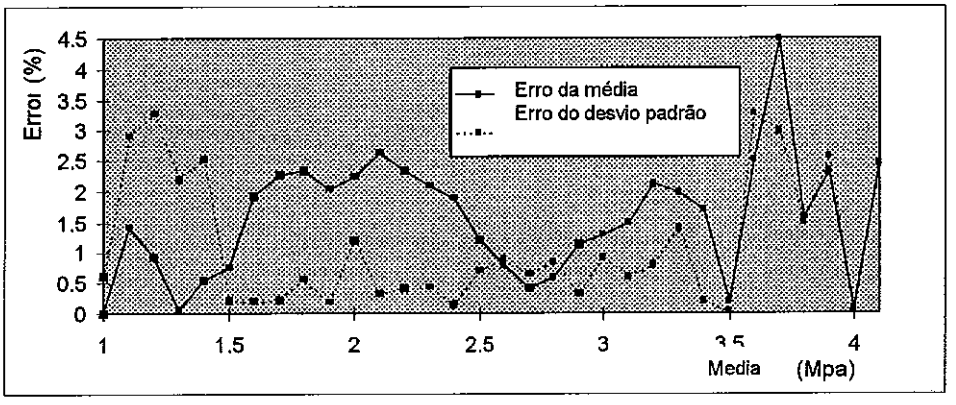


Figura 3.5 – Erros obtidos pela analise Inversa [32] [34].

Neste caso, a análise direta foi realizada para um par dado ($f_{ct,\mu}$, $f_{ct,\sigma}=f_{ct,\mu}/3$) e a curva P-δ obtida é dada como entrada para rede neural artificial treinada que fornece como saida a resposta da análise, um par $\tilde{f}_{ct,\mu}, \tilde{f}_{ct,\sigma}$ (valores esperados). Então o erro para a média e o desvio padrão podem ser calculados como por exemplo:

$$\text{erro} = \left| f_{ct} - \tilde{f}_{ct,\sigma} \right| \ / f_{ct} \ .$$

Os resultados acima mostram que as redes neurais podem servir como uma ferramenta computacional confiável e operacional para solução do problema inverso relativo à determinação dos parâmetros estatísticos que definem o modelo probabilístico de fissuração. Tal procedimento pode então ser utilizado em substituição àquele anteriormente proposto em [30] já que diminui o número de operações realizadas sobre o sistema mecânico conforme demostrado em [32 a 34].

CAPITULO 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 2D DA FISSURAÇÃO DISCRETA DO CONCRETO NO QUADRO DOS MODELOS COESIVO DETERMINÍSTICO E PROBABILÍSTICO

As equações que governam as deformações quase-estáticas de um corpo ocupando um volume Ω são:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho\, b_i = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \tag{4.1}$$

onde σ_{ji} é o tensor de tensões de Cauchy, x_j é o vetor posição, ρ é densidade e b_i é um vetor de forças do volume especificado.

A equação (4.1) é submetida às seguintes condições de contorno:

$$u_i(x,t) = \bar{u}_i(x,t) \quad \text{em} \quad \Gamma_u; \quad \sigma_{ij} n_j = h_i(x,t) \quad \text{em} \quad \Gamma_h \tag{4.2}$$

onde Γ_u representa a região de contorno onde deslocamentos são prescritos $(\bar{u}_i)$ e Γ_h representa a região de contorno na qual as forças são impostas (h_i). O contorno do corpo é dado por $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_h$, e t representa um pseudo-tempo (ou incremento).

Discretizando as equações acima pelo método dos elementos finitos baseado em deslocamentos chega-se à equação de equilíbrio discreta:

$$\left\{F^{int}\right\} + \left\{F^{ext}\right\} = 0 \tag{4.3}$$

onde $\left\{F^{int}\right\}$ é o vetor de forças internas e $\left\{F^{ext}\right\}$ é o vetor das forças externas. Assumindo que as forças são aplicadas incrementalmente e considerando apenas as não-linearidades físicas introduzidas pelo comportamento do material, chega-se após

um procedimento padrão de linearização, ao sistema de equações não lineares do método dos elementos finitos a ser resolvido para cada incremento:

$$[K_T]\{\Delta u\} = \{\psi\} \tag{4.4}$$

onde $[K_T]$ é matriz de rigidez tangente, função dos deslocamentos, $\{\Delta u\}$ é o vetor de incrementos de deslocamento; $\{\psi\}$ é o vetor de resíduos, i-e, a diferença entre as forças internas e externas: $\{F^{int}\} - \{F^{ext}\}$.

No presente trabalho são usados elementos finitos isoparamétricos elástico-lineares de três nós com 1 ponto de integração e 4 nós com 4 pontos de integração (implementação 2D) e tetraedros de 4 nós com um 1 de integração (implementação 3D) para representar o volume não fissurado.

Para representação das fissuras são usados elementos de interface não-lineares rígido-frágeis de 4 nós com 2 pontos de integração para implementação 2D e de 6 nós com 1 ponto de integração para implementação 3D .

No item 4.1 que se segue será apresentado em detalhe o elemento de interface para a implementação 2D. O elemento de 6 nós para implementação 3D será apresentado no capítulo 5.

4.1 ELEMENTO DE INTERFACE CONTÍNUO DE QUATRO NÓS

Caso haja fissuras, pode-se assumir, que elas só poderão se desenvolver ao longo dos lados dos elementos de uma malha de elementos finitos. A escolha desta direção para a trajetória das fissuras permite que o fenômeno de fissuração seja tratado como uma descontinuidade geométrica entre os elementos da malha. Assim sendo, elementos de interface incorporados à malha original, são responsáveis pela simulação do comportamento físico do material submetido a um estado de fissuração por tração.

A solução do problema linear $[K]\{U\} = \{F\}$ utiliza o método de elementos finitos (MEF) convencional, resolvendo o problema para elementos triangulares, quadrangulares e interfaces.

Considera-se um elemento bidimensional de quatro nós o qual conecta dois elementos planos (A e B) da malha, conforme indicado na **figura 4.1**.

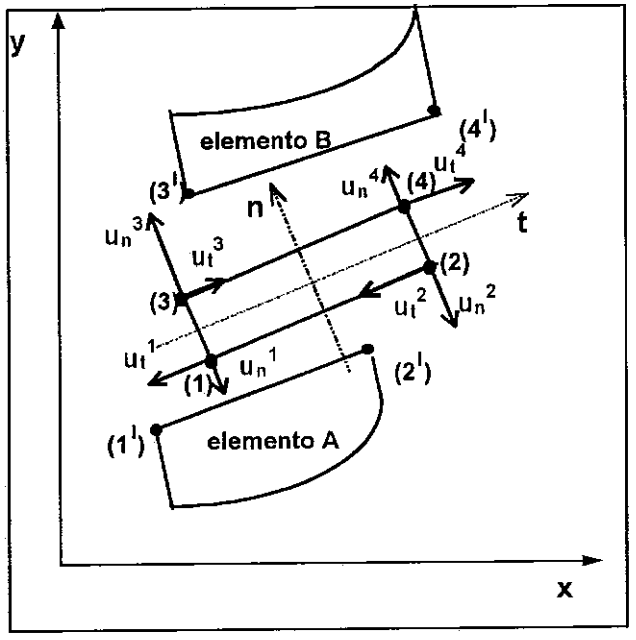


Figura 4.1 - Elemento de interface contínuo de quatro nós.

Na figura acima, 1^l, 2^l, 3^l e 4^l representam, respectivamente, as coordenadas dos nós 1, 2, 3 e 4 após os deslocamentos nodais $\{a_l^e\}$ a eles impostos.

O vetor de deslocamentos nodais deste elemento, no sistema de eixos local n-t, é:

$$\{a_l^e\} = \{u_n^1 \; u_t^1 \; u_n^2 \; u_t^2 \; u_n^3 \; u_t^3 \; u_n^4 \; u_t^4\}^T \tag{4.5}$$

onde u_n^k e u_t^k representam os deslocamentos do nó k nas direções normal e tangencial, respectivamente.

Determina-se, para o mesmo sistema de eixos, um campo de deslocamentos contínuo no interior do elemento, $\{u_l^{AB}\}$ na forma:

$$\{u_l^{AB}\} = \{u_n^A \; u_t^A \; u_n^B \; u_t^B\}^T \tag{4.6}$$

onde os índices A e B se referem, respectivamente, aos campos contínuos do lado A e do lado B deste elemento, os quais foram determinados por funções de interpolação lineares, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} u_n^A \\ u_t^A \\ u_n^B \\ u_t^B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1 u_n^1 + N_2 u_n^2 \\ N_1 u_t^1 + N_2 u_t^2 \\ N_1 u_n^3 + N_2 u_n^4 \\ N_1 u_t^3 + N_2 u_t^4 \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

sendo

$$N_1 = \frac{1-\xi}{2} \tag{4.8}$$

$$N_2 = \frac{1+\xi}{2} \tag{4.9}$$

onde o eixo das coordenadas naturais ξ, com $-1 \leq \xi \leq 1$, coincide com o eixo t do sistema de coordenadas local.

De acordo com a equação (4.7), o campo de deslocamentos contínuo no interior do elemento pode ser rescrito na forma:

$$\{u_l^{AB}\} = [H]\{a_l^e\} \tag{4.10}$$

sendo

$$[H] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

Define-se, então, para o sistema de eixos local, um campo de deslocamentos relativos $\{w\}$, também contínuo no interior do elemento, como sendo:

$$\{w\} = \{w_n \; w_t\}^T \tag{4.12}$$

onde

$$\{w\} = [L]\{u_l^{AB}\} = [L][H]\{a_l^e\} \tag{4.13}$$

com

$$[L] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

Considerando uma matriz $[B^*]$, a qual relaciona os deslocamentos relativos $\{w\}$ aos deslocamentos nodais $\{a_l^e\}$, a equação (4.9) pode ser rescrita como:

$$\{w\} = [B^*]\{a_l^e\} \tag{4.15}$$

sendo

$$[B^*] = [L][H] = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

Chama-se a atenção para o fato que os coeficientes da matriz $[B^*]$ para o caso do elemento de interface não têm dimensão, já que relacionam deslocamentos $\{w\}$ a deslocamentos $\{a_l^e\}$.

Desta forma, os deslocamentos relativos podem ser avaliados, ao longo do comprimento do elemento de interface, para qualquer valor de coordenada natural ξ na forma:

$$\begin{Bmatrix} w_n \\ w_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -N_1 u_n^1 - N_2 u_n^2 + N_1 u_n^3 + N_2 u_n^4 \\ -N_1 u_t^1 - N_2 u_t^2 + N_1 u_t^3 + N_2 u_t^4 \end{Bmatrix} \tag{4.17}$$

A relação constitutiva incremental no elemento de interface, pode ser escrita na forma:

$$\{\Delta\sigma\} = [D_{cr}]\{\Delta w\} = [D_{cr}][B^*]\{\Delta a_l^e\} \tag{4.18}$$

$$\{\Delta f^e\} = \int_l [B^*]^T [\Delta\sigma]\, dt \tag{4.19}$$

Para o elemento de interface contínuo a relação tensão-deslocamento relativo é avaliada ao longo do campo de deslocamentos interpolados. A dimensão da matriz $[D_{cr}]$ é dada então por $(F/L^2 L)$. O vetor de forças no sistema de eixos local pode ser expresso por:

$$\{\Delta f^e\} = (t \int_l [B^*]^T [D_{cr}][B^*]\, dl)\{\Delta a_l^e\} \tag{4.20}$$

De acordo com a equação 4.20, a matriz de rigidez, no sistema de eixos local, do elemento de interface contínuo de quatro nós é :

$$[K_l^e] = t \int_l [B^*]^T [D_{cr}] [B^*] dl \qquad (4.21)$$

4.1.1- MATRIZ DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS DE INTERFACE NO SISTEMA GLOBAL X Y

Convém mencionar que a matriz de rigidez do elemento de interface determinado anteriormente não pode ser utilizada diretamente na montagem da matriz de rigidez global, a qual se encontra relacionada a um sistema de eixos global x-y (**figura 4.2**).

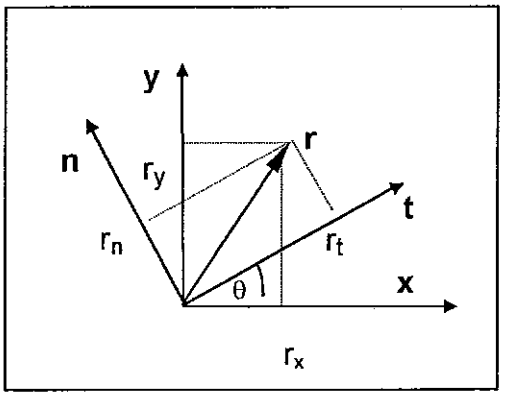


Figura 4.2 - Sistemas de eixos global x-y e local n-t rotacionados de θ.

A matriz de rotação $[T]$ que transforma o sistema de coordenadas global no sistema local n - t, o qual se encontra rodado de um angulo θ é dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} -\text{sen}\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \text{sen}\theta \end{bmatrix} \qquad (4.22)$$

Desta forma, para o vetor $\{r\}$ indicado na **figura 4.2** tem-se:

$$\{r_l\} = [T]\{r_G\} \qquad (4.23)$$

onde

$$\{r_l\}=\{r_n\ r_t\}^T \quad e \quad \{r_G\}=\{r_x\ r_y\}^T \tag{4.24}$$

Lembrando que a matriz de rigidez de um elemento relaciona as forças $\{f\}$ aos deslocamentos $\{u\}$, é valida, para o sistema de eixos local, a seguinte expressão:

$$\{f_l^e\}=[K_l^e]\{u_l\} \tag{4.25}$$

Mas de acordo com a eq. (4.23), obtém-se:

$$[T]\{f_G^e\}=[K_l^e][T]\{u_G\} \tag{4.26}$$

pré-multiplicando a equação (4.26) por $[T]^T$ e lembrando que $[T]^T \cdot [T]=I$, onde I é a matriz identidade, a equação acima toma a forma :

$$\{f_G^e\}=[T]^T[K_l^e][T]\{u_G\} \tag{4.27}$$

Determina-se, então, a matriz de rigidez do elemento no sistema de eixos global segundo:

$$[K_G^e]=[T]^T[K_l^e][T] \tag{4.28}$$

A matriz de rotação $[T]$ encontra-se indicada em (4.29).

$$[T]=\begin{bmatrix} -\text{sen}\theta & \cos\theta & & & & & & \\ \cos\theta & \text{sen}\theta & & & & & \underset{\sim}{0} & \\ & & -\text{sen}\theta & \cos\theta & & & & \\ & & \cos\theta & \text{sen}\theta & & & & \\ & & & & -\text{sen}\theta & \cos\theta & & \\ & & & & \cos\theta & \text{sen}\theta & & \\ & \underset{\sim}{0} & & & & & -\text{sen}\theta & \cos\theta \\ & & & & & & \cos\theta & \text{sen}\theta \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

4.1.2- GERAÇÃO DE ELEMENTOS DE INTERFACE 2D

Para introdução dos elementos de interface de quatro nós à malha de elementos finitos triangulares e quadrangulares, foi elaborado um gerador de malha.

Sendo assim, a introdução do elemento de interface continuo à malha de elementos finitos exige uma renumeração das conetividades nodais. Além disso é necessária uma renumeração das equações para diminuir a largura de banda efetiva da matriz de rigidez.

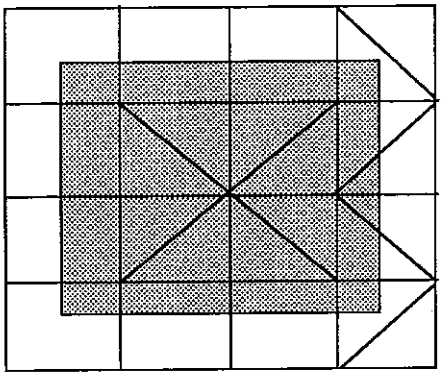


Figura 4.3 - Malha de elementos finitos com demarcação da área onde serão introduzidos elementos de interface.

A **figura 4.3** mostra uma malha de elementos finitos, na qual esta demarcada a região (cinza) onde serão introduzidos automaticamente os elementos de interface.

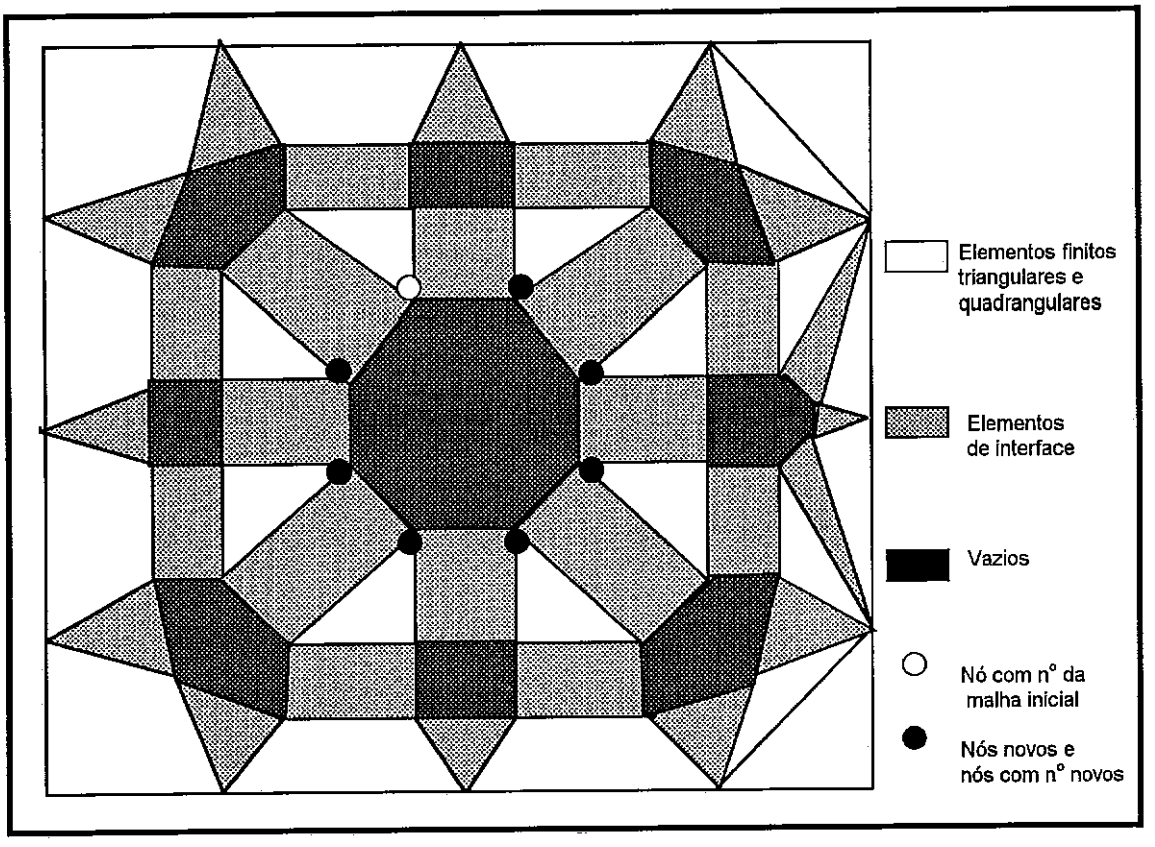


Figura 4.4 - Ilustração da configuração da malha de elementos finitos apois a introdução automática dos elemento de interface, segundo o gerador de malha implementado para o presente trabalho.

A **figura 4.4** mostra o funcionamento do gerador de malha de elementos de interface . A geração e realizada delimitando uma janela 2D dentro da qual irão se introduzir os novos elementos de interface. O gerador inicialmente estabelece as vizinhanças dos lados, logo cria nós necessários para os elementos de interface, todos com a mesma coordenada do nó vizinho, posteriormente mapeia-se quantos elementos compartilham os nós. Com esta informação percorres-se os nós (em laço todos os nós com a mesma coordenada), e o primeiro elemento do laço apropria-se do número do nó da malha inicial dos elementos triangulares ou quadrangulares (ver **figura 4.4.**- nó com n° da malha inicial) e, para os outros elementos que compartilham este nó, é estabelecida uma nova numeração (ver **figura 4.4** – nós novos e nos com n° novos). Posteriormente se restabelece as conectividades introduzindo os elementos de interface segundo uma conectividade previamente estabelecida.

Convém mencionar que os elementos de interface (cinza claro) tem coordenadas coincidentes e os vazios formados (cinza escuro) entre eles são fictícios porque na realidade todos estes nós periféricos do vazio têm a mesma coordenada.

Para efeito de compatibilidade da malha na periferia da janela 2D introduziram-se elementos de interface triangulares. Estes elementos são implementados através de um artifício que permite utilizar o mesmo elemento de 4 nós duplicando-se a numeração dos nós que fazem interface com a malha fora da janela. O comportamento deste elemento de interface de transição é elástico. Caso a tensão média neste elemento ultrapasse o valor do f_{ct} deve-se lançar uma nova janela , ou eventualmente uma nova malha.

4.2 - EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

O modelo de fissuração discreta implementado através do elemento de interface definido no item 4.1 relaciona o vetor de tensões $\{\sigma\}$ ao vetor de deslocamentos relativos $\{w\}$, por uma relação constitutiva incremental do tipo;

$$\{\Delta\sigma\} = [D_{cr}]\{\Delta w\} \tag{4.30}$$

Nesta relação $[D_{cr}]$ é a matriz constitutiva de fissura, os vetores $\{\Delta\sigma\}$ e $\{\Delta w\}$ representam, respectivamente, os incrementos de tensões e de deslocamentos relativos.

Neste modelo, a matriz constitutiva de fissura no elemento de interface é determinada de tal forma que represente adequadamente o comportamento do material nos estágios elástico (concreto íntegro), de fissuração fictícia (microfissura) e de fissuração visível (macrofissura). No caso da fissuração frágil só temos os estágios de concreto íntegro e fissuração visível.

Assume-se, inicialmente, que o comportamento do concreto submetido à tração seja elástico-linear até que uma determinada tensão de tração f_{ct} seja atingida. Sendo assim, o concreto está em um estado não-fissurado e o elemento de interface, devido à sua grande rigidez, não permite o afastamento dos nós a ele congruentes.

4.2.1- MATRIZ CONSTITUTIVA DE FISSURA

Para o caso bidimensional, as equações constitutivas que relacionam os incrementos de tensões e de deslocamentos relativos no elemento de interface são dados por:

$$\{\Delta\sigma\} = [D_{cr}]\{\Delta w \tag{4.31}$$

onde ;

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} D_{cr\,nn} & D_{cr\,nt} \\ D_{cr\,tn} & D_{cr\,tt} \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma_n \; \Delta\sigma_t\}^T \tag{4.33}$$

$$\{\Delta w\} = \{\Delta w_n \; \Delta w_t\}^T \tag{4.34}$$

Os deslocamentos relativos totais w_n e w_t são também chamados de, respectivamente, *Crack Mouth Opening Displacements, (COD ou CMOD)* e *Crack Mouth Sliding Displacements (CSD ou CMSD)* . Encontram-se representados na **figura 4.5** estes deslocamentos para uma fissura considerada bidimensional.

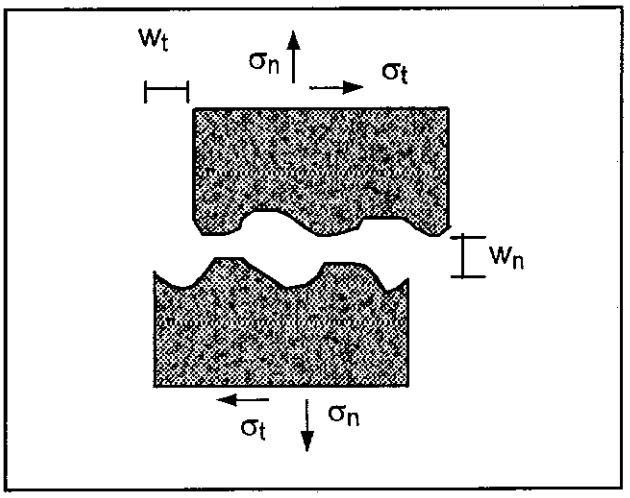


Figura 4.5 – COD ou CMOD (w_n) CSD ou CMSD (w_t) para uma fissura no caso plano.

No modelo de fissuração discreta, podem ser consideradas três etapas distintas no desenvolvimento da fissura:

1- estado inicial elástico-linear (material não fissurado),

2- microfissuração na ZPF para o modelo coesivo,

3- abertura da fissura (macrofissura).

No caso do comportamento frágil não existe a etapa 2.

4.2.1.1 - ESTADO INICIAL ELÁSTICO

Assume-se que o concreto íntegro (não fissurado) possua um comportamento elástico-linear, conforme indicado na **figura 4.6.**

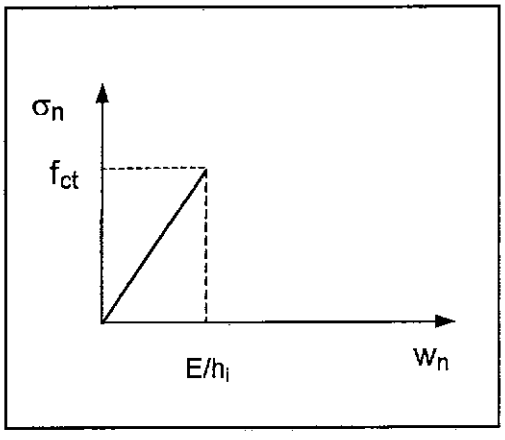


Figura 4.6 - Relação constitutiva inicial: diagrama tensão-deslocamento relativo.

A matriz constitutiva de fissura (eq. 4.32) toma a forma:

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} E/h_i & 0 \\ 0 & G/h_i \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

onde E é o módulo de elasticidade; G, o módulo de cisalhamento e h_i, a espessura do elemento de interface. Os termos nulos da diagonal secundária indicam que não há interação entre as direções normal e tangencial.

O estado elástico-linear existe até que uma determinada condição, a qual indica o início da microfissuração, seja atingida. Considera-se que esta condição esteja associada apenas ao modo I, ou seja:

se $\sigma_n \leq f_{ct}$, o comportamento é elástico-linear (4.36)

Em realidade este primeiro estágio corresponde a um comportamento rígido do elemento de interface por que a largura h_i é tomada pequena suficiente de tal forma que uma diminuição desta largura não afete a solução por elementos finitos.

4.2.1.2 - MICROFISSURAÇÃO NA ZPF

A matriz constitutiva correspondente à macrofissuração na ZPF pode ser colocada sob a forma geral;

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} D_{nn} & 0 \\ 0 & D_{tt} \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

onde $D_{tt} = \beta G$ sendo β o fator de retenção de cisalhamento correspondente ao intertravamento produzido pelos agregados (*aggregate interlock).* No presente trabalho, tendo sido considerado geralmente como sendo igual a zero, rescreve-se a matriz $[D_{cr}]$ como:

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} D_{nn} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

Assim, sendo, para uma lei de cedência *(softening)* linear dada pela **figura 4.7** e lembrando que h_i é tomado como muito próximo de zero podemos escrever:

$$D_{nn} = \frac{f_{ct}^2}{2Gf} \tag{4.39}$$

onde; Gf = energia de fissuração.

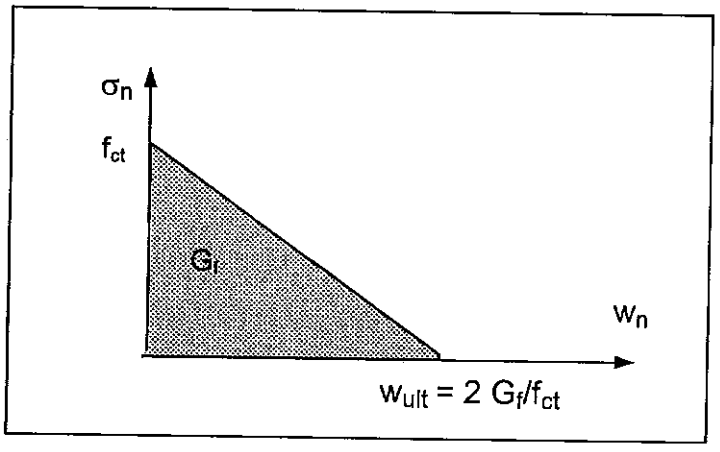


Figura 4.7 - Relação constitutiva para a etapa de desenvolvimento da fissura utilizando o modelo coesivo linear de cedência *(strain softening)*.

Se a lei de cedência *(softening)* é uma função não linear como na **figura 4.8**.

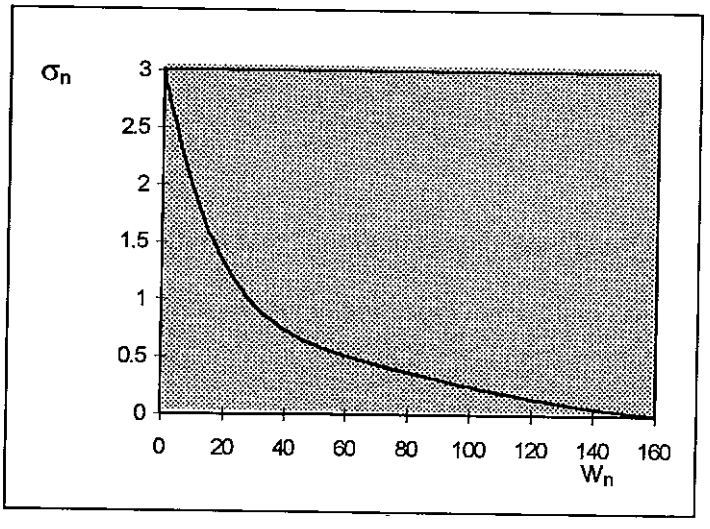


Figura 4.8 - Modelo coesivo função continua não linear de cedência *(strain softening)*.

Podemos escrever de forma geral:

$$D_{nn} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial w_n} \tag{4.40}$$

A lei constitutiva não linear utilizada na implementação é dada pela equação (4.41) cujos parâmetros foram obtidos conforme a ref. [35] por análise inversa.

$$\frac{\sigma_n}{f_{ct}} = \left[1+\left(c_1 \frac{w_n}{w_{ult}}\right)^3\right] \exp(-c_2 \frac{w_n}{w_{ult}}) - \frac{w_n}{w_{ult}}(1+c_1^3)\exp(-c_2) \tag{4.41}$$

onde:

$$c_1 = 3.0 \qquad c_2 = 6.93 \quad \text{e} \quad w_{ult} = 5.14 G_f / f_{ct}$$

4.2.1.3 – ABERTURA DA FISSURA (MACROFISSURA)

Neste tese não consideramos a dilatância por cisalhamento, e a matriz constitutiva toma a forma:

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

2.3 – ALGORITMOS DE CONTROLE DA SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NÃO LINEARES; IMPLEMENTADOS NO PROGRAMA 2D

Três tipos de algoritmos de controle da solução das equações não lineares foram implementados; controle de força, de deslocamento e de comprimento de arco. No decorrer da pesquisa constatou-se que alguns algoritmos não funcionam para determinado tipo de solução não-linear. Para os três tipos de controle estão

disponíveis os esquemas iterativos de; Newton Raphson e Newton Raphson Modificado.

4.3.1 - ALGORITMO COM CONTROLE DE CARGA

(i) laço de etapas

$$\{F^{ext}\} = \{F^{ext}\} + \{\lambda F_0\}$$

(ii) laço de iterações

se iteração 1° e 1° etapa

$$\{\Delta U\} = [K]\{F\}$$

$$\{U\} = \{U\} + \{\Delta U\}$$

$$\{\delta U\} = \{\Delta U\}$$

fim

(iii)

$$\{F^{int}\} = \{F^{int}\} + \{\Delta F^{int}(\delta U)\}$$

$$\{F^{int}\} = \int [B]^T \{\sigma(\varepsilon)\}\, d\Omega$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\}$$

(iv)

$$\{\sigma\} = \{\sigma(\varepsilon)\}$$

$$\{\psi\} = \{F^{ext}\} - \{F^{int}\}$$

(v)

$$\{\delta U\} = [K]\{\psi\}$$

(vi

$$\{U\} = \{U\} + \{\delta U\}$$

(vii) se $\dfrac{\|\{\delta U\}\|}{\|\{U\}\|} \le$ utol e $\dfrac{\|\{\Psi\}\|}{\|\{\lambda F_o\}\|} \le$ rtol então

fim do laço de iterações

senão

vá para *(ii)*

fim

fim do laço de etapas

4.3.2 - ALGORITMO COM CONTROLE DE DESLOCAMENTO

Na análise de problemas práticos espera-se encontrar dificuldades no processo iterativo de Newton Raphson quando ocorrer perda súbita de rigidez durante um incremento de carga.

Na literatura, diversos algoritmos são sugeridos para ultrapassar pontos limites . Neste trabalho foi implementado o algoritmo de controle de deslocamento, [94] que precisa da escolha de uma componente de deslocamento a ser controlada ΔU_i , que deverá ser localizada no ponto mais representativo do comportamento estrutural. O algoritmo resultante é:

(i) ΔU_i

(ii) laço de etapas

$$\{U_i\} = \{U_i\} + \{\Delta U_i\}$$

laço das iterações

(iii) $$[K]\left\{\delta \bar{U}\right\} = \{F\}$$

(iv) se 1° iteração

$$\{\Delta F^{int}(\Delta U_i)\}$$

$$\left\{F^{int}\right\} = \left\{F^{int}\right\} + \left\{\Delta F^{int}\right\}$$

senão

$$\{F^{int}(\delta U)\}$$

$$\left\{F^{int}\right\} = \left\{F^{int}\right\} + \left\{\Delta F^{int}\right\}$$

fim

(v) $$\{F^{ext}\} = \{F^{ext}\} + \{\lambda F_0\}$$

(vi) $$\{\Psi_i\} = \left\{F^{ext}\right\} - \left\{F^{int}\right\}$$

(vii) $$[K]\left\{\delta \bar{\bar{U}}\right\} = \{\psi_i\}$$

(viii) $$\Delta\lambda = -\frac{\left\{\delta \bar{U}_i\right\}}{\left\{\delta \bar{U}_i\right\}}$$

$$\{\delta U\} = \{\delta \bar{U}\} + \Delta\lambda \{\delta \bar{U}\}$$

(ix) $\{U\} = \{U\} + \{\delta U\}$

(x) $\lambda = \lambda + \Delta\lambda$

(xi) se $\dfrac{\|\{\delta U\}\|}{\|\{U\}\|} \leq \text{utol}$ e $\dfrac{\|\{\Psi\}\|}{\|\{\lambda F_o\}\|} \leq \text{rtol}$ então

fim do laço das iterações

senão

vá para *(iii)*

fim

fim do laço das etapas

4.3.3 - ALGORITMO COM CONTROLE DE COMPRIMENTO DE ARCO CONSTANTE

Crisfield (1991) [25] apresenta um resumo das principais técnicas para se ultrapassar os pontos limites, das quais a técnica do comprimento de arco constante, é reconhecida como a mais eficiente, capaz de enfrentar problemas do tipo exemplificado na **figura (4.9)**.

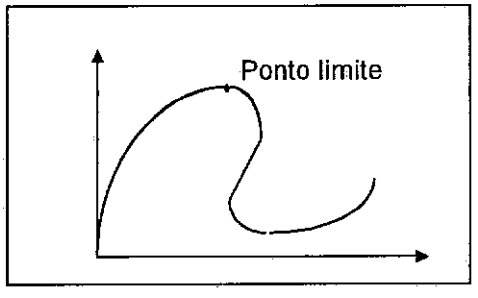


Figura 4.9 - Resposta não-linear.

Crisfield (1981) [24] e Ramm(1981) [69], concluíram que a condição de comprimento de arco torna-se uma restrição adicional ao sistema de equações de equilíbrio, eliminando assim a necessidade de se eleger um parâmetro de controle como no caso do algoritmo de controle de deslocamento . Para uma estrutura com *m* graus de liberdade a busca de um parâmetro de equilíbrio passa a ser definida por um sistema não-linear com *(m+1)* incógnitas.

A **figura (4.10)** ilustra a solução obtida com o sistema de equação de equilíbrio e a condição de comprimento de arco constante, cuja formulação está expressa em forma de algoritmo .

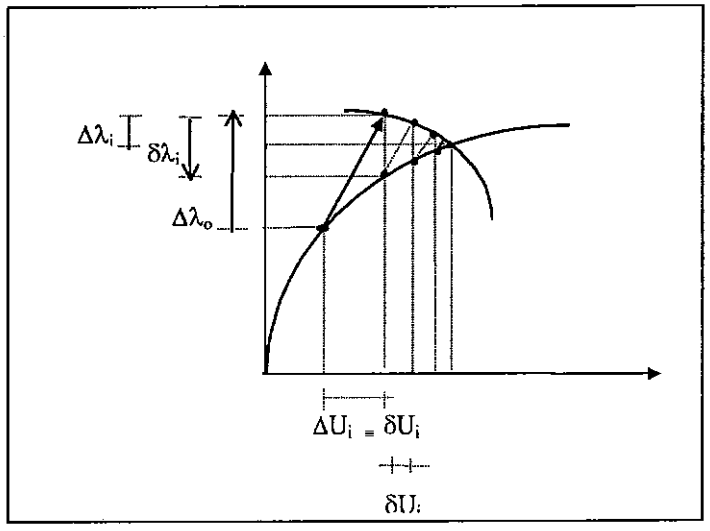


Figura 4.10 - Algoritmo de Controle de comprimento de Arco Constante.

Segundo Crisfield (1981) [24], o sinal de $\Delta\lambda_o$ deve ser o mesmo adotado no incremento anterior, a menos que o determinante da matriz tangente tenha sofrido uma mudança de sinal. De acordo Meek e Tan (1984) [63] este critério nem sempre é eficiente sendo então recomendado que se acompanhe a variação do trabalho incremental, proporcional ao seguinte produto escalar:

$$\Delta w_i \infty \{\Delta U\}^T \{F\}$$

Se o sinal de Δw for diferente daquele calculado no incremento anterior, então $\Delta\lambda$ deve ter sinal contrário do seu valor prévio.

ALGORITMO COM CONTROLE DE COMPRIMENTO DE ARCO CONSTANTE

(i) laço de etapas

Δl

(ii) laço das iterações

$$\left\{\delta\bar{U}\right\} = [K]\{F\}$$

$$a_1 = \left\{\delta\bar{U}\right\}^T \left\{\delta\bar{U}\right\}$$

(iii) Se iteração = 1 então

$$a = \left\{\delta\bar{U}\right\}^T \left\{\delta\bar{U}\right\}$$

$$\Delta\lambda_0 = \pm\frac{\Delta l}{\sqrt{a}}$$

$$\Delta\lambda_i = \text{sign}\ \Delta\lambda_{i-1}\left|\Delta\lambda_0\right|$$

$$\Delta w_0 = \Delta\lambda_i\left\{\delta\bar{U}\right\}\{F\}$$

se $\text{sign}\ \Delta w_0 \neq \text{sign}\ \Delta w_i$ então

$$\Delta\lambda_i = -\Delta\lambda_{i-1}\left|\Delta\lambda_0\right|$$

senão

$$\Delta\lambda_i = \Delta\lambda_{i-1}\left|\Delta\lambda_0\right|$$

fim

$$\left\{\delta U_i\right\} = \Delta\lambda_i\left\{\delta\bar{U}\right\}$$

$$\left\{\Delta U_i\right\} = \left\{\delta U_i\right\}$$

$$\lambda = \lambda + \Delta\lambda_i$$

$$\{U\} = \{U\} + \{\delta U_i\}$$

fim

Para todas as iterações

(iv) $$\left\{F^{int}\right\} = \left\{F^{int}\right\} + \left\{\Delta F^{int}(\delta U)\right\}$$

(v) $$\{\Psi_i\} = \left\{F^{ext}(\lambda)\right\} - \left\{F^{int}\right\}$$

(vi) $$\left\{\bar{\bar{\delta U}}\right\} = [K]\{\Psi_i\}$$

(vii) $$a_1\delta\lambda_i^2 + a_2\delta\lambda_i + a_3 = 0$$

$$a_2 = 2\left\{\delta\bar{U}\right\}^T\left(\{\Delta U_i\} + \left\{\delta\bar{\bar{U}}\right\}\right)$$

$$a_3 = \left(\{\Delta U_i\} + \left\{\delta \bar{U}\right\}\right)^T \left(\{\Delta U_i\} + \left\{\delta \bar{U}\right\}\right) - \Delta l^2$$

$$\delta\lambda_i = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2a_1}$$

se $a_2^2 - 4a_1a_3 < 0$ então

erro para a execução

fim

$$a_4 = \{\Delta U_i\}^T \left(\{\Delta U_i\} + \left\{\Delta \bar{U}\right\}\right)$$

$$a_5 = \{\Delta U_i\}^T \left\{\Delta \bar{U}\right\}$$

$$\cos\theta_1 = \frac{a_4 + a_5\delta\lambda_1}{\Delta l^2}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{a_4 + a_5\delta\lambda_2}{\Delta l^2}$$

se $\cos\theta_1 > \cos\theta_2$ então

$\delta\lambda_i = \delta\lambda_1$

senão

$\delta\lambda_i = \delta\lambda_2$

fim

$$\Delta\lambda_i = \Delta\lambda_i + \delta\lambda_i$$

$$\{\delta U_i\} = \left\{\delta \bar{U}\right\} + \left(\delta\lambda_i + \left\{\bar{\delta U}\right\}\right)$$

$$\{\Delta U_i\} = \{\Delta U_i\} + \{\delta U_i\}$$

$$\lambda = \lambda + \delta\lambda_i$$

$$\{U\} + \{U\} + \{\delta U_i\}$$

(viii) se $\frac{\|\{\delta U\}\|}{\|\{U\}\|} \le \text{utol}$ e $\frac{\|\{\Psi\}\|}{\|\{\lambda F_o\}\|} \le \text{rtol}$ então

fim do laço das iterações

senão

(ix) vá para *(ii)*

fim

$\Delta w_i = \{\Delta U_i\}\{F\}$

$\Delta\lambda_{i-1} = \Delta\lambda_i$

fim do laço das etapas

4.4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Cabe ressaltar que os algoritmos de controle de deslocamento e o controle de comprimento de arco funcionam corretamente para problemas determinísticos por se tratar de uma solução de curvas suaves. Porém para o caso probabilístico só obtivemos convergência para o algoritmo de controle de deslocamento.

A explicação para este fato pode ser dada através da **figura 4.11** abaixo.

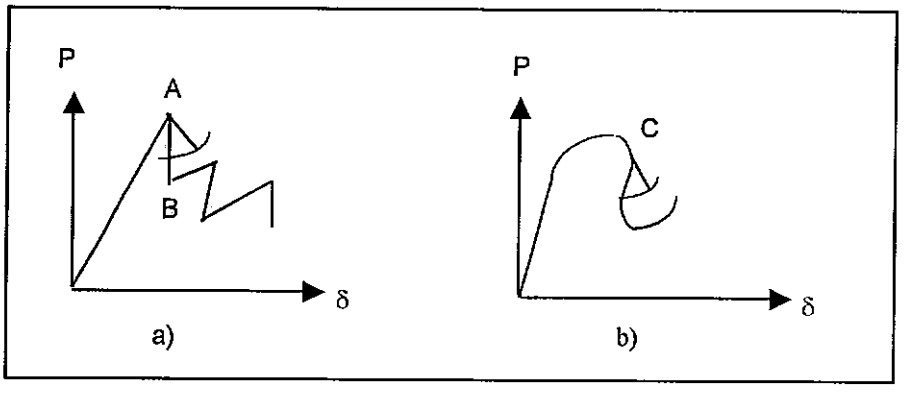


Figura 4.11 - Simbolização de Curvas Solução;
a)Representa uma curva resolução para material frágil .
b)Curva solução tipo *snap- back.*

Observando a figura podemos notar que a curva **a)** apresenta descontinuidades na solução . O algoritmo de controle de arco não convergiria para um passo de arco que começa na solução equilibrada simbolizada pelo ponto A avançando para uma outra solução simbolizada pelo ponto B . Pode-se observar que no esquema da **figura 4.11- (a)** a matriz de rigidez deixa de ser positiva definida . O

mesmo não acontece numa resposta tipo *snap- back* esquematizada na **figura 4.11-(b)** quando apenas em um ponto C a matriz deixa de ser positiva definida.

Na implementação computacional utilizou-se o conceito de fissuração hierarquizada no processo iterativo. A fissuração hierarquizada consiste em limitar em apenas um elemento fissurado por iteração. Este elemento será aquele mais solicitado, caracterizando-se esta maior solicitação pelo parâmetro ξ^e dado para um elemento e segundo a fórmula abaixo:

$$\xi^e = \frac{\sigma^e_{n,medio}}{f^e_{ct}}$$

onde σ_n^e é a média da tensão σ_n para os dois pontos de integração do elemento e f_{ct}^e a resistência à tração do concreto para o elemento.

O elemento fissurado na iteração será então aquele para o qual ξ^e for máximo.

CAPITULO 5

DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO PROBABILÍSTICO 3D PARA FISSURAÇÃO DISCRETA DO CONCRETO EM COMPUTAÇÃO DE ALTO DESEMPENHO

5.1 GENERALIDADES

Neste capitulo é apresentada a implementação 3D realizada com o emprego de elementos tetraédricos, sendo as fissuras discretas simuladas através de elementos de interface, que são placas triangulares de 6 nós conforme apresentado nas **figuras** 5.1 e 5.2, capazes de descrever os deslocamentos relativos transversais e normais correspondentes à fissuração. A presente implementação é voltada para um ambiente de computação de alto desempenho, já que análises não-lineares em 3D podem demandar um enorme esforço computacional. Emprega-se também um solucionador iterativo elemento-por-elemento de forma a diminuir a demanda de memória em comparação com métodos mais convencionais, baseados em eliminação de Gauss. O objetivo final é a redução dos custos computacionais do método probabilístico RPDC (Rossi Probabilistic Discrete Craking Model) para simulação da fissuração do concreto, que requer a execução de diversas realizações de Monte Carlo, sendo que cada uma delas envolve a solução de um problema não-linear. Os elementos de interface utilizados para simulação da fissuração são gerados automaticamente em regiões previamente determinadas na malha original de elementos tetraédricos.

5.2 ELEMENTO DE INTERFACE

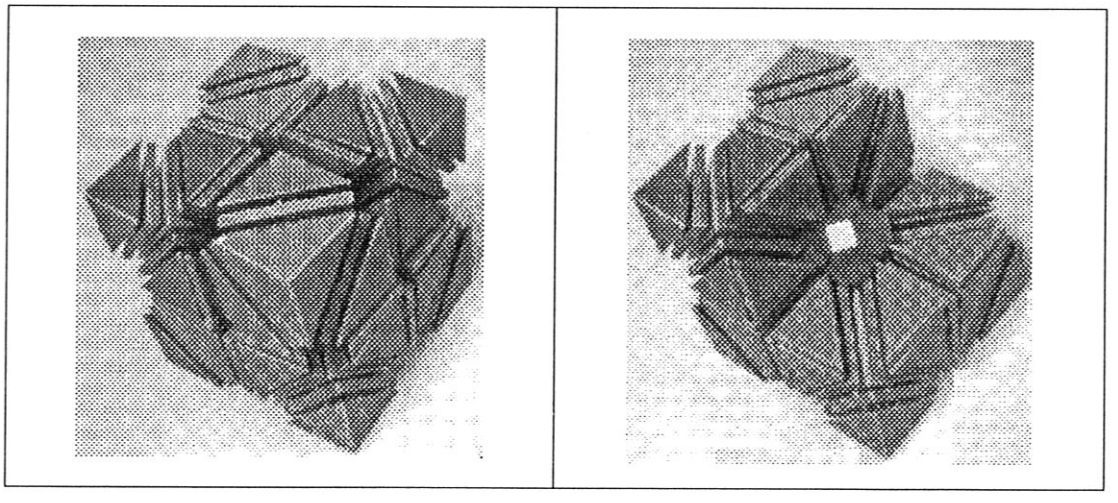


Figura 5.1 –Visualização dos elementos de interface para simulação da fissuração.

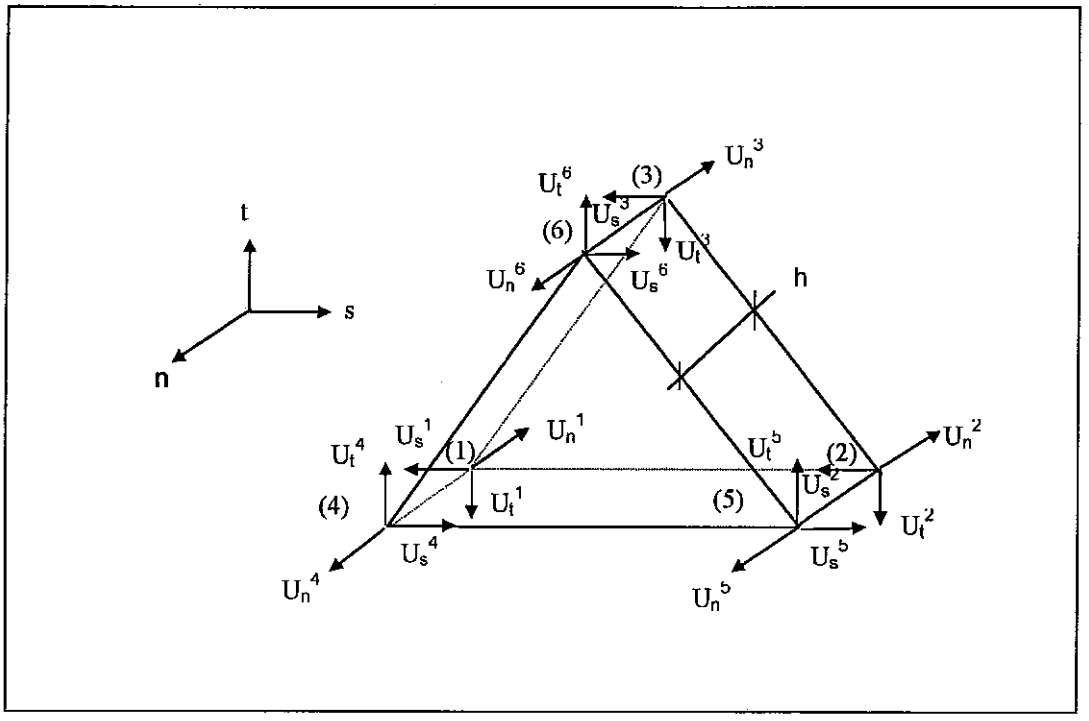


Figura 5.2 - elemento de interface – sistema local.

A relação constitutiva do elemento de interface 3D é definida pela equação (5.1) para o estado elástico não fissurado caracterizado por $\sigma_n < f_{ct}$ e pela equação (5.2) para o estado fissurado após ser atingida a tensão limite $\sigma_n = f_{ct}$, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_s \\ \sigma_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_c/h & 0 & 0 \\ 0 & G_c/h & 0 \\ 0 & 0 & G_c/h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_n \\ w_s \\ w_t \end{Bmatrix} \tag{5.1}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_s \\ \sigma_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_n \\ w_s \\ w_t \end{Bmatrix} \tag{5.2}$$

As equações acima definem uma equação constitutiva elasto-frágil, mas que pode ser considerada rígido-frágil, já que a espessura *h* do elemento de interface (ver **figura 5.2**) é tomada suficientemente pequena (menor que um valor h_{lim}), de tal forma que a solução do problema não se altera se *h* diminui, i.e, se tomamos qualquer espessura do elemento de interface $h < h_{lim}$.

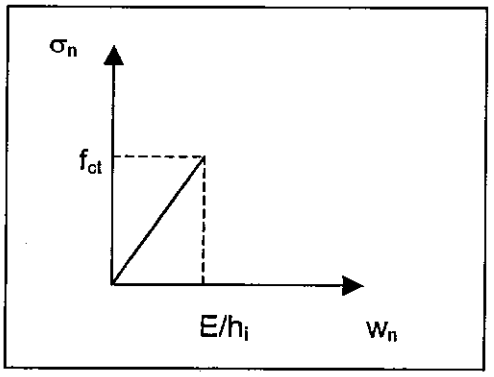


Figura 5.3 - Equação constitutiva para o modelo probabilístico.

O vetor de deslocamentos nodais do elemento $\{a_i^e\}$ (eq. 5.3), tem como sistema local os eixos *n-s-t*, onde n representa a direçao normal ao plano do elemento e, *s-t* representa o plano do elemento.

$$\{a_i^e\} = \{u_n^1\ u_s^1\ u_t^1\ u_n^2\ u_s^2\ u_t^2\ u_n^3\ u_s^3\ u_t^3\ u_n^4\ u_s^4\ u_t^4\ u_n^5\ u_s^5\ u_t^5\ u_n^6\ u_s^6\ u_t^6\}^T \tag{5.3}$$

Determina-se, para o mesmo sistema de eixos, um campo de deslocamentos contínuo no interior do elemento, $\{u_i^{AB}\}$, na forma:

$$\{u_i^{AB}\} = \{u_n^A\ \ u_s^A\ \ u_t^A\ u_n^B\ \ u_s^B\ u_t^B\}^T \tag{5.4}$$

onde os índices A e B se referem, respectivamente, aos campos da face A e da face B deste elemento, sendo A e B paralelas às faces triangulares do elemento de interface, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} u_n^A \\ u_s^A \\ u_t^A \\ u_n^B \\ u_s^B \\ u_t^B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 u_n^1 & N_2 u_n^2 & N_3 u_n^3 \\ N_1 u_s^1 & N_2 u_s^2 & N_3 u_s^3 \\ N_1 u_t^1 & N_2 u_t^2 & N_3 u_t^3 \\ N_1 u_n^4 & N_2 u_n^5 & N_3 u_n^6 \\ N_1 u_s^4 & N_2 u_s^5 & N_3 u_s^6 \\ N_1 u_t^4 & N_2 u_t^5 & N_3 u_t^6 \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Sendo as funções de interpolação dadas no centroide da área triangular do elemento assumem os valores;

$$N_1 = \frac{1}{3} \qquad N_2 = \frac{1}{3} \qquad N_3 = \frac{1}{3} \tag{5.6}$$

de acordo com a equação (5.5), o campo de deslocamentos no interior do elemento pode ser rescrito na forma:

$$\{u_I^{AB}\} = [H]\{a_I^e\} \tag{5.7}$$

onde,

$$[H] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Define-se, então, para o sistema de eixos local, um campo de deslocamentos relativos, $\{w$, também contínuo no interior do elemento, como sendo:

$$\{w\} = \{w_n \quad w_s \quad w_t\}^T \tag{5.9}$$

onde w_n é o deslocamento relativo normal, e w_s, w_t são os deslocamentos relativos transversais.

As tensões no interior do elemento de interface estão dadas pela eq. 5.10 onde σ_n é a tensão normal, e σ_s , σ_t são tensões transversais, conforme mostrado a seguir:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_n \quad \sigma_s \quad \sigma_t\}^T \tag{5.10}$$

Tanto os deslocamentos relativos como e as tensões podem ser rescritas em termos incrementais, ficando assim de acordo com a implementação computacional que resolve o problema na forma incremental iterativa. Logo as equações se reduzem respectivamente (eq. 5.11 e eq. 5.12) a:

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma_n \quad \Delta\sigma_s \quad \Delta\sigma_t\}^T \tag{5.11}$$

$$\{\Delta w\} = \{\Delta w_n \quad \Delta w_s \quad \Delta w_t\}^T \tag{5.12}$$

Os deslocamentos relativos são calculados segundo a equação (5.13) mostrada a seguir:

$$\{w\} = [L]\{u_l^{AB}\} = [L][H]\{a_l^e\} \tag{5.13}$$

com,

$$[L] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

Considerando uma matriz, $[B^*]$ a qual relaciona os deslocamentos relativos aos deslocamentos nodais, a equação (5.13) pode ser rescrita como:

$$\{w\} = [B^*]\{a_l^e\} \tag{5.15}$$

sendo,

$$[B^*] = [L][H] =$$

$$\begin{bmatrix} -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & 0 & -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

Desta forma, os deslocamentos relativos estão dados por;

$$\begin{Bmatrix} w_n \\ w_s \\ w_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_1u_n^1 & -N_2u_n^2 & -N_3u_n^3 & +N_4u_n^4 & +N_5u_n^5 & +N_6u_n^6 \\ -N_1u_s^1 & -N_2u_s^2 & -N_3u_s^3 & +N_4u_s^4 & +N_5u_s^5 & +N_6u_s^6 \\ -N_1u_t^1 & -N_2u_t^2 & -N_3u_t^3 & +N_4u_t^4 & +N_5u_t^5 & +N_6u_t^6 \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

Conseqüentemente, a relação constitutiva incremental no elemento de interface pode ser rescrita na forma :

$$\{\Delta\sigma\}[D_{cr}]\{\Delta w\} = [D_{cr}][B^*]\{\Delta a_l^e \tag{5.18}$$

$$\{\Delta f^e\} = \int_\Omega [B^*]^T \{\Delta\sigma\} d\Omega \tag{5.19}$$

Para o elemento de interface a relação tensão-deslocamento relativa é avaliada para o do campo de deslocamentos interpolado. O vetor de forças nodais equivalentes no sistema de eixos local pode ser expresso por:

$$\{\Delta f^e\} = \int_\Omega [B^*]^T [D_{cr}][B^*] d\Omega \{\Delta a_l^e\} \tag{5.20}$$

onde Ω é área de uma face do elemento de interface.

De acordo com a equação (5.20) a matriz de rigidez, no sistema de eixos local, do elemento de interface é :

$$\left[K_l^e\right] = \int_{\Omega} \left[B^*\right]^T \left[D_{cr}\right] \left[B^*\right] d\Omega \tag{5.21}$$

Note que os coeficientes de rigidez assim calculados são dimensionalmente homogêneos em relação aos coeficientes de rigidez dos elementos tetraedricos (dimensão $1/L$), já que a matriz $\left[B^*\right]$ é adimensional, a dimensão de $\left[D_{cr}\right]$ é dada por $1/\left(L^2 \cdot L\right)$ e, conseqüentemente, a dimensão do resultado da integração é: $1 \cdot \frac{1}{L^2 \cdot L} \cdot 1 \cdot L^2 = \frac{1}{L}$.

5.3- MATRIZ DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS DE INTERFACE 3D NO SISTEMA GLOBAL XYZ

Convém mencionar que a matriz de rigidez do elemento de interface determinado anteriormente não pode ser utilizada diretamente na montagem da matriz de rigidez global, que se encontra relacionada a um sistema de eixos global x-y-z.

A matriz rotação [T] transforma o sistema de coordenadas global no sistema local n-s-t.

$$\{r\} = [T]\{r_G\} \tag{5.22}$$

onde,

$$\{r_l\} = \{r_n \quad r_s \quad r_t\}^T \qquad e \qquad \{r_G\} = \{r_x \quad r_y \quad r_z\}^T \tag{5.23}$$

Lembrando que a matriz de rigidez de um elemento relaciona as forças, {f}, aos deslocamentos, {u}, é valida para o sistema de eixos local a seguinte expressão:

$$\left\{f_l^e\right\} = \left[K_l^e\right]\{u_l\} \tag{5.24}$$

Mas de acordo com (eq. 5.22), obtém-se:

$$[T]\{f_l^e\}=[K_l^e][T]\{u_G\} \tag{5.25}$$

pré-multiplicando a equação (5.25) por $[T]^T$ e lembrando que $[T]^T\ [T]=I$, onde I é a matriz identidade, a equação acima toma a forma:

$$\{f_G^e\}=[T]^T[K_l^e][T]\{u_G\} \tag{5.26}$$

Determina-se, a matriz de rigidez do elemento no sistema de eixos global segundo:

$$[K_G^e]=[T]^T[K_l^e][T] \tag{5.27}$$

A matriz de rotação $[T]$ encontra-se indicada em (5.28) :

$$T=\begin{bmatrix}
nx & ny & nz & & & & & & & & & & & & \\
sx & sy & sz & & & & & & & & & & & & \\
tx & ty & tz & & & & & & & & & & & & \\
 & & & nx & ny & nz & & & & & & & & & \\
 & & & sx & sy & sz & & & & & & 0 & & & \\
 & & & tx & ty & tz & & & & & & & & & \\
 & & & & & & nx & ny & nz & & & & & & \\
 & & & & & & sx & sy & sz & & & & & & \\
 & & & & & & tx & ty & tz & & & & & & \\
 & & & & & & & & & nx & ny & nz & & & \\
 & & & 0 & & & & & & sx & sy & sz & & & \\
 & & & & & & & & & tx & ty & tz & & & \\
 & & & & & & & & & & & & nx & ny & nz \\
 & & & & & & & & & & & & sx & sy & sz \\
 & & & & & & & & & & & & tx & ty & tz
\end{bmatrix} \tag{5.28}$$

Com cossenos diretores dos unitários n, s, t (ver **figura 5.2**) referidos ao sistema de coordenadas global x, y e z.

5.4.- GERAÇÃO DE ELEMENTOS DE INTERFACE 3D

Para introdução dos elementos de interface 3D de 6 nós à malha de elementos finitos de tetraedros foi elaborado um gerador de malha. Inicialmente

partimos de uma malha de hexaedros onde cada hexaedro é dividido em cinco tetraedros, conforme a **figura 5.4**. Verifica-se que a malha resultante possui uma configuração que permite uma melhor propagação das fissuras que irão se desenvolver ao longo dos elementos de interface. Estes serão introduzidos entre as faces dos elementos tetraedricos como mostrado na **figura 5.5**. A introdução do elemento de interface 3D contínuo à malha de elementos finitos de tetraedros exige a criação de novos nós e a renumeração das conetividades nodais .

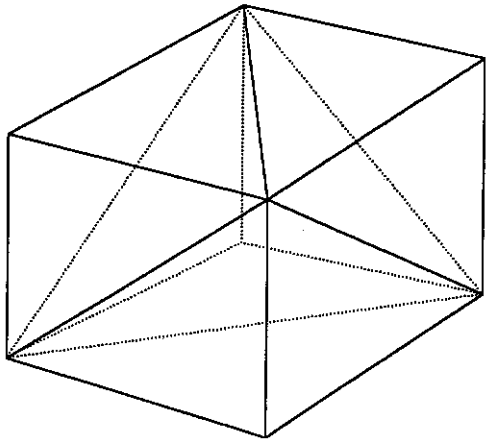


Figura 5.4 – Divisão de um hexaedro em cinco tetraedros.

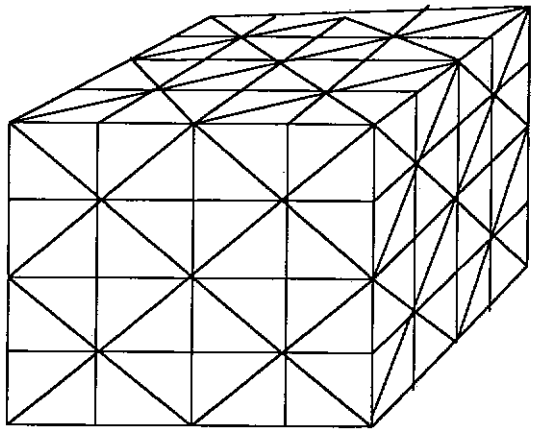


Figura 5.5 – Configuração da malha de tetraedros, onde elementos de interface 3D são introduzidos automaticamente entre as faces dos tetraedros segundo o gerador de malha implementado para o presente trabalho.

A geração é realizada delimitando uma janela 3D dentro da qual irão se introduzir os novos elementos de interface. O gerador inicialmente estabelece as vizinhanças, das faces, logo cria os nós necessários para os elementos de interface, todos com a mesma coordenada do nó vizinho, posteriormente mapeia-se quantos elementos compartilham os nós. Com esta informação percorre-se os nós (em laço

todos os nós com a mesma coordenada), e o primeiro elemento do laço apropria-se do número do nó da malha inicial de tetraedros (ver **figura 5.6** - nó com n° da malha inicial) e, para os outros elementos que compartilham este nó, é estabelecida uma nova numeração (ver **figura 5.6** – nós novos e nos com n° novos). Posteriormente se restabelecem as conectividades introduzindo os elementos de interface segundo uma ordem previamente estabelecida.

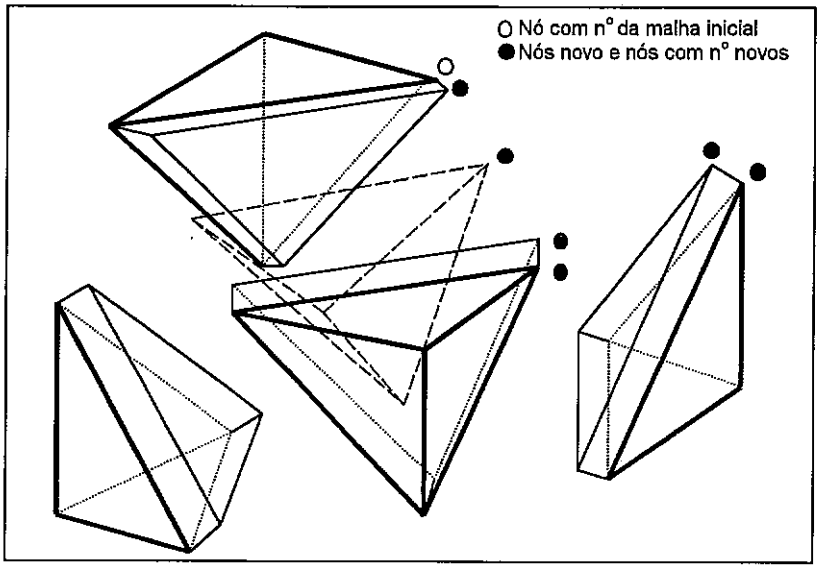


Figura 5.6 – Ilustração esquemática da configuração da nova malha desagregada com elementos de interface 3D apenas envolvendo o tetraedro interno dentro de um grupo de cinco tetraedros que inicialmente conformavam um hexaedro.

Para efeito de compatibilidade da malha na periferia da janela 3D introduziram-se elementos de interface, com dois ou quatro nós colapsados, conforme ilustrado na **figura 5.7**, onde os nós colapsados tem a mesma coordenada. Estes elementos são implementados através de um artificio que permite utilizar o mesmo elemento de 6 nós duplicando-se a numeração dos nós colapsados que fazem interface com a malha fora da janela .

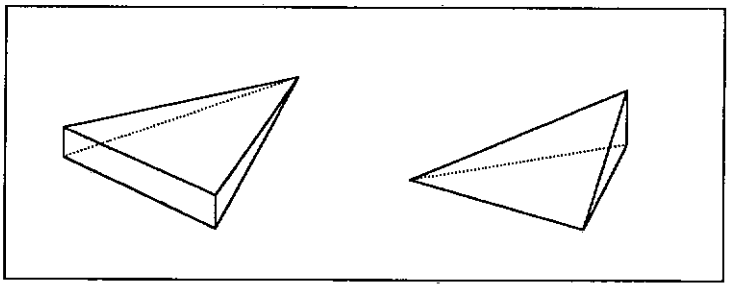


Figura 5.7 - Elementos de interface com nós colapsados para fins de continuidade da malha localizados na periferia da janela 3D.

5.5.- ESTRATÉGIAS DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAIS

5.5.1 SOLUÇÃO DO PROBLEMA NÃO-LINEAR PARA FISSURAÇAO DO CONCRETO

Para resolução do problema não linear utilizamos o algoritmo de deslocamentos prescritos em forma incremental iterativa associado com o Método Newton-Raphson Inexato [23] descrito a seguir.

Sendo u_{tol}, r_{tol}, η, respectivamente, tolerâncias para deslocamentos, resíduos e para a terminação do método dos gradientes conjugados, o algoritmo de solução pode ser resumido nos seguintes passos:

Calcule $\left[K_{Tetra}\right]$

Para k=1,2....., número de incrementos

$$\left\{F_{ext}^{k}\right\}=\left\{F_{nodal}^{k}\right\}+\left\{F_{volume}\right\}+\left\{F_{\bar{\sigma}}\right\}-\left(\left[K_{tetra}\right]\left\{\bar{U}_{k}\right\}+\left[K_{Intef}\right]\left\{\bar{U}_{k}\right\}\right)$$

Para i=1,2.... , até a convergência faça

$$\left\{F_{int}^{i}\right\}=\left\{\left(F_{int}^{i}\right)_{Tetra}\right\}+\left\{\left(F_{int}^{i}\right)_{Intf}\right.$$

$$\left\{\psi^{i}\right\}=\left\{F_{int}^{i}\right\}-\left\{F_{ext}^{i}\right\}$$

Calcule $\left[K_{Intf}^{i}\right]$

$$\left\{A^{i}\right\}=\left[K_{Tetra}\right]+\left[K_{Intf}^{i}\right]$$

Resolva: $\left[A^{i}\right]\left\{\Delta u\right\}=\left\{\psi^{i}\right.$ para tolerância η

$$\{U\}=\{U\}+\{\Delta u\}$$

$$\text{se } \frac{\|\{\Delta u\}\|}{\|\{U\}\|} \leq \text{utol} \text{ e } \frac{\left\|\left\{\Delta\psi^{i}\right\}\right\|}{\left\|\left\{F_{ext}^{k}\right\}\right\|} \leq \text{rtol}$$

fim do laço i

fim do laço k

De acordo com algoritmo acima a solução aproximada é obtida quando o critério de terminação do Método Newton-Raphson Inexato for satisfeito, isto é quando:

$$\left\| \left[A^i \right] \{ \Delta u \} - \{ \psi^i \} \right\| \leq \eta \left\| \{ \psi^i \} \right\| \tag{5.29}$$

Note que o vetor de forcas externas $\{F_{ext}\}$ se compõe das forças nodais $\{F_{nodal}\}$, forças de volume $\{F_{volume}\}$ e da parcela correspondente aos deslocamentos e tensões prescritas $\{\bar{u}\}, \{\bar{\sigma}\}$. A matriz de rigidez total [A] é a soma da matriz dos elementos contínuos, isto é, dos tetraedros, $[K_{Tetra}]$, montada somente no inicio do processo, com a matriz dos elementos de interface, $[K_{Intf}]$, atualizadas a cada iteração não linear. O método dos gradientes conjugados precondicionado é empregado na solução do sistema de equações lineares, durante cada iteração não-linear do problema.

A matriz de pré-condicionamento implementada neste trabalho é do tipo diagonal, isto é, $[B] = \text{diag}[A]$.

5.5.2 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA LINEAR – MÉTODO DOS GRADIENTES CONJUGADOS PCG

O método dos gradientes conjugados [50] é empregado na solução do sistema de equações lineares resultante, durante cada iteração não-linear do problema.

Este método explora o fato de que a solução do sistema de equações (5.30), equivale à minimização do funcional quadrático ou funcional de energia (5.31),

$$[A]\{x\} = \{b\} \tag{5.30}$$

$$Q = \frac{1}{2}\{x\}^T [A] \{x\} - \{x\}^T \{b\} \tag{5.31}$$

A convergência do Método dos Gradientes Conjugados é proporcional à razão entre o maior e o menor autovalores do espectro de [A], λ_n e λ_1 respectivamente. Ou seja, a grandeza

$$\kappa[A] = \frac{\lambda_n}{\lambda_1} \tag{5.32}$$

é denominada razão espectral ou número de condicionamento espectral. Quando $\kappa[A] \to 1$ o método converge mais rapidamente. Para se acelerar a taxa de convegência

quando a razão espectral se apresenta muito maior que a unidade, torna-se necessária a utilização de uma técnica de pré-condicionamento. Esta tem como objetivo reduzir o número do condicionamento espectral e, conseqüentemente, diminuir o número de iterações para a obtenção da solução.

Logo o Método dos Gradientes Conjugados pode ser aplicado a um sistema equivalente ao original, mas que tenha sido pré-condicionado. Pré-multiplicando-se a equação original pela matriz não singular $[B]$.

$$[B]^{-1}[A]\{x\}=[B]^{-1}\{b\} \tag{5.33}$$

O algoritmo resultante é dado pela seqüência de operações:

ALGORITMO DOS GRADIENTES CONJUGADOS PRÉ-CONDICIONADO PCG

PASSO 1: Inicializar

$k=0$

$\{x_0\}=$ dado (usualmente $\{x_0\}=0$)

$\{r_0\}=\{b\}-[A]\{x_0\}$

$\{p_0\}=\{z_0\}=[B]^{-1}\{r_0\}$

PASSO 2: Atualizar solução e resíduo

$k=k+$

$$\alpha_k=\frac{\{r_k^t\}\{z_{k-1}^t\}}{\{p_k^t\}[A]\{p_{k-1}\}}$$

$\{x_k\}=\{x_{k-1}\}+\alpha_k\{p_{k-1}\}$

$\{r_k\}=\{r_{k-1}\}-\alpha_k[A]\{p_{k-1}\}$

PASSO 3: Atualizar a direção conjugada

$\{z_k\}=[B]^{-1}\{r_k$

$$\beta_k = \frac{\{r_k^t\}\{z_k\}}{\{r_{k-1}^t\}\{z_{k-1}\}}$$

$$\{p_k\} = \{z_k\} + \beta_k \{p_{k-1}\}$$

PASSO 4: Verificação da convergência

Se $(\{r_k^t\}\{z_k\})^{1/2} = \text{tolerância } (\{r_0^t\}\{z_0\})^{1/2}$ então

se $(\{r_k^t\}\{z_k\})^{1/2} >$ tolerância $(\{r_0^t\}\{z_0\})^{1/2}$ então

vá para o passo 2

fim se

senão

vá para o passo 2

fim se

Em geral, uma matriz de pré-condicionamento $[B]$ para ser adequada, deve atender requisitos básicos: seus componentes devem ser facilmente determinados além de não necessitar armazenamento excessivo em relação a matriz $[A]$; a solução do sistema $[B]\{z_k\} = \{r_k\}$ deve ser mais rápida que a solução do sistema $[A]\{x\} = \{b\}$, já que o mesmo será resolvido a cada iteração do algoritmo.

Define-se neste trabalho como matriz $[B]$, a diagonal da matriz dos coeficientes $[A]$, conforme mostrado a seguir;

$$\text{diag } [A_i] = \left[K_{Tetra}^{diag}\right] + \left[K_{Intf}^{diag}\right] \qquad i = 1, 2, \cdots, neq$$

$$[B_D]^{-1} = \text{diag}[A_i]^{-1} \tag{5.34}$$

Este pré-condicionador tem sido correntemente empregado devido à sua simplicidade de implementação, baixo número de operações envolvidas e efeito favorável de escalonamento de variáveis.

5.5.3.- ASPECTOS COMPUTACIONAIS – VETORIZAÇÃO E PARALELIZAÇÃO DO PCG.

O algoritmo PCG apresentado acima possui operações com um alto potencial de vetorização e paralelização, estas de acordo com [27], são as seguintes.

(i) Atualização dos vetores: $\{x\} = \{x\} + \alpha\{p\}$ (5.35)

Esta operação conhecida como *SAXPY*, na terminologia empregada no *BLAS* (*Basic Linear Algebra Subroutines*), [27] corresponde a uma única instrução vetorial. De forma geral, operações desta natureza são executadas de maneira bastante eficiente na maioria dos computadores vetoriais/paralelos com arquitetura de memória compartilhada.

(ii) Produtos internos : $\alpha \leftarrow \{r^t\}\{r\}$ (5.36)

Esta operação corresponde a uma única instrução vetorial e os comentários do item anterior são válidos também aqui.

(iii) Produto matriz-vetor: $\{v\} = [A]\{p\}$ (5.37)

De acordo com [27], produtos matriz-vetor podem em muitas situações serem computados com uma eficiência comparável às operações anteriores. Isto é tão verdadeiro quanto mais regular for a estrutura da matriz $[A]$. Entretanto, para matrizes esparsas, como as encontradas no Método de Elementos Finitos (MEF), o desempenho pode ser seriamente comprometido.

Devido a estas considerações e ao fato de no MEF a matriz global $[A]$ ser construída através de contribuições individuais dos elementos, torna-se mais eficiente, segundo [49], se avaliar o produto matriz-vetor a nível de elemento. Esta estratégia, apesar de requerer um número maior de operações aritméticas, tem a sua eficiência relacionada ao fato que efetuando-se as operações a nível de elemento não há a necessidade de introduzir nenhuma estrutura de dados adicional àquelas já presentes no MEF. Além disso, elimina a necessidade de armazenamento e tratamento da matriz

esparsa $[A]$. Existem algumas alternativas para a implementação do produto matriz-vetor a nível do elemento, [22].

(iv) Determinação da solução do sistema $[B]\{z\}=\{r\}$ (5.38)

No caso do pré-condicionador diagonal adotado, esta operação é equivalente a um produto matriz-vetor e não causa maiores problemas no que diz respeito à vetorização. Deve-se salientar que se armazena o inverso da diagonal.

5.5.4.- MULTIPLICAÇÃO MATRIZ-VETOR ELEMENTO POR ELEMENTO. ASPECTOS GERAIS , VETORIZAÇÃO E PARALELIZAÇÃO

No esquema de multiplicação matriz-vetor elemento por elemento (EPE) a matriz $[A]$ nunca é explicitamente formada, sendo o produto na verdade calculado como,

$$[A]\{p\}=\sum_{e=1}^{Nel}[A_e]\{p_e\} \qquad \text{onde} \quad Nel = Nel_{Tetra} + Nel_{Intf} \tag{5.39}$$

$$[A]\{p\}=\sum_{i=1}^{Nel}\left([K_{Tetra}]\{p_{Tetrai}\}\right)+\left([K_{Intf}]\{p_{Intf}\}\right) \tag{5.40}$$

onde *Nel* é o número Total de elementos da malha (elementos de interface mas elementos tetraédricos), $[A_e]$ são as matrizes dos elementos tetraédricos e interface ; $\{p_e\}$ são as componentes de $\{p\}$ restritas aos graus de liberdade do elemento. As matrizes dos elementos são armazenadas levando-se em conta sua simetria; no caso do elemento tetraedro armazenam-se 78 coeficientes e no elemento de interface armazenam-se apenas 18 coeficientes. Explorando-se ainda a estrutura particular do operador gradiente discreto dada na equação (5.16) a montagem da matriz de rigidez dos elementos elásticos tetraedros é efetuada em uma única vez no início do processo, apenas as matrizes dos elementos de interface são atualizadas nas iterações.

Para a implementação dos produtos matriz-vetor (*matvec*) foram efetuados arranjos independentes e específicos tanto para os elementos tetraédricos $([K_{Tetra}]\{p_{Tetrai}\})$ como para os elementos de interface $([K_{Intf}]\{p_{Intf}\})$, conforme mostrado na equação (5.40). No armazenamento da matriz de rigidez do elemento de

interface (equação 5.27) explorou-se todas as características simétricas das distintas fases da montagem conforme descrito a seguir na tabela 5.1.

Operações matriciais	$[D]$	$[B]$	$[D][B]$	$[B]^T[D][B]$	$[T]$	$[K_G^e]=[T]^T[K_l^e][T]$
Dimensão	[3x3]	[3x18]	[3x18]	[18X18]	[18X18]	[18X18]
N° de coeficientes armazenados por elemento	2	2	4	6	9	18

Tabela 5.1 - Demanda de memória para armazenamento dos operadores envolvidos na montagem do elemento de interface.

Desta forma, a montagem da matriz de rigidez a cada iteração, devido às características do problema, deixa de ser computacionalmente onerosa.

Na montagem do vetor de forças internas é utilizada a estratégia de fissuração hierarquizada, que limita em apenas um elemento fissurado por iteração. Para evitar operações vetoriais sob desvio condicional durante o cálculo das forças internas para os elementos de interface ainda íntegros (não fissurados), procede-se da seguinte maneira:

1° Laço para lista de elementos de interface ainda íntegros.

(i) calcule forças internas em regime elás*tico*.

(ii) Indique o elemento de interface mais solic*itado*.

(iii) Fim do laço.

2° Para o elemento de interface indicado como o mais solicitado, corrija o estado de tensões considerando a possibilidade de fissuração.

Em linhas gerais a implementação do produto matriz-vetor (matvec) segundo a estratégia EPE (elemento por elemento) é dada pela seqüência de operações a seguir:

(i) Localiza-se as componentes do arranjo global $\{p\}$ para os graus de liberdade do elemento, ou seja restrinja $\{p\}$ a $\{p_e\}$;

(ii) Compute o produto matriz-vetror $\{ap_e\}=[A_e]\{p_e\}$

(iii) Espalhe o resultado $\{ap_e\}$ para os graus de liberdade globais do problema, ou seja espalhe $\{ap_e\}$ para $\{ap\}$ acumulando os resultados

Em particular, a fase *(iii)* pode apresentar inibidores à vetorização do processo e para isso emprega-se um tratamento especial aos dados do problema. A solução sugerida por [56], é de se agrupar os elementos em blocos inteiramente disjuntos, onde nenhum elemento possua um nó (grau de liberdade) comum (ver **figura 5.8**). Para implementação aqui descrita empregou-se esquemas independentes e específicos de blocagem para os elementos tetraédricos e elementos de interface.

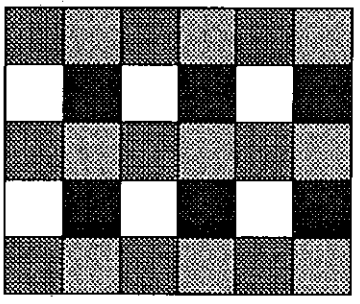


Figura 5.8 - Ilustração reordenação dos elementos em blocos
Elementos da mesma cor não possuem nó em comun.

As operações de localização item *(i)*, e espalhamento item *(iii)* ou globalização, são efetuadas através dos arranjos *Im(Nelt,nd)* para elementos tetraedros e *Imi(Neli,nd)* para elementos de interface. Estes arranjos definem o mapeamento entre os graus de liberdade locais do elemento e os graus de liberdade globais do problema. Sendo que este mapeamento está geralmente presente na maioria das implementações do MEF [55].

CAPÍTULO 6

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nos itens a seguir apresentam-se simulações numéricas realizadas com as ferramentas descritas nos capítulos anteriores. Inicialmente são apresentadas simulações 2D baseadas em ensaios experimentais de vigas realizadas no TU - Delft – Holanda e em ensaios experimentais de modelos de barragens realizados no ISMFS na Itália. Em seguida simulações 3D são comparadas com resultados numéricos da bibliografia para aferir a implementação 3D do modelo probabilístico.

6.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 2D

O modelo probabilístico do LCPC, foi validado para valores de V_t/V_g (formulas (2,7) a (2.9)) situados entre 10^3 e 10^4 ([73] a [78]). Dentro do escopo da presente tese, foram realizadas simulações para valores de V_t/V_g menores que 10^3 a fim de verificar a sensibilidade do modelo para malhas relativamente refinadas (em relação ao volume do agregado). Mais ainda foram escolhidos para análise exemplos de estruturas com entalhes, para que efeitos de concentração de tensões pudessem ser evidenciados.

6.1.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 2D DE VIGA COM ENTALHE ENSAIADA NA TU-DELFT

O exemplo para análise corresponde a uma viga ensaiada na Universidade de Delft, Holanda [53] (ver **figura 6.1**).

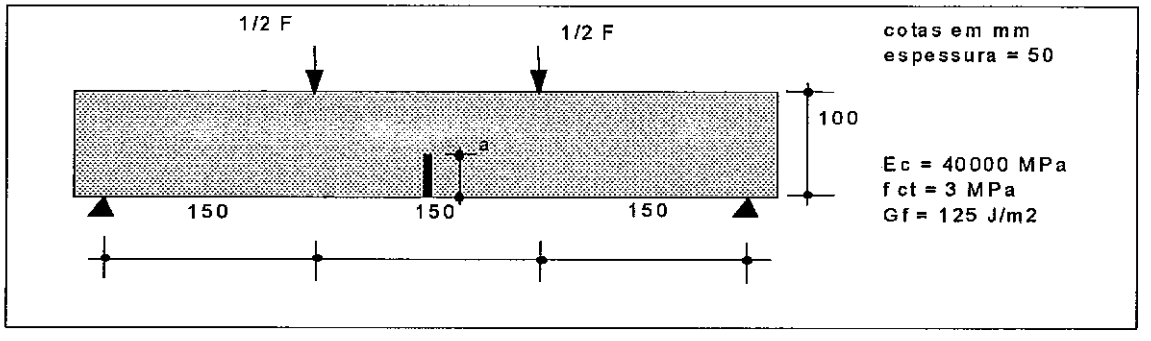
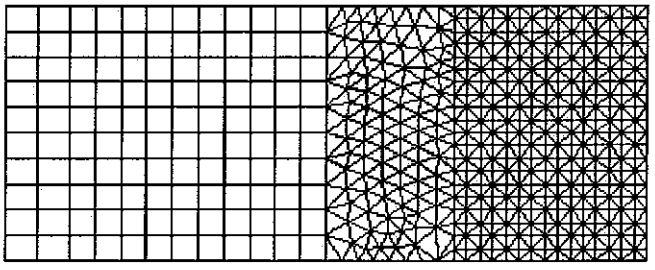


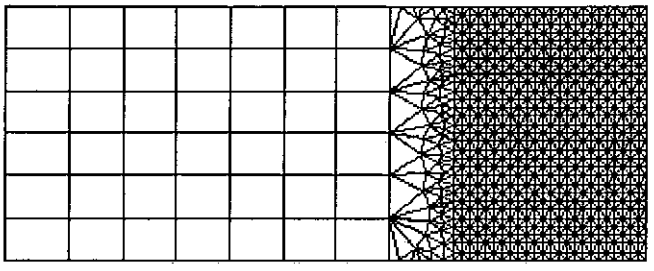
Figura 6.1- Viga ensaiada em Delft [53]

Esta viga foi ensaiada tendo em vista a calibração e verificação de modelos numéricos implementados no programa DIANA desenvolvido pela TU-Delft. O concreto utilizado no ensaio tem as seguintes caraterísticas: modulo de elasticidade 4000.00 MPa, resistência a tração f_{ct} 3.0 MPa, Energia de fissuração G_f 125 J/m^2 , tamanho máximo do agregado 8 mm.

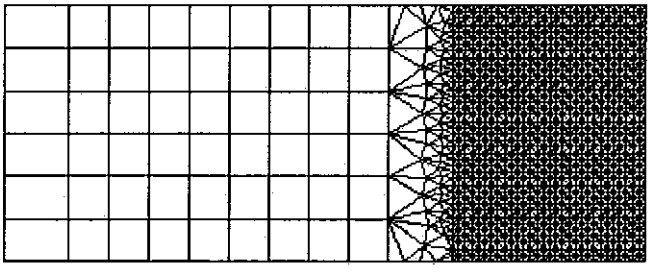
Para análise com modelo probabilístico utilizamos três diferentes malhas (A,B e C) mostradas na **figura 6.2**. Os elementos de interface localizam-se nas regiões de malha mais refinada.



(a) - Malha A.



(b) - Malha B.



(c)- Malha C.

Figura 6.2- malhas utilizadas para simulação da viga de Delft.

Os valores de V_f/V_g destas malhas correspondem a 4.66 , 2.03 e 1.16, indicando os seguintes valores para $f_{ct,\mu}$, $f_{ct,\sigma}$, $E_{c,\mu}$ e $E_{c,\sigma}$ dados pelas fórmulas (2.7) a (2.9) do capitulo 2.

Malha A		Malha B		Malha C	
$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
4.77	1.29	5.63	1.75	6.30	2.15
$E_{ct,\mu}$	$E_{ct,\sigma}$	$E_{ct,\mu}$	$E_{ct,\sigma}$	$E_{ct,\mu}$	$E_{ct,\sigma}$
4000.00	4451.00	4000.00	5229.00	4000.00	5824.00

Tabela 6.1 – Parâmetros estatísticos com formulação do Rossi para malhas A - B – C. Valores em MPa.

Os valores acima correspondem a diagramas P - δ consideravelmente afastados dos diagramas obtidos experimentalmente. Assim sendo, procedemos à analise inversa segundo metodologia descrita no capitulo 3.

Os conjuntos de treinamento para as redes neurais são mostrados na **tabela 6.2**.

Malha A (5 mm / região de malha mais refinada onde se localizam os elementos de interface)		Malha B. (3.33 mm / região de malha mais refinada onde se localizam os elementos de interface)		Malha C. (2.5 mm / região de malha mais refinada onde se localizam os elementos de interface)	
$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
9.0	7.0	12.0	9.0	12.0	8.0
11.0	9.0	14.0	11.0	14.0	10.0
13.0	11.0	16.0	13.0	16.0	12.0
15.0	13.0	18.0	15.0	18.0	14.0
17.0	15.0	20.0	17.0	20.0	16.0

Tabela 6.2 - Valores de trenamento da RNA -TDNN. Valores em MPa.

Cada par ($f_{ct,\mu}$, $f_{ct,\sigma}$) corresponde então a uma das simulações de Monte Carlo, obtida no caso dos conjuntos de treinamento acima referenciados para 48 realizações (48 amostras por simulação).

As curvas P - δ médias para estas simulações são mostrados nas **figuras 6.3 a,b,c**.

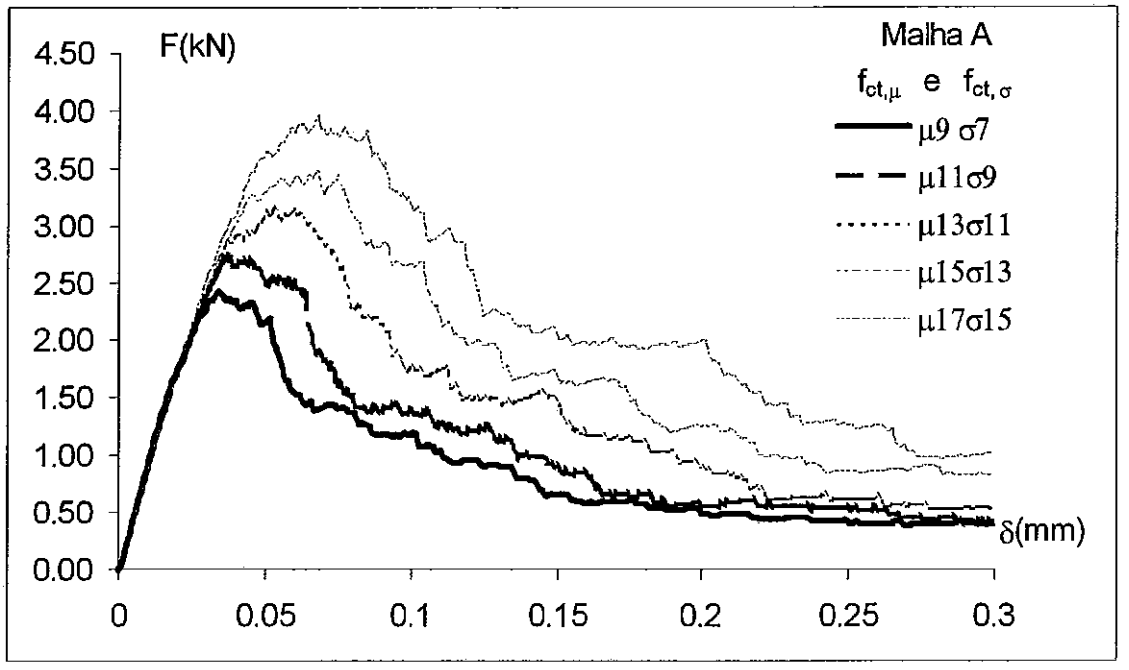


Figura 6.3 - (a) Curvas P^{media} - δ das simulações de Monte Carlo direto / Malha A.

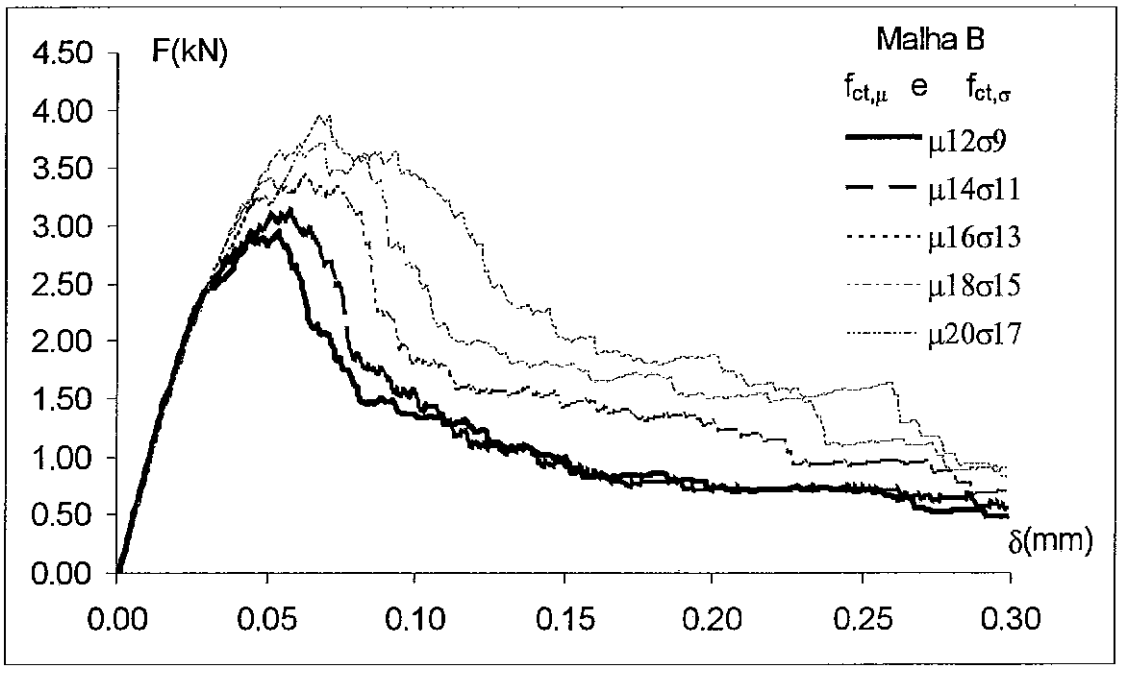


Figura 6.3 – (b) Curvas P^{media} - δ das simulações de Monte Carlo direto / Malha B.

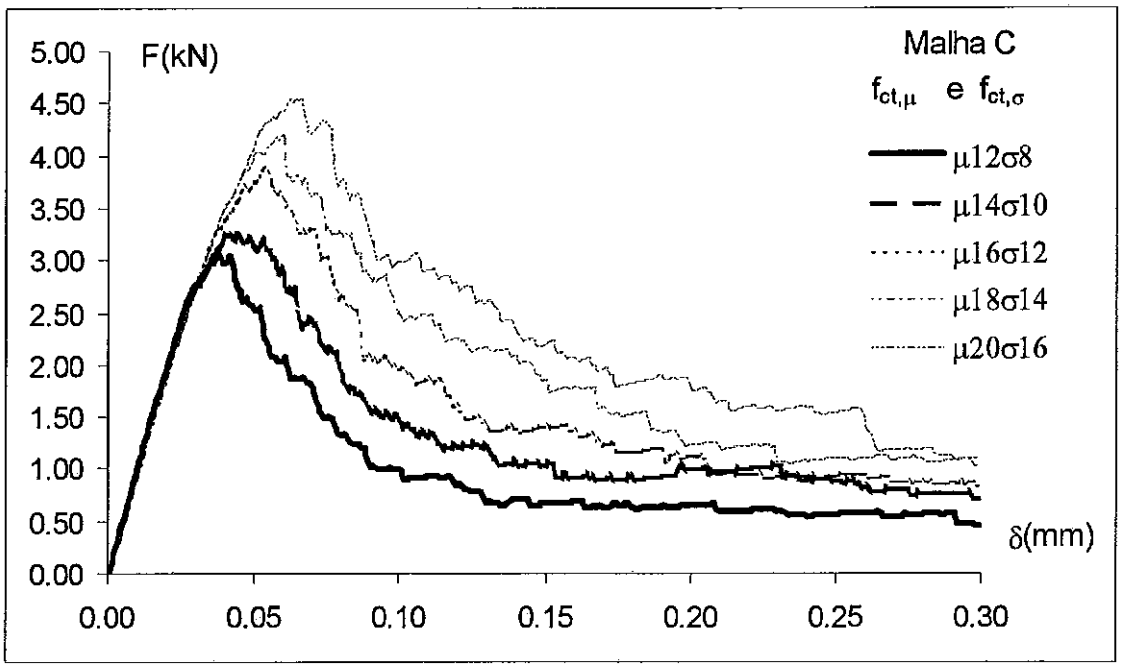


Figura 6.3 – (c) Curvas P^{media} - δ das simulações de Monte Carlo direto / Malha C.

As curvas P - δ médias mostradas nas figuras 6.3 a, b, c, possuem ruídos que podem prejudicar a análise inversa por redes neurais. Assim sendo foi realizada uma filtragem com a utilização de séries de termos reais (Dirichlet). As curvas filtradas são mostradas a nas **figuras 6.4 a, b e c**.

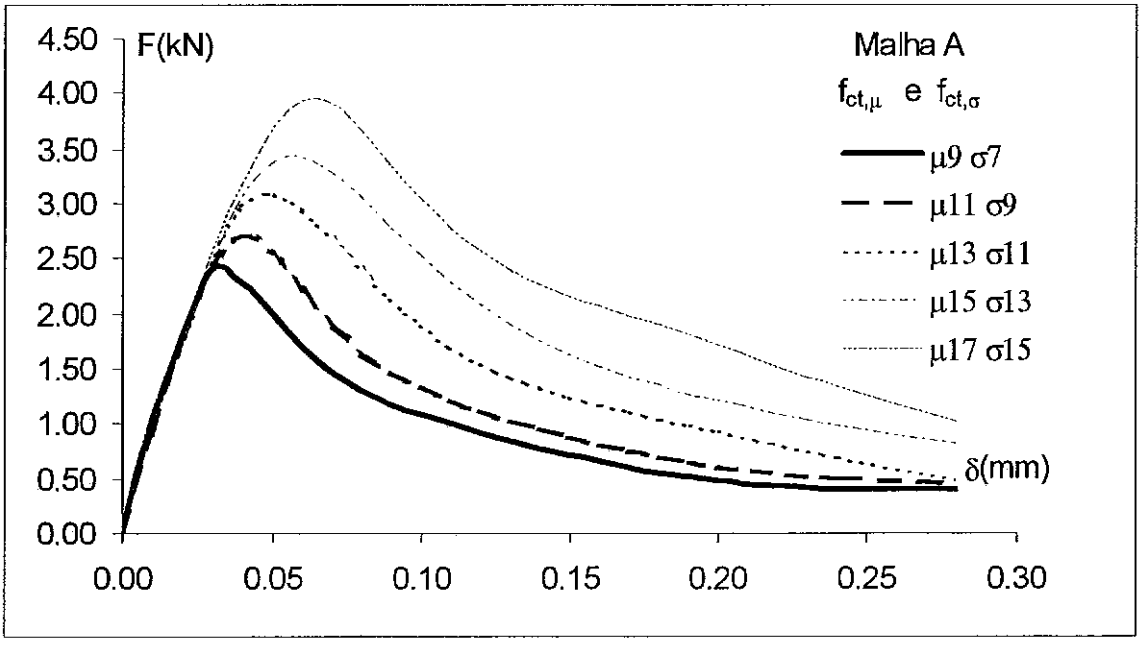


Figura 6.4 – (a) Curvas ajustadas P^{media} - δ das simulações de Monte Carlo direto / Malha A.

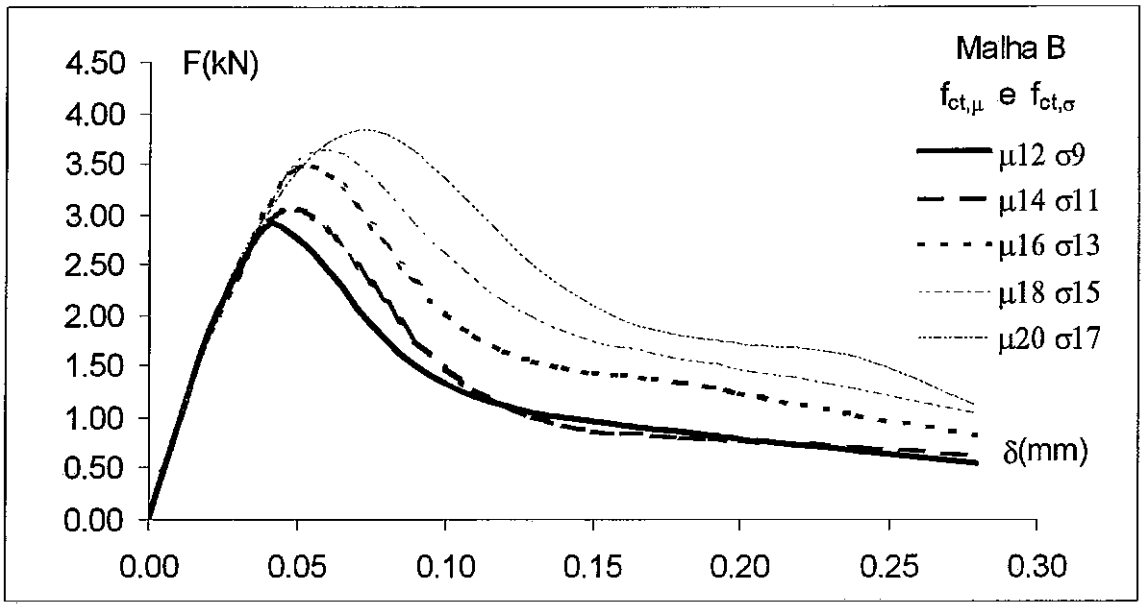


Figura 6.4 – (b) Curvas ajustadas P^{media} - δ das simulações de Monte Carlo direto / Malha B.

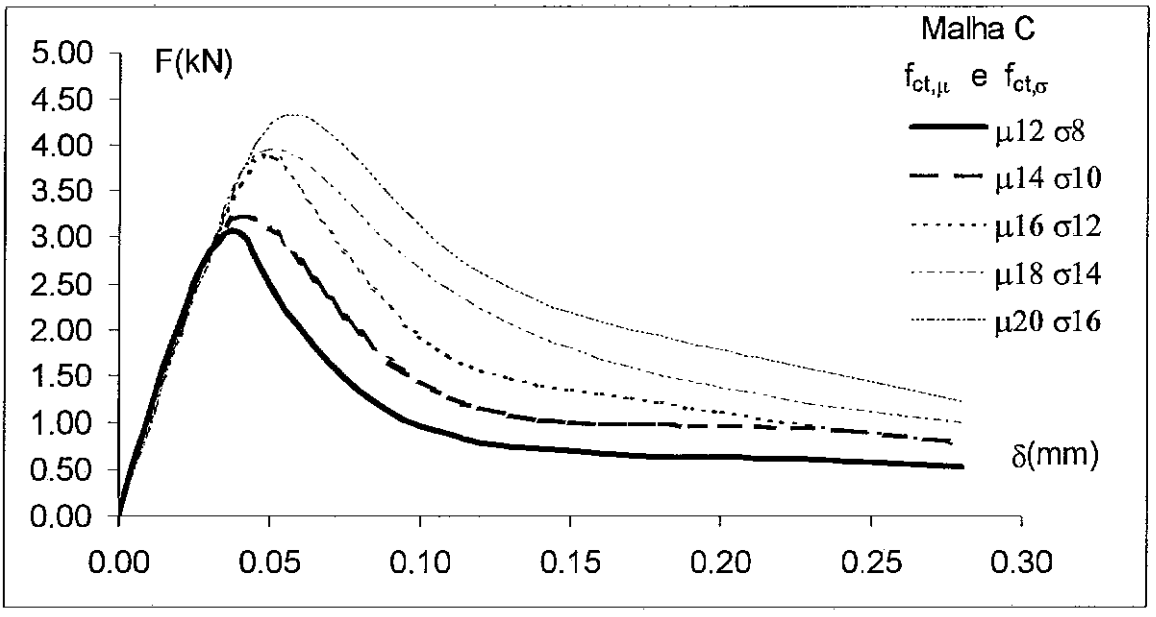


Figura 6.4 – (c) Curvas ajustadas P^{media} - δ das simulações de Monte Carlo direto / Malha C.

De posse dos conjuntos de treinamento, fez-se a Rede Neural ajustar seus pesos de tal forma que pudessem aprender o padrão desejado. Foi utilizada uma RNA *TDNN (Time Delay Neural Network)* com três camadas, algoritmo de aprendizado do tipo Retropropagação (*Backpropagation)*, e função de ativação sigmóide.

A camada de entrada era composta de 31 neurônios, uma vez que as curvas P^{media} - δ, usadas como *entrada*, foram definidas através de 31 valores discretos de cargas P correspondentes a deslocamentos que foram tomados iguais para todas as curvas.

A camada de saída tinha apenas dois neurônios referentes à média ($f_{ct,\mu}$) e ao desvio padrão ($f_{ct,\sigma}$) da resistência à tração do corpo da viga analisada.

Um esquema da RNA utilizada para esse treinamento está na **Figura 6.5**.

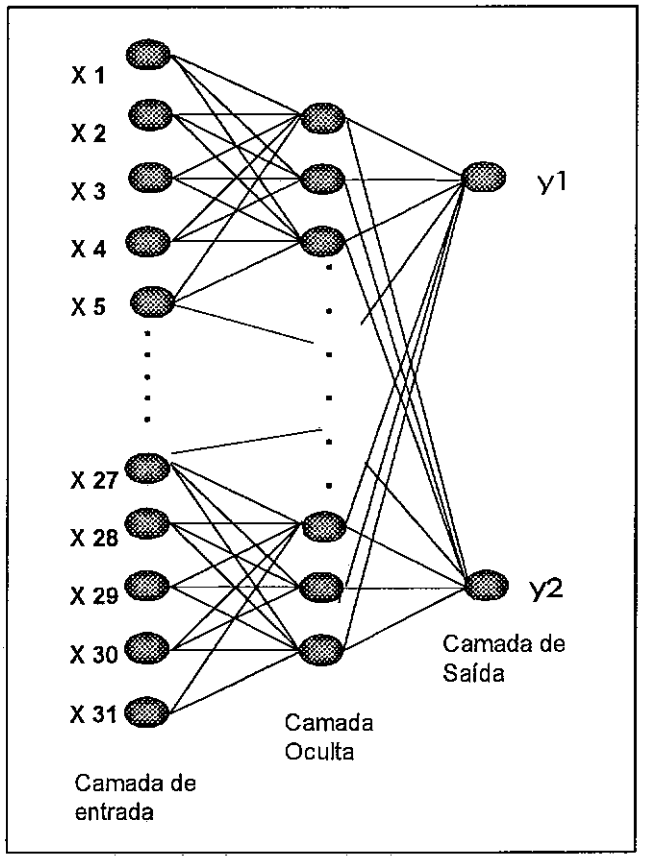


Figura 6.5 - Esquema da RNA TDNN.

Assim que a RNA concluiu seu aprendizado, foi possível resolver o problema inverso definindo no capitulo III pela figura 3.3, isto é, entrar com os valores discretos (31 valores) da curva experimental P - δ e descobrir qual o par, $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$, corresponde a esta curva dada como entrada.

Os valores fornecidos pela rede neural artificial são dados na **tabela 6.3.**

Malha A		Malha B		Malha C	
$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
15.23	13.23	17.99	14.99	18.13	14.39

Tabela 6.3. Resultados da retroanálise neural para as malhas A-B-C. Valores em MPa.

Com estes parâmetros foram então realizadas análises probabilísticas. A **figura 6.6** mostra as curvas P^{media}-δ das simulações de Monte Carlo (48 amostras por simulação, conforme mostrado na **figura 6.7**), comparadas ao resultado experimental.

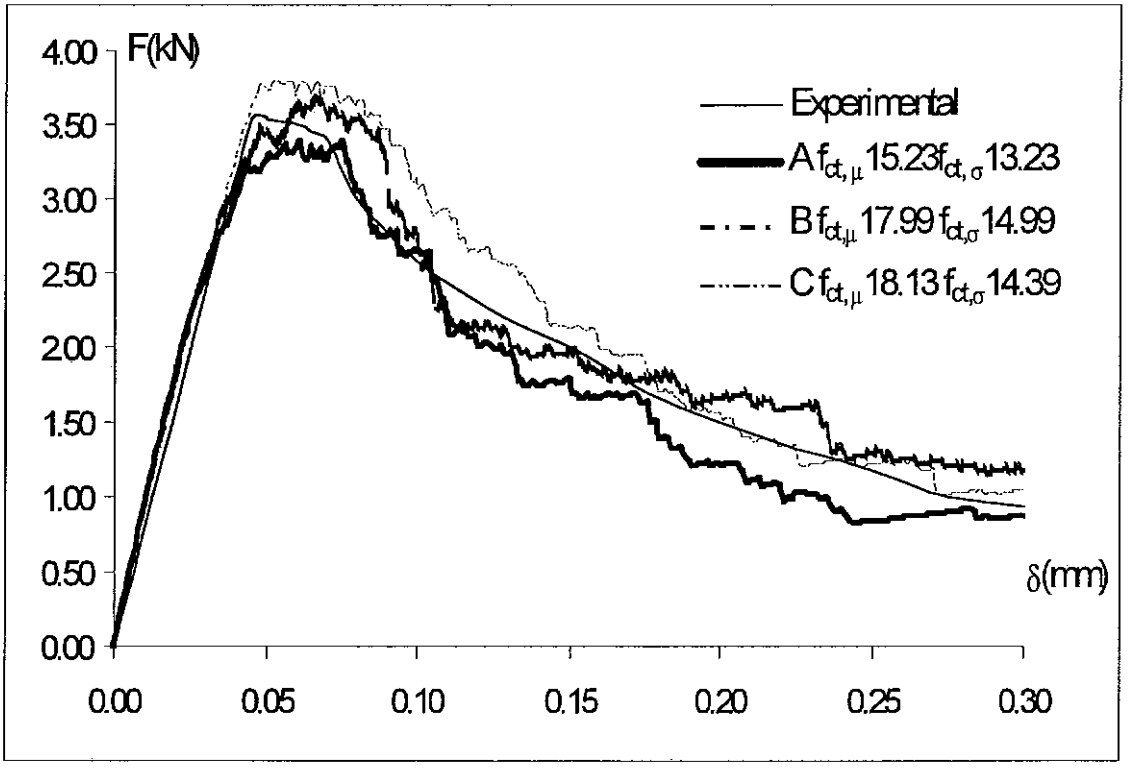


Figura 6.6 - Comparação da curva experimental e as curvas Numéricas P^{media} – δ determinadas com parâmetros de analise inversa.

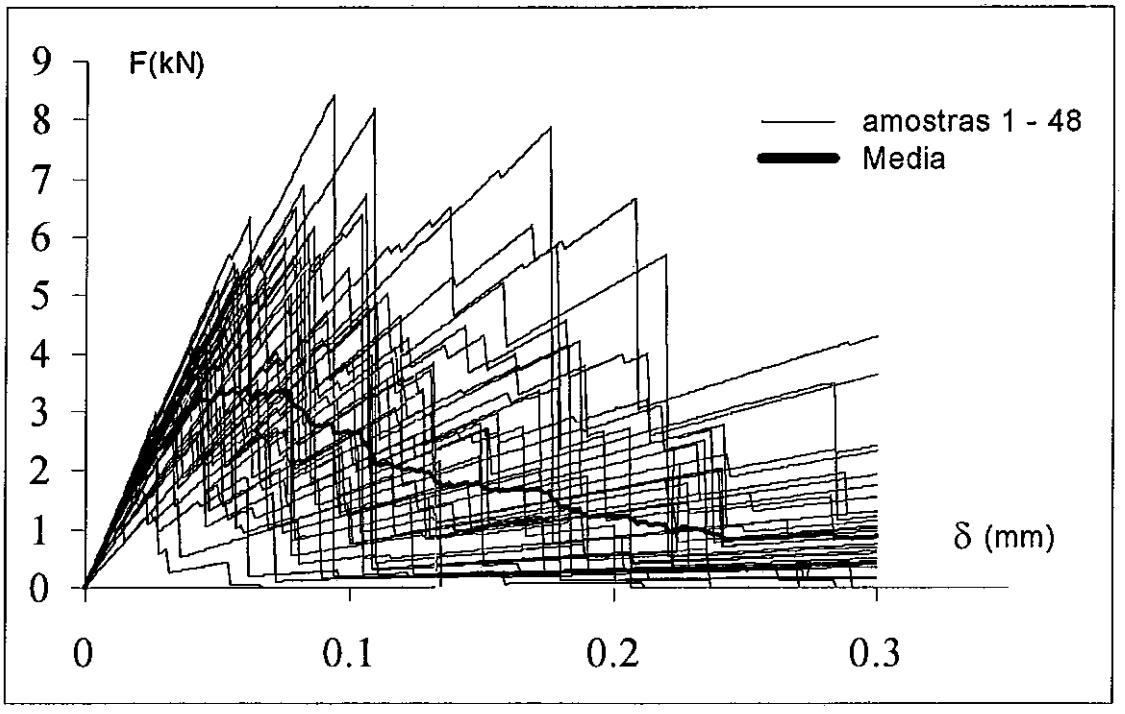


Figura 6.7 – Simulação Probabilística da malha A com parâmetros estatísticos dados pela analise inversa

Na **figura 6.8** são apresentadas algumas configurações para fissuração da malha A.

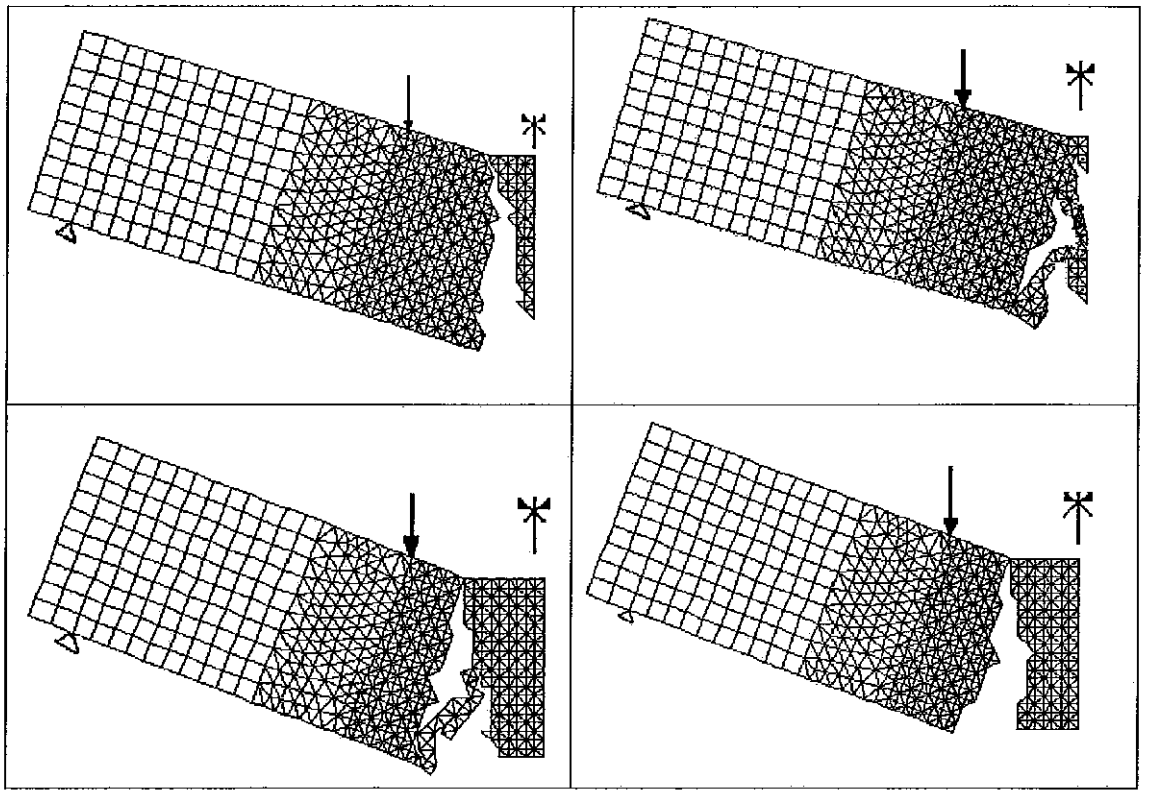


figura 6.8 - Algumas configurações de fissuração.

Para que pudesse ser realizada uma comparação numérica o mesmo problema foi analisado com modelo determinístico coesivo. Dois tipos de equações constitutivas mostradas na **figura 6.9** foram utilizadas para representar a região de *softening*; uma linear e a outra não linear.

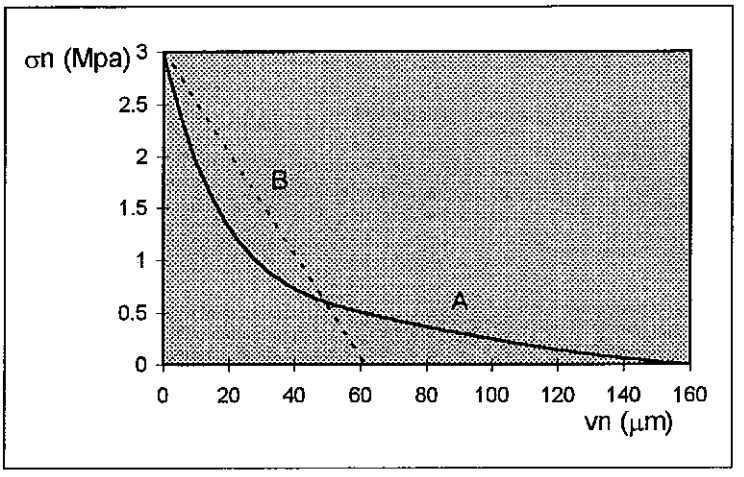


Figura 6.9 - Equações constitutivas para o modelo coesivo determinístico.

As duas relações constitutivas correspondem à mesma energia de fissuração G_f= 125 J/m^2 correspondente aos ensaios realizados em corpos de prova. A lei constitutiva não linear é dada pela equação (6.1) cujos parâmetros foram obtidos conforme a ref. [35] por análise inversa.

$$\frac{\sigma_n}{f_{ct}} = \left[1+\left(c_1\frac{w_n}{w_{ult}}\right)^3\right]\exp\left(-c_2\frac{w_n}{w_{ult}}\right)-\frac{w_n}{w_{ult}}\left(1+c_1^3\right)\exp\left(-c_2\right) \qquad (6.1)$$

onde:

$$c_1 = 3.0 \qquad c_2 = 6.93 \quad \text{e} \quad w_{ult} = 5.14 G_f / f_{ct}$$

A malha utilizada para o modelo determinístico é mostrada na **figura 6.10**, sendo que neste caso os elementos de interface são dados apenas na linha do eixo de simetria já que esta é a única possibilidade de fissuração no modelo determinístico para uma viga com entalhe.

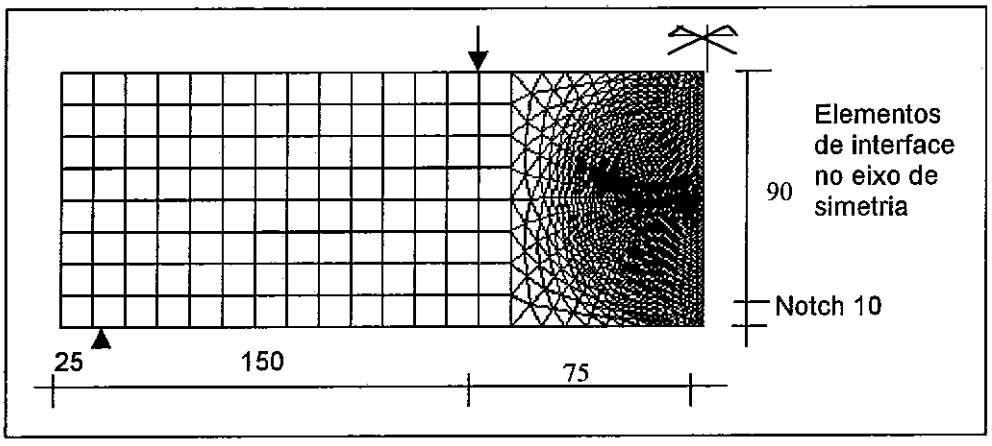


Figura 6.10 - malha do modelo determinístico.

As curvas P-δ. obtidas pelas análises determinísticas e probabilísticas co mparadas com resultado experimental são mostradas na **figura 6.11**.

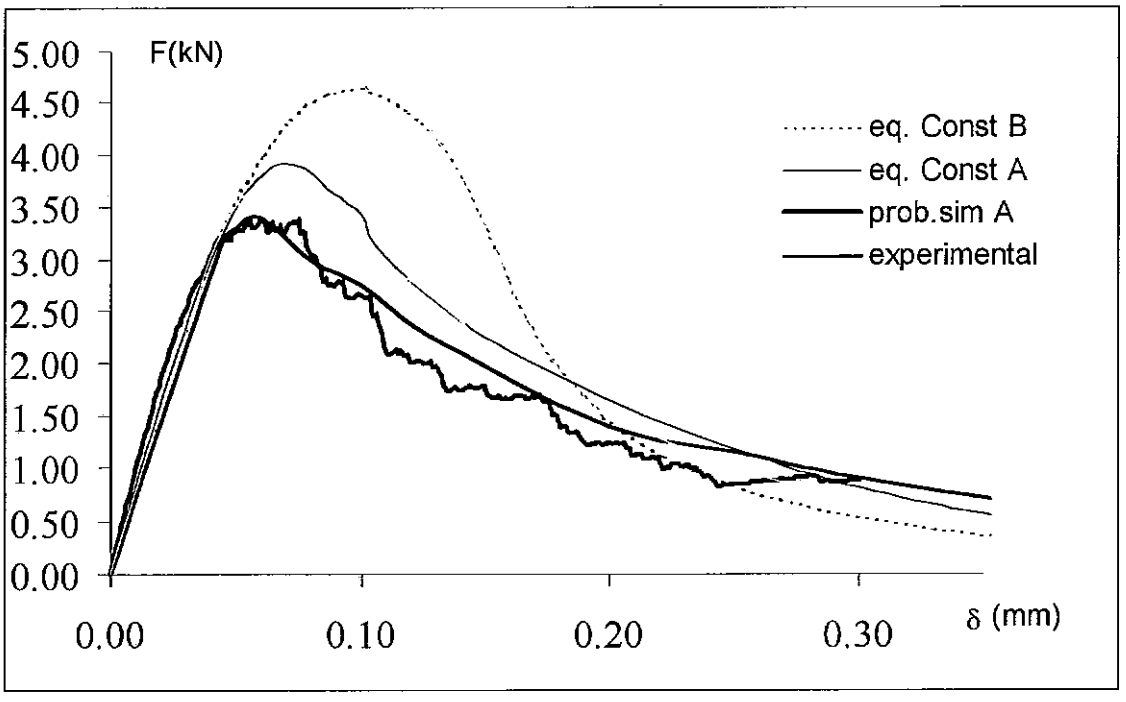


Figura 6.11 – Comparação entre determinístico, probabilístico, experimental .

Em vista dos resultados apresentados pelas simulações numéricas 2D da viga de Delft, podemos apresentar as considerações a seguir:

a) o procedimento de análise inversa introduzido no capítulo 3 desta tese permite que sejam determinados parâmetros estatísticos correspondentes à distribuição espacial aleatória das resistências á tração do concreto. Desta

forma pode ser realizada uma análise se não impossível, extremamente difícil do ponto de vista experimental.

b) As formulas (2.7) a (2.9) propostas por Rossi [73] , apresentadas no capitulo 2 desta tese, apresentam valores de média e desvio padrão consideravelmente mais baixos que aqueles fornecidos pela análise inversa que correspondem à curva P-δ obtidos experimentalmente. Uma comparação destes valores é mostrada na **tabela 6.4**.

Comparação dos parâmetros estatísticos						
	Malha A		Malha B		Malha C	
	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
RNA	15.23	13.23	17.99	14.99	18.13	14.39
Rossi	4.77	1.29	5.63	1.75	6.30	2.15

Tabela 6.4 - Comparação dos parâmetros estatísticos ; resultado da analise inversa com RNA e resultado da formulação do Rossi para as malhas A – B – C. Valores em MPa.

Uma nova regressão que incorpora estes valores assim como uma interpretação das possíveis causas de diferenças mostradas na **Tabela 6.4** serão apresentadas no final deste capitulo.

c) É importante que seja relatado que os valores de resistências individuais à tração obtidos por sorteio quando da execução do método Monte Carlo, quando são negativos sejam truncados para zero, ou seja; $f_{ct,i} = 0$ para $f_{ct,i} < 0$. Esta situação acontece com bastante freqüência para os exemplos analisados, já que o desvio padrão é consideravelmente alto em relação à média. Assim sendo, o fato de termos um certo número de elementos de interface com resistência à tração inicial igual a zero indicaria um estado de fissuração inicial, ou também regiões fracas na interface agregado-pasta, regiões estas que podem fazer parte do modelo já que o elemento finito tem tamanho próximo ao tamanho dos agregados.

d) Os padrões de fissuração obtidos pelo modelo probabilístico (**figura 6.7**) são mais realistas do que aqueles obtidos pelo modelo determinístico, fato que ficará ainda mais patente com a análise dos modelos de barragens apresentadas no próximo item.

e) A analise determinística indica boa correlação com a experiencia para a lei de cedência (*softening)* não-linear dada pela equação (6.1). Entretanto para a lei linear com mesma energia de fissuração G_f os resultados não simulam tão perfeitamente a experiência. Cabe lembrar que um ajuste de analise inversa foi realizado para a obtenção da equação (6.1).

f) A **figura 6.6** indica que se utilizados os valores de $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$ determinados pela análise inversa a resposta do problema probabilístico independe da malha utilizada indicando objetividade da solução

6.1.2 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 2D DE MODELOS REDUZIDOS DE BARRAGENS

A presente análise, realizada em conjunto com outros trabalho de pesquisa [28], corresponde aos modelos de barragens de gravidade ensaiados nos laboratórios ISMES (Bergamo – Itália) e ANEL-CCRIS (Milão – Itália) [70].

Segundo as referências acima, a análise experimental constou de modelos reduzidos de barragens nas escalas 1:150 (3 modelos), 1:100 (3 modelos) e 1:40 (2 modelos).

Para simulação do peso próprio em escala, os modelos em escala 1:100 e 1:150 foram centrifugados e o modelo na escala 1:40 teve aplicação de cargas verticais através de macacos hidráulicos. As cargas hidráulicas foram simuladas através de um mecanismo de aplicação de pressão (modelos 1:100 e 1:150), e através de macaco hidráulico para o modelo 1:40.

Os modelos das escalas 1:150 e 1:100 foram produzidos com um micro concreto, onde o tamanho máximo do agregado era de 12.0 mm. A **tabela 6. 5** lista valores médios que caracterizam os parâmetros de material.

Escala do modelo	Tensão de tração f_{ct} MPa.	Modulo de Elasticidade MPa.	Peso especifico kg/m^3	Poisson ν	Na base P_1 kPa	N	t.h.p_2 N	Espessura mm
1:100	2.6	27580	2287	0.15	816.4	42.249	1	120
1:150	2.6	27580	2287	0.15	861.3	20.692	1	80

Tabela 6. 5 - Parâmetros de material e características do ensaio

A geometria e caraterísticas dos carregamentos aplicados aos modelos 1:150 e 1:100 estão mostrados na **figura 6.12** .

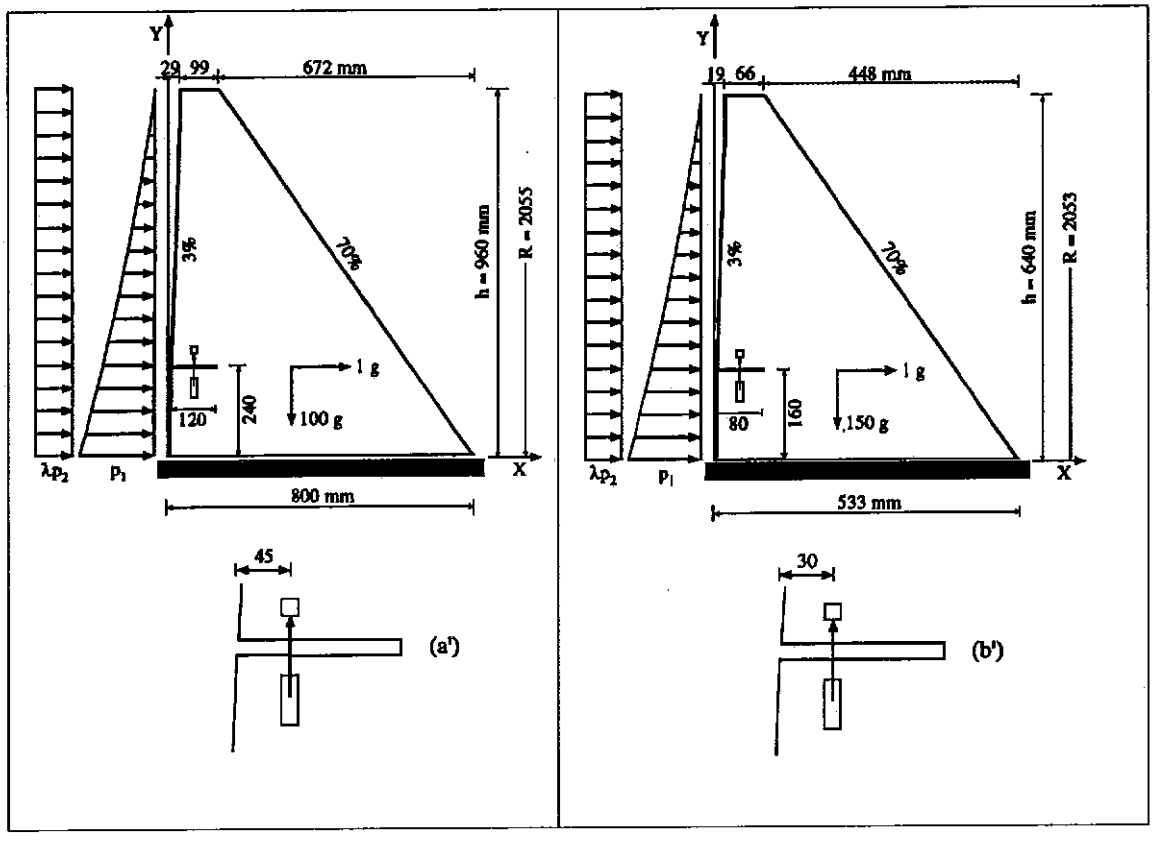


Figura 6.12 - Modelos de barragens de gravidade esc.: 1:100 esc.: 1:150. Com detalhe da posição de leitura da abertura do entalhe (CMOD) (a'), (b').

Para estes ensaios em modelos 1:150 e 1:100, a aceleração foi produzida por centrifugação (ver **figura 6.13**) sendo que os valores nominais de 100g e 150g referem-se à posição do entalhe.

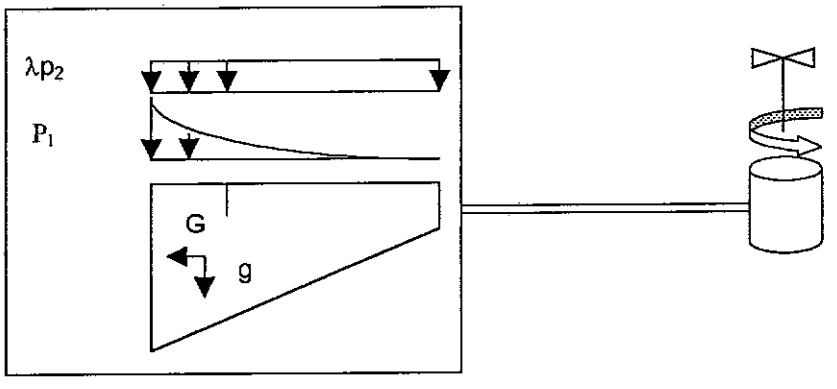


Figura 6.13 – Esquema de centrifugação.

O diagrama do pressões uniforme λp_2 é aquele que controla a evolução do ensaio, e é aplicado através de controle da pressão da água de uma câmara de borracha em contato com a face (a montante) da barragem. O diagrama de pressões parabólico p_1 (**figura 6.12**) é conseqüência da aceleração forçada pela centrifugadora atuando na coluna de água.

O valor lido do deslocamento relativo da abertura do entalhe *(CMOD Crack Mounth Opening Displacements)* no entalhe foi usado para controlar a evolução do ensaio (como sinal de retroalimentação (*feedback*)), que foi realizado até ser atingido o colapso da estrutura.

As três principais etapas de procedimento do ensaio são sintetizadas a seguir:

- Etapa 1: Providenciar um nível de aceleração requerida (100g e 150g para os modelos na escala 1:100 e 1:150, respectivamente), ate que os sinais medidos pelo transdutor se estabilizem;

- Etapa 2: Preenchimento da câmara com água tal que a pressão na mesma simule o nível de máxima pressão hidrostática (diagrama p_2 da figura 6.13);

- Etapa 3: Pressurização da água na câmara ocasionando crescimento da fissura no modelo (diagrama p_1 da **figura 6.12 e 6.13**).

Na etapa2, o preenchimento da água da câmara é realizado de forma contínua, a uma taxa de 15 Kpa/min na parte de baixo da câmara de borracha.

Na etapa 3, é produzido um incremento de pressão para se obter uma razão do deslocamento relativo (CMOD) na ordem de $0,6 \times 10^{-6}$ m/min.

Quanto aos modelos de gravidade com escala 1:40, dois modelos com espessura de 300 mm e 600 mm, foram submetidos ao carregamento equivalente à carga hidráulica e ao peso próprio.

Os modelos possuiam um entalhe horizontal que localizava-se a ¼ da altura, com a razão de profundidade do entalhe de 0,1 e 0,2 respectivamente (ver **figuras 6.14 e 6.15**).

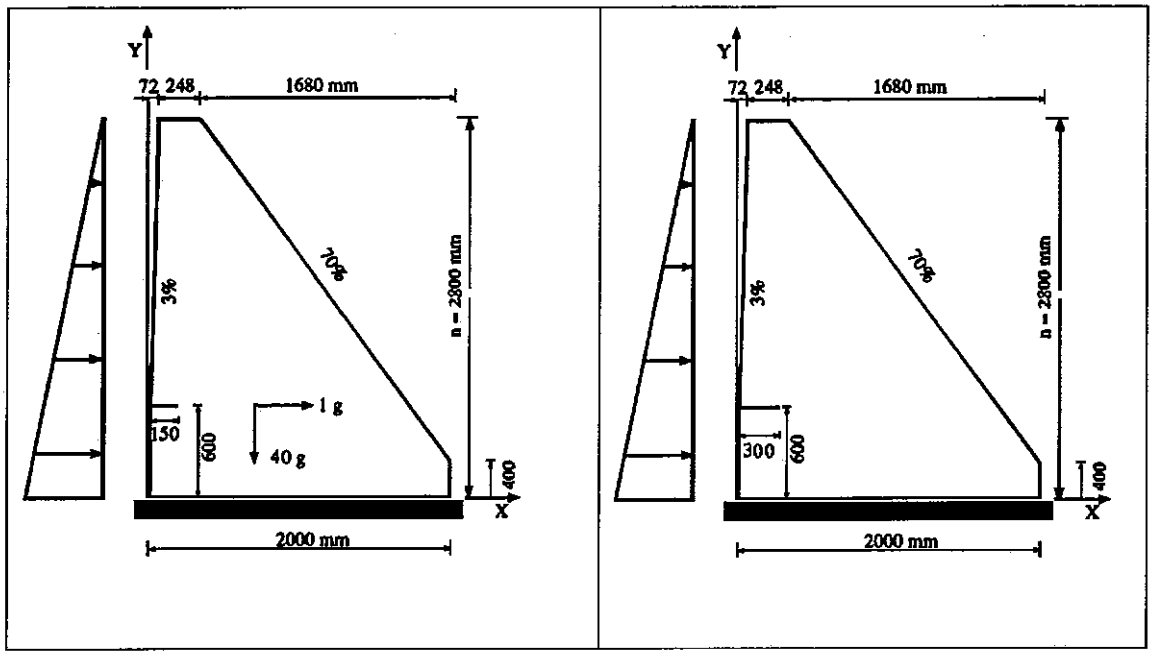


Figura 6.14 - Modelos de barragens escala 1:40 AEd. e AEe. A diferença essencial dos modelos esta na profundidade do entalhe (*notch*) e na aplicação do peso próprio.

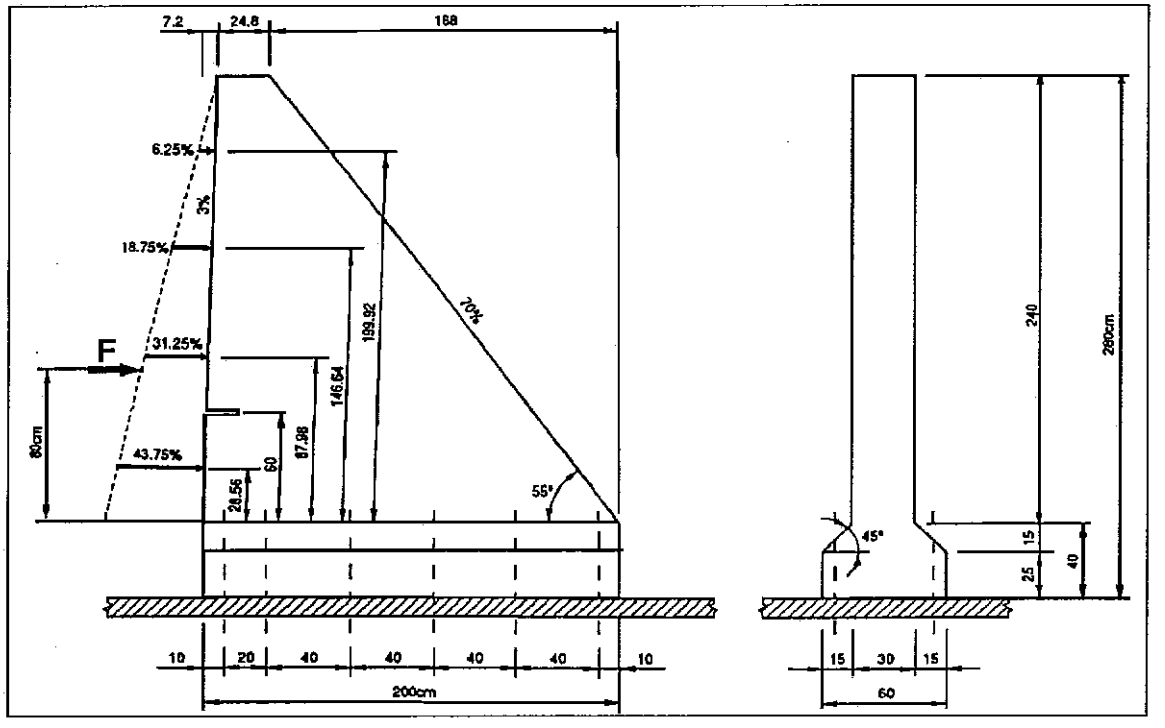


Figura 6.15 – Detalhes das análises esc: 1:40: carregamento, e reforço na espessura.

Nos modelos de escala 1:40, [16] utilizou-se concreto com agregado de tamanho máximo de 25.0 mm. A **tabela 6. 6** lista os parâmetros de material dos ensaios.

Escala do modelo	Tensão de tração f_{ct} MPa.	Modulo de Elasticidade MPa.	Peso especifico. Kg/m^3	Poisson. ν
1:40	3.6	35700	2400	0.1

Tabela 6. 6 - Parâmetros de material dos ensaios de escala 1:40.

Com objetivo de reproduzir aproximadamente a distribuição da tensão correspondente ao peso próprio, foi utilizado um sistema de força discreta vertical (**figura 6.16**).

O volume total de cada modelo foi subdividido em porções do elemento, e as forças equivalentes, assim como o centro de gravidade, foram estimados. Isto foi feito por intermédio de um sistema de barras horizontais concentradas até à fundação.

A carga hidráulica foi simulada por meio de um servo controlador com capacidade de 2000 KN. Esta força foi distribuída em cargas concentradas com intensidade crescente, de acordo com a profundidade da barragem. (ver **figura 6.15**).

O deslocamento relativo da abertura das faces do entalhe (CMOD) foi utilizado com sinal de retorno (*feedback*) do servo controlador. No início do processo de fissuração os testes foram conduzidos pelo crescimento do CMOD a uma taxa de 1,2 x 10^{-6} m/min.

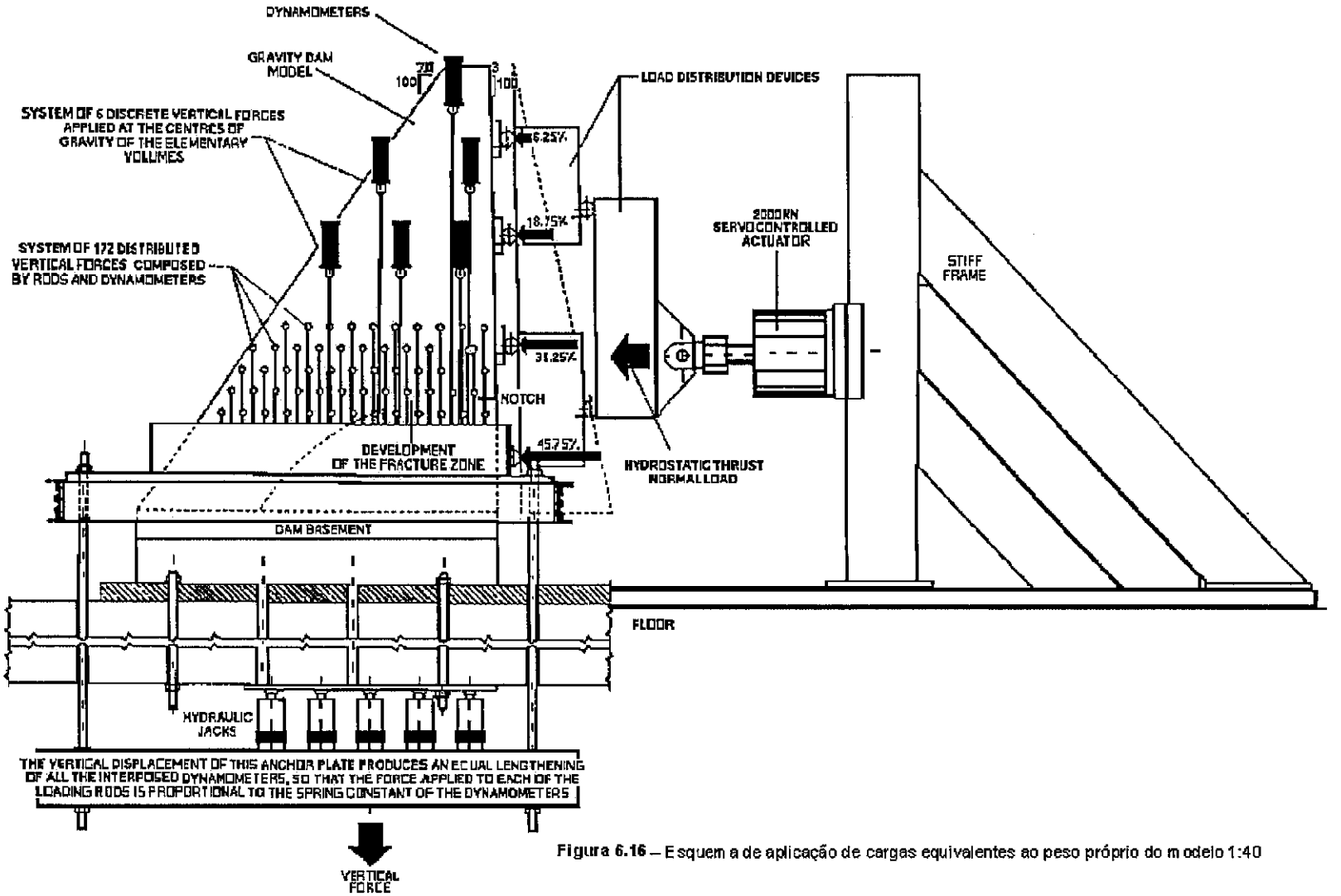


Figura 6.16 – Esquema de aplicação de cargas equivalentes ao peso próprio do modelo 1:40

Resumindo as análises experimentais realizadas pode-se agrupá-las da forma definida a seguir, estabelecendo nomenclaturas para serem referenciadas pela simulação computacional.

AEa. Ensaio sobre modelos em escala 1:100. Foram construídos três modelos iguais e realizados três ensaios de forma repetitiva, sendo considerados resultados os resultados médios destes três ensaios.

AEb. Ensaios sobre modelos em escala 1:150. Foram construídos três modelos iguais e realizados três ensaios de forma repetitiva, sendo considerados como resultados os resultados médios destes três ensaios.

AEc. Ensaio sobre um modelo na escala 1:40 (entalhe 150 mm) com simulação do peso próprio. O colapso do modelo não foi originado por fissuração na seção do entalhe mas ocorreu a partir de uma falha instável na seção da fundação que mostrou-se mais fraca que a seção do entalhe.

AEd. Ensaio sobre o mesmo modelo do ensaio AEc (entalhe 150 mm) que teve as fissuras que ocorreram na fundação coladas e a seção da fundação reforçada.

AEe. Ensaio sobre o modelo na escala 1:40 (entalhe 300 mm) sem simulação do peso próprio.

A análise AEc será mostrada posteriormente aos procedimentos de análise inversa já que a forma instável e frágil da ruptura não permite uma determinação dos parâmetros caraterísticos.

A analise AEd não será simulada numericamente já que a bibliografia disponível não especifica os procedimentos de reforço da estrutura.

As malhas de elementos finitos utilizadas para cada um dos modelos analisados numericamente estão mostradas nas **figura 6.17** . Os elementos de interface localizam-se nas regiões de malha mais refinada.

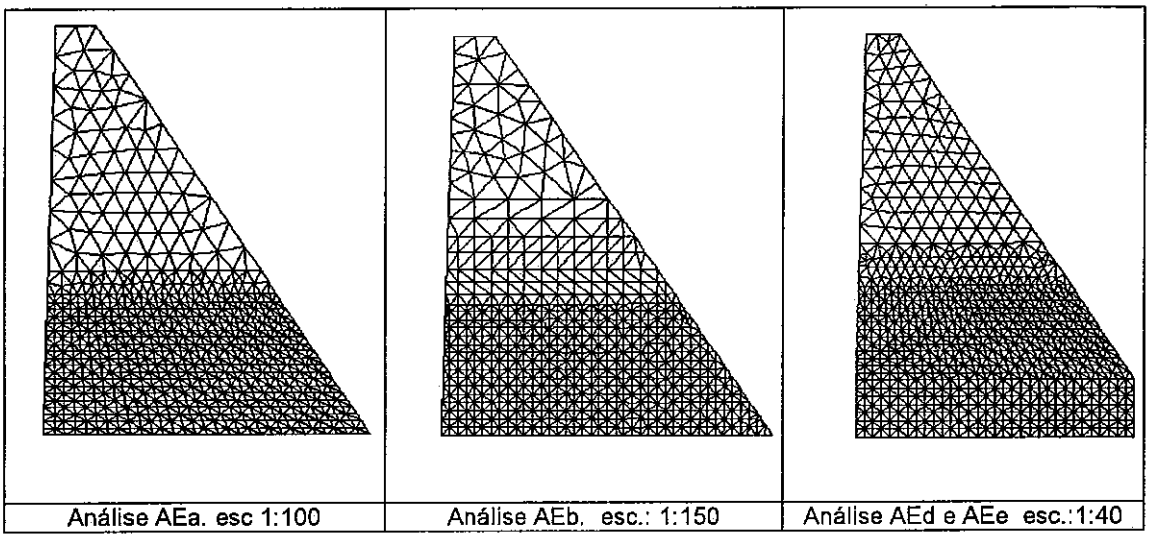


Figura 6.17 - Malhas das barragens.

Utilizando a formulação de Rossi [73] a [78] descrita nas equações (2.7) a (2.9) obtivemos os parâmetros de médias e desvios padrões das distribuições espaciais das resistências à tração e dos módulos de elasticidade, listados a seguir na **tabela 6.7**. Repetindo a tendência já observada na viga de Delft, os resultados destas simulações numéricas manifestam um comportamento semelhante, mas com valores de pico diferentes daqueles obtidos pela análise experimental, como podemos ver na **figura 6.18**.

Modelo de Barragem esc.: 1:100		Modelo de Barragem esc.: 1:150		Modelo de Barragem esc.: 1:40	
$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
3,37	0,65	4,05	0,92	3,72	0,62
E_μ	E_σ	E_μ	E_σ	E_μ	E_σ
27580	2288	27580	2443	35700	2288

Tabela 6.7 - Parâmetros determinados pela formulação de Rossi eq.(2.7) a eq. (2.9). Valores em MPa.

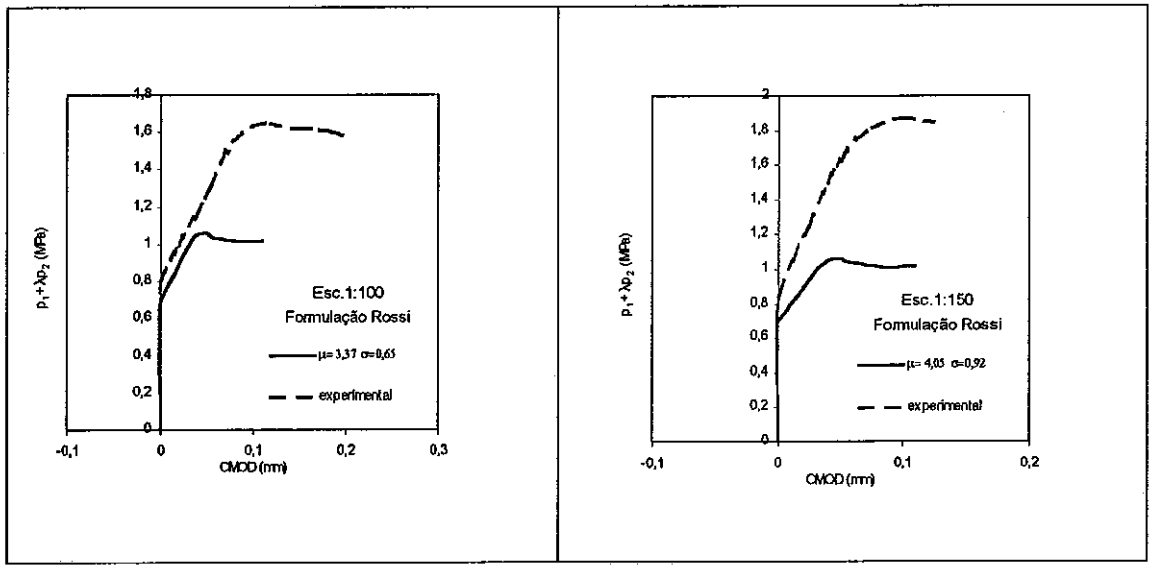


Figura 6.18 - Comparação das curvas experimentais e as curvas numéricas feitas com os parâmetros determinados pela formulação de Rossi para as análises AEa e AEb.

Utilizamos então a técnica de analise inversa com redes neurais, para a determinação dos parâmetros estatísticos dos resultados experimentais.

Os valores das médias e desvios padrões de f_{ct}, para cada uma das simulações de Monte Carlo, e que compõem o conjunto de treinamento da rede neural RNA - TDNN estão listados a seguir na **tabela 6.8**.

Análise AEa.		Análise AEb		Análise AEe	
$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
10.0	2.0	12.0	2.0	12.0	4.0
12.0	2.5	15.0	2.5	10.0	3.5
14.0	3.0	18.0	3.0	8.0	3.0
16.0	3.5	21.0	3.5	6.0	2.5
18.0	4.0	24.0	4.0	4.0	2.0

Tabela 6.8 - Valores de treinamento da RNA TDNN das barragens de gravidade.

As curvas P^{media}-CMOD (P é pressão) das simulações diretas de Monte Carlo para o conjunto de treinamento (30 amostras por simulação) estão mostradas nas **figuras 6.19 ,6.20 e 6.21**.

Estas curvas, assim como aquelas apresentadas no item 6.1.1, foram submetidas a um posterior procedimento de filtragem para que fosse procedido o treinamento da RNA.

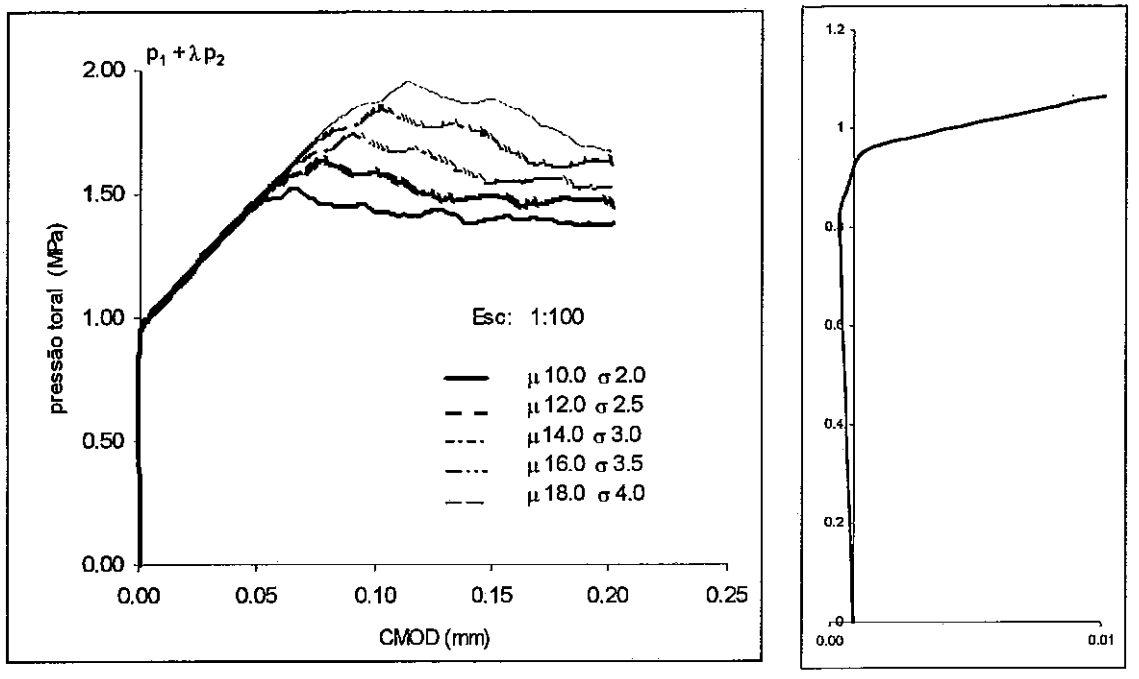


Figura 6.19 – Conjunto de treinamento (Curvas P^{media}-CMOD) para análise AEa e detalhe da região elástica.

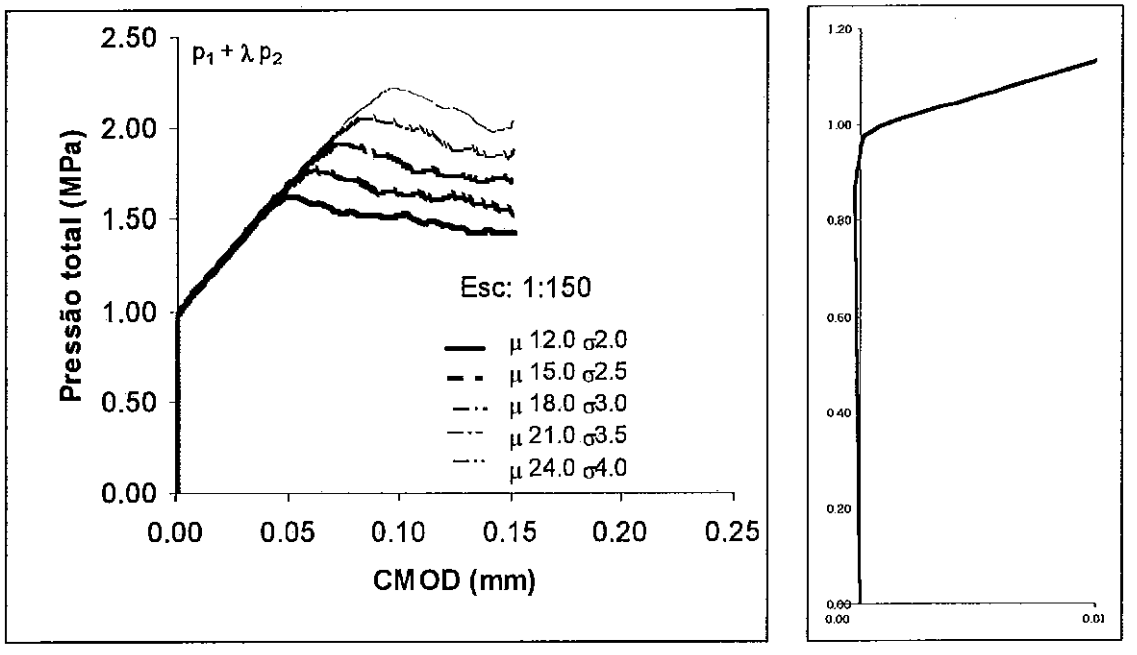


Figura 6.20 – Conjunto de treinamento (Curvas P^{media}-CMOD) para análise AEb e detalhe da região elástica.

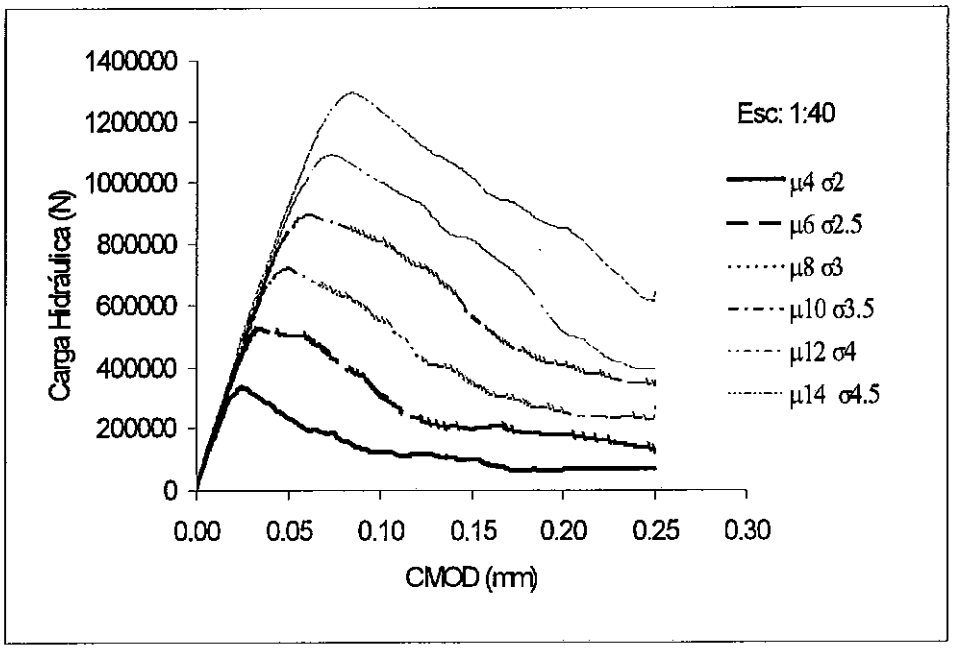


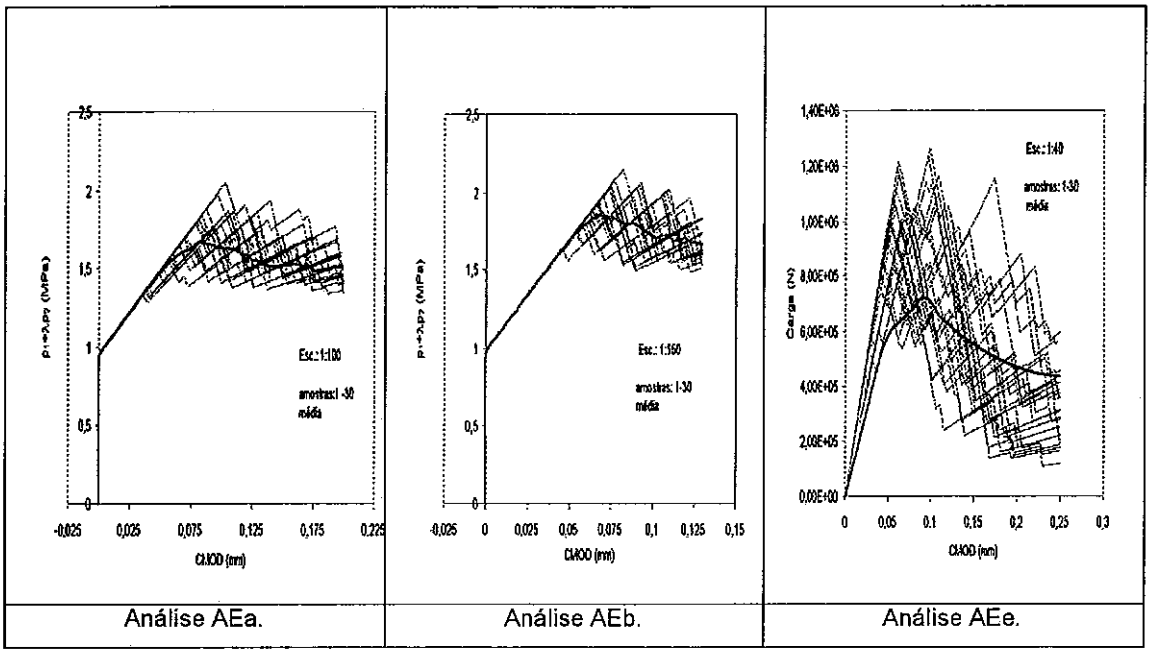
Figura 6.21 – Conjunto de treinamento (Curvas P^{media}-CMOD) para análise AEe.

Os valores determinados para as curvas experimentais P^{media}-CMOD através de retroanálise utilizando redes neurais TDNN estão listados a seguir na **tabela 6.8.**

Análise AEa.		Análise AEb.		Análise AEe.	
$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$	$f_{ct,\mu}$	$f_{ct,\sigma}$
13.0	3.0	17.0	3.5	7.9	3.3

Tabela 6.8 - Valores de treinamento da RNA – TDNN. Valores em MPa.

Com estes parâmetros aplicamos o modelo probabilístico (direto). Os resultados da simulações de Monte Carlo (30 Amostras) estão mostrados nas **figuras 6.22 , 6.23 , 6.24** e **6.25**.



Análise AEa. | Análise AEb. | Análise AEe.

Figura 6.22 - Curvas resultado de amostras e medias das Simulações de Monte Carlo com parâmetros determinados por análise inversa usando redes neurais RNA TDNN.

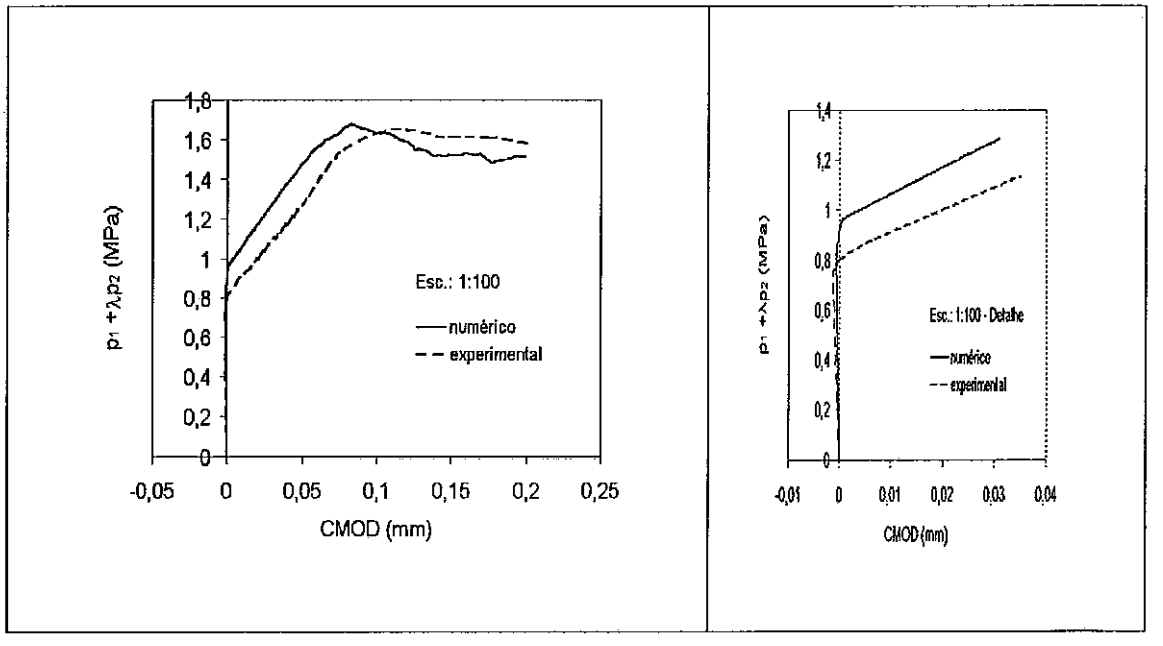


Figura 6.23 - Análise AEa comparação da curva experimental e a Numérica P^{media}-CMOD determinada pela analise inversa e detalhe da região elástica.

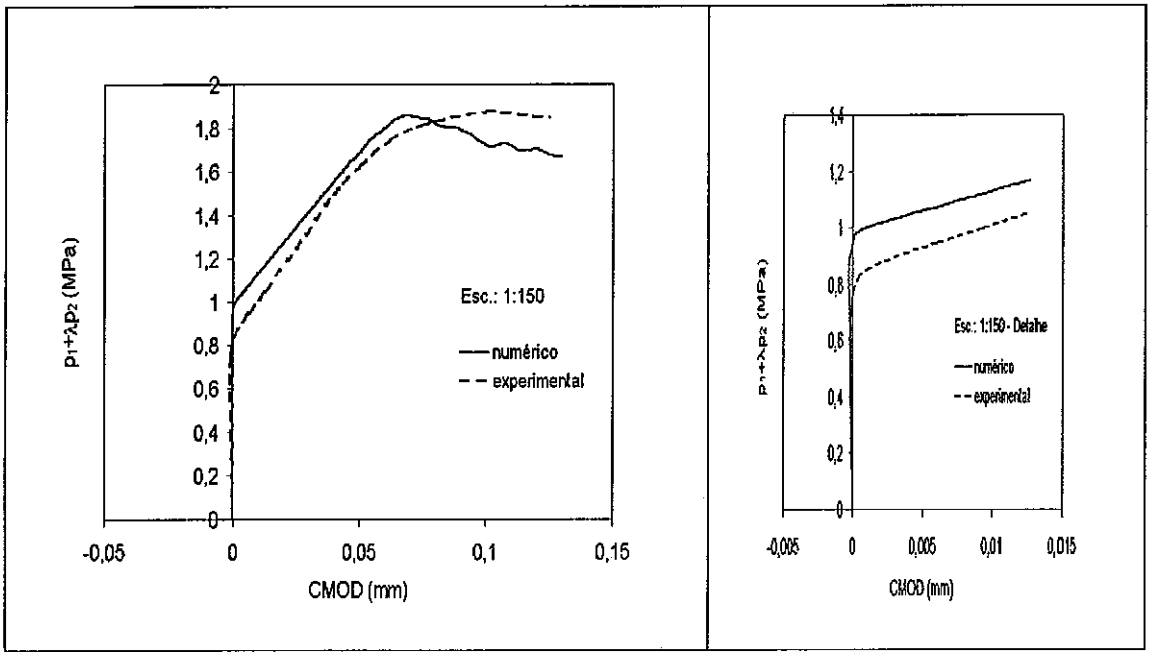


Figura 6.24 – Análise AEb comparação da curva experimental e a Numérica P^{media}-CMOD determinada pela analise inversa e detalhe da região elástica.

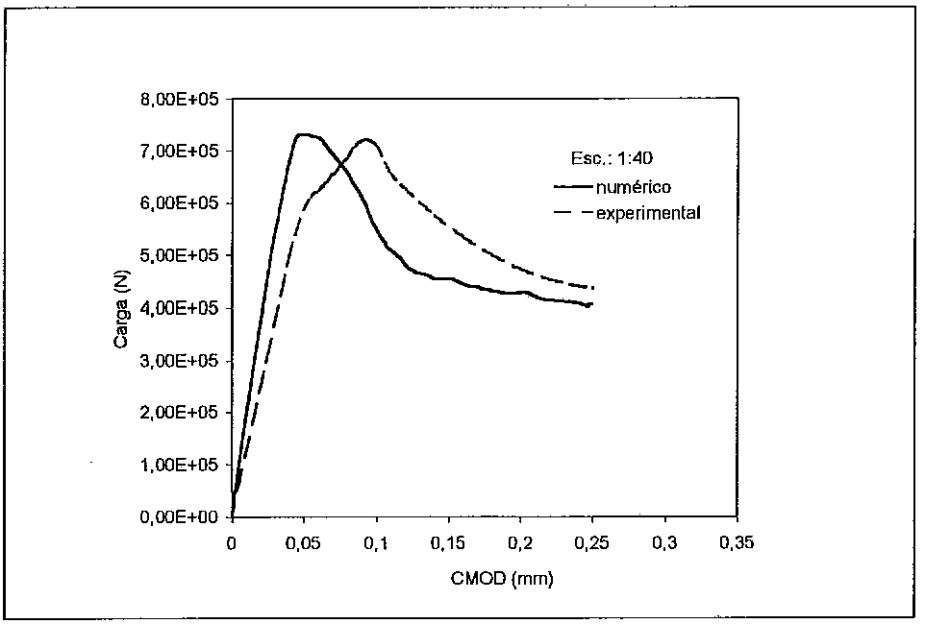


Figura 6.25- Análise AEe comparação da curva experimental e a Numérica P^{media}-CMOD determinada pela analise inversa.

O ensaio AEc (escala 1:40, entalhe = 150 mm, com simulação de peso próprio) indicou fissuração na fundação do modelo de barragem, correspondendo a um comportamento frágil da estrutura. Tal fato foi reproduzido na análise numérica,

mas a potencialidade de uma análise probabilística inversa com redes neurais não é aproveitada em tal exemplo, que não tem comportamento *softening* após a fissuração. O comportamento elasto-frágil para uma amostra da simulação realizada para f_{ct}=8.0 PMa e f_{ct}=3.0 MPa é mostrada na **figura 6.26** e padrão de fissuração na **figura 6.27**.

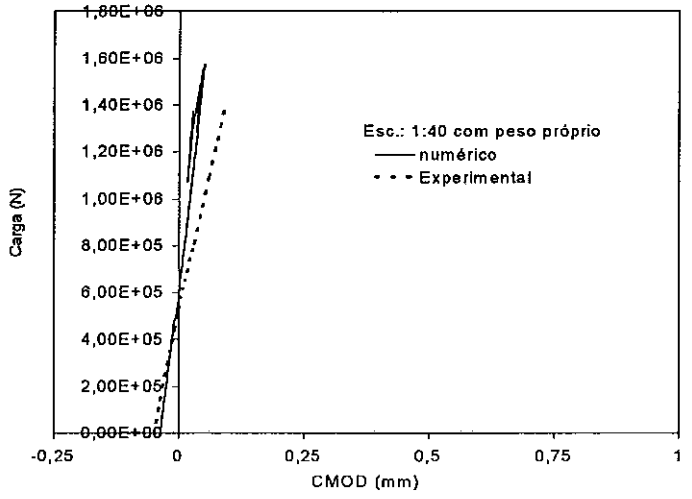


Figura 6.26 – Resposta de uma das amostras do ensaio AEc (teste realizado com peso próprio)

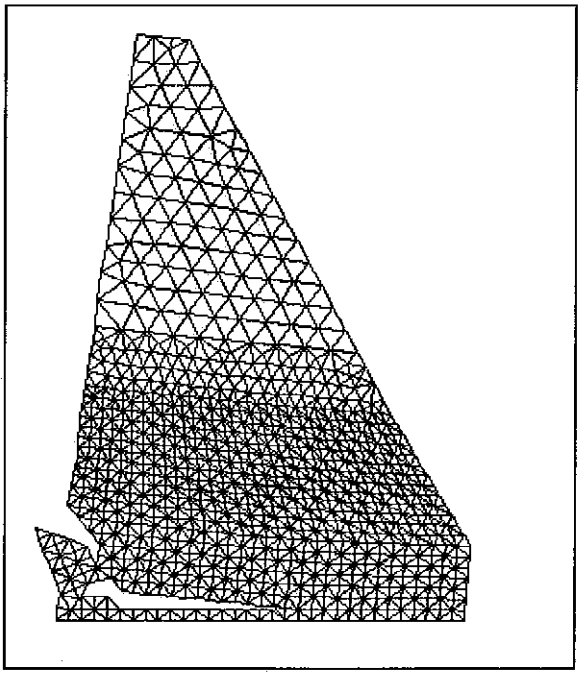


Figura 6.27 – Análise AEc. esc. 1:40 com simulação do peso próprio, apresenta comportamento frágil. E configuração da fissuração na fundação do modelo.

As curvas das figuras 6.23 a 6.25 e aquela da figura 6.26, indicam uma excelente correlação entre os valores experimentais e numéricos. As pequenas diferenças que podem ser notadas devem ser devidas ao fato que o controle do ensaio (e da simulação) é realizado pelo valor de leitura do CMOD podem variar entre as amostras, já que as fissurações heterogêneas podem estar mais distribuídas do que aquelas obtidas nos ensaios (ver **figura 6.27 e figuras 6.29 a,b,c**)

Uma da grandes potencialidades do modelo probabilístico é a obtenção de padrões de fissuração realistas, ou seja heterogêneos, como é o caso das fissuras observadas em casos reais e estudos experimentais quando pode se perceber que o material concreto de uma maneira geral apresenta caminhos de fissura tortuosos em vista da presença de agregados. Nota-se também que ensaios repetidos geralmente apresentam trajetórias de fissuras que não são idênticas. Na **figura 6.28** são mostradas as configurações das fissuras obtidas nos testes de laboratório para os diferentes modelos de barragens ensaiadas. As **figuras 6.29 a, b, c** mostram em caráter ilustrativo algumas das configurações de fissuração dadas pela modelagem numérica probabilística para diversas realizações de Monte Carlo para diferentes escalas analisadas.

Apenas como comparação apresentamos da **figura 6.30** os distintos padrões de fissuração dados pela análise determinística [97], [16] e [12].

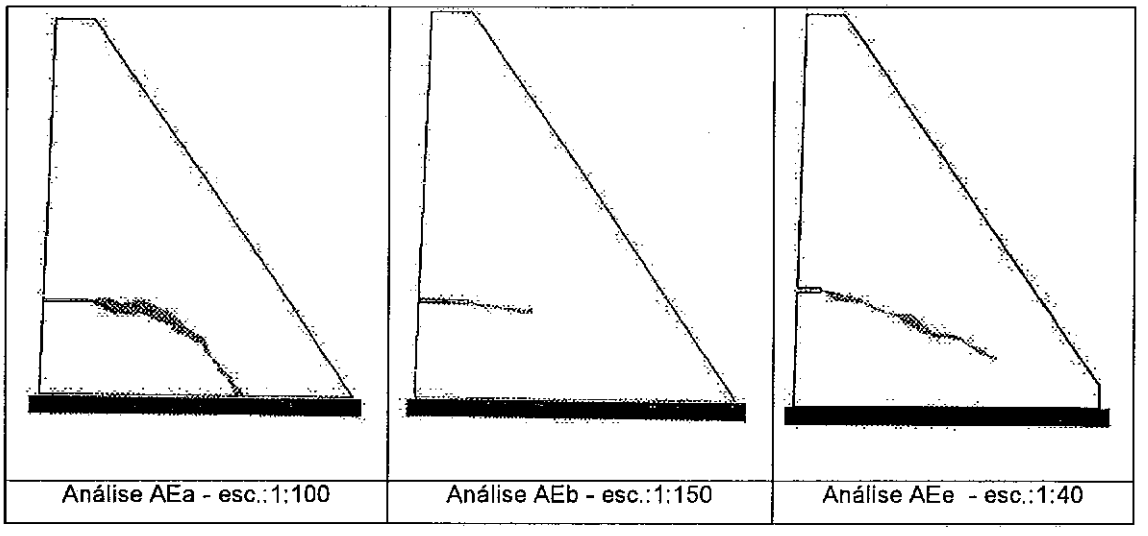


Figura 6.28 - Trajetória da fissuração nos testes experimentais.

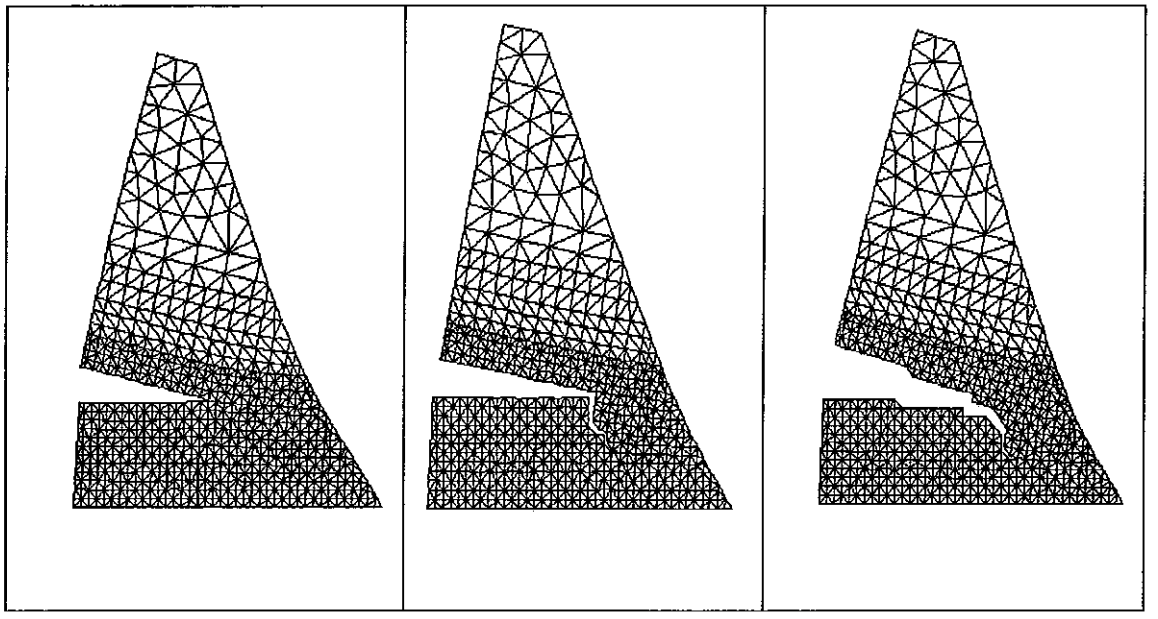


Figura 6.29 (a)- Algumas configurações de fissuração da análise AEa. esc.: 1:100.

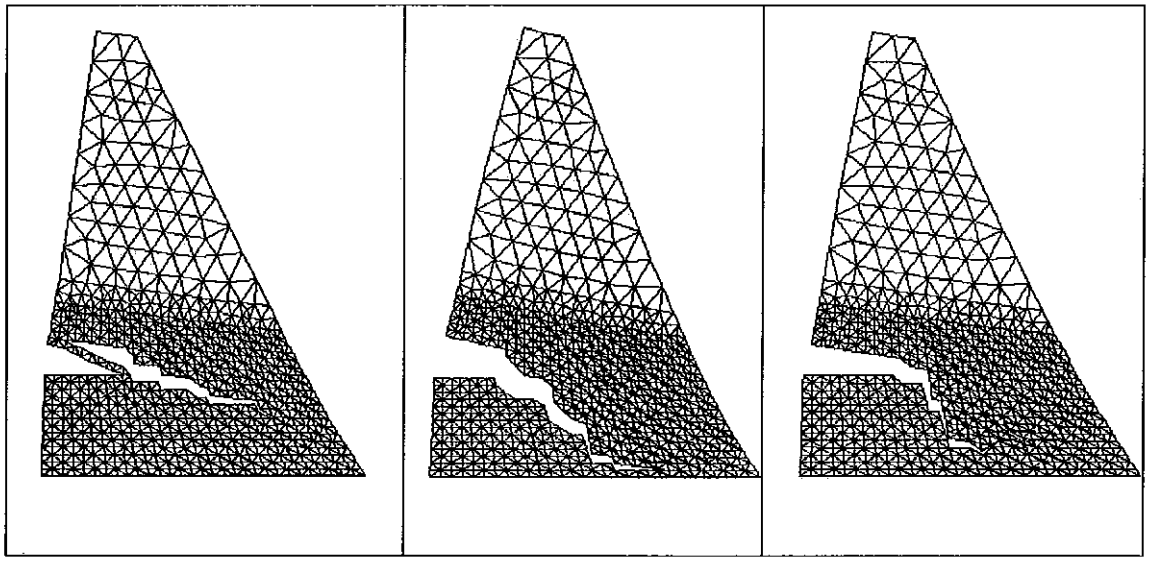


Figura 6.29 (b)- Algumas configurações de fissuração da análise da barragem AEb esc.: 1:150.

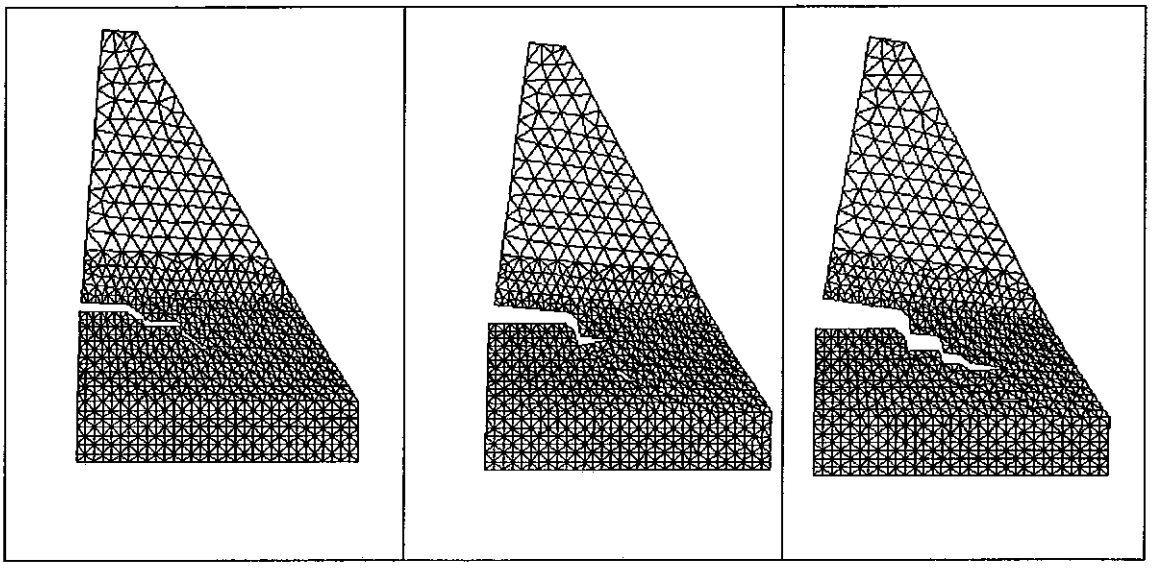


Figura 6.29 (c)- Algumas configurações de fissuração da análise da barragem AEe esc.: 1:140.

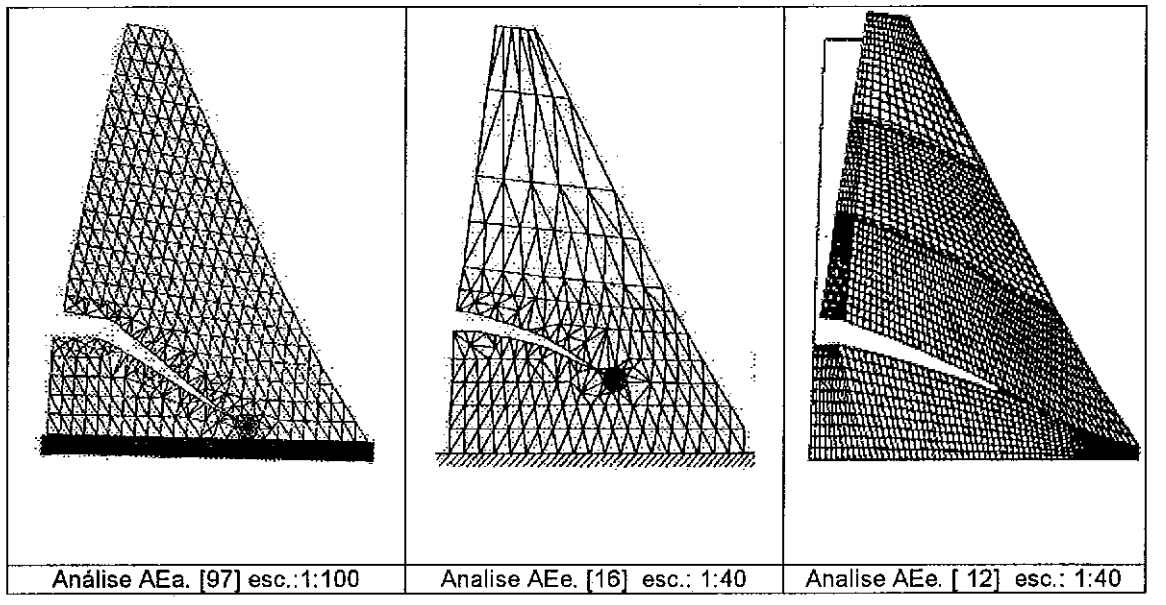


Figura 6.30- Trajetória da fissuração do modelo determinístico [97], [16] e [12].

6.1.3 COMPARAÇÃO DOS PARAMETROS OBTIDOS PELA ANÁLISE INVERSA COM AQUELES FORNECIDOS PELAS FÓRMULAS DE ROSSI.

Conforme ficou patente nos resultados obtidos nos itens 6.1.1 e 6.2.2 as tensões resistentes médias e desvio padrão obtidas pela análise inversa são maiores

do que aqueles fornecidos pelas fórmulas de Rossi. Uma comparação destes valores nos espaços $f_{ct,\mu}$ x V_t/V_g e $f_{ct,\sigma}$ x V_t/V_g são mostrados nas **figuras 6.31 e 6.32**.

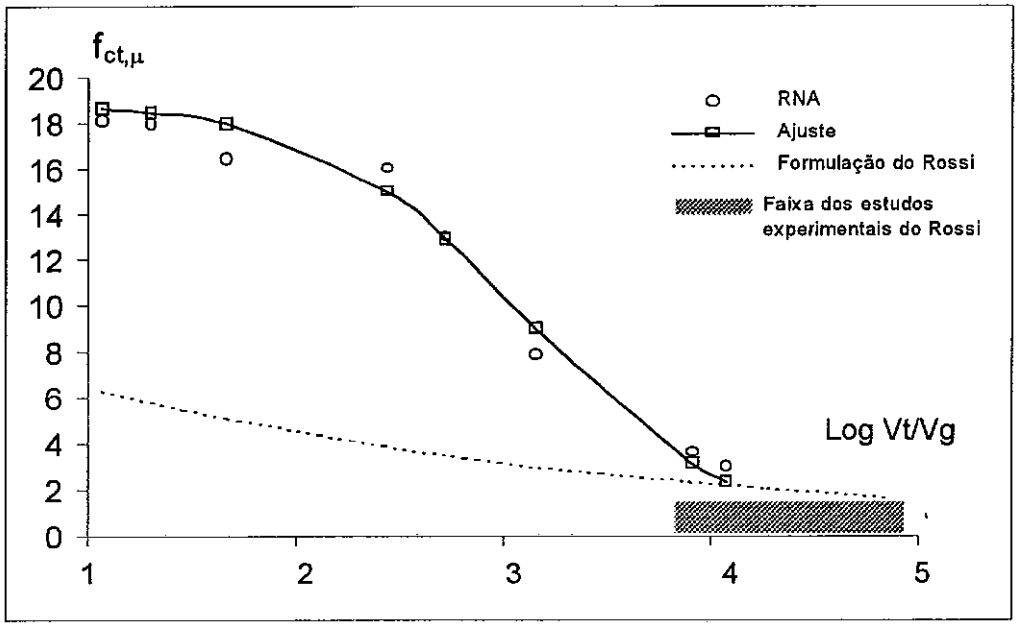


Figura 6.31 - Ajuste dos valores dados por analise inversa com RNA para determinação da formulação proposta para a media do f_{ct} e comparação com a formulação do Rossi.

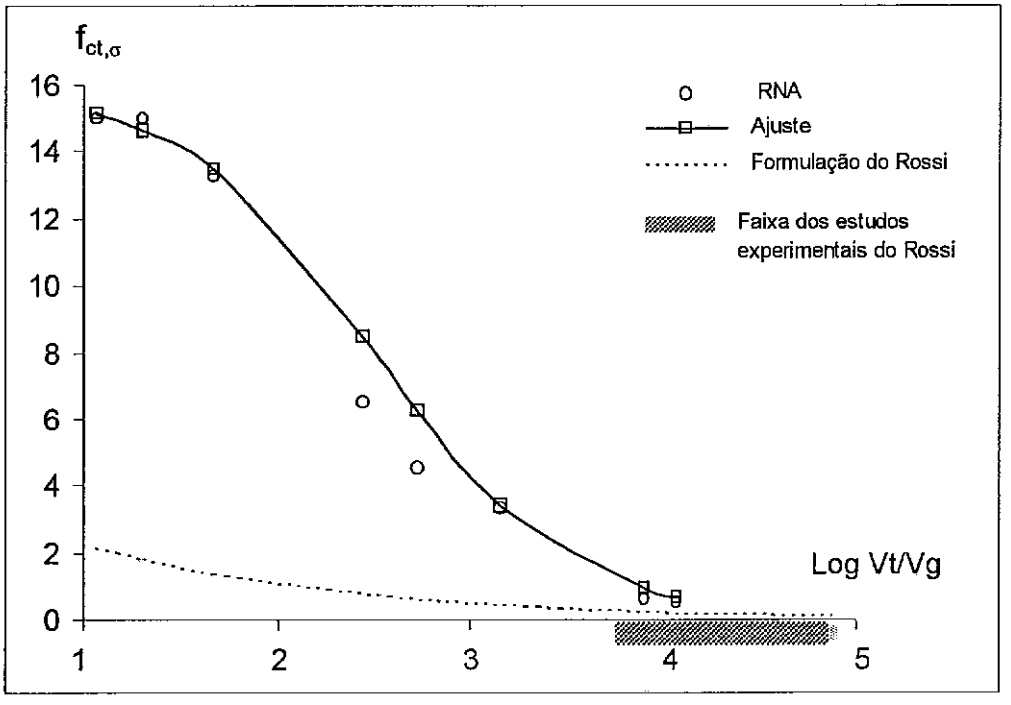


Figura 6.32 - Ajuste dos valores dados por analise inversa com RNA para determinação da formulação proposta para o desvio padrão do f_{ct} e comparação com a formulação do Rossi.

Nestas figuras está indicada a região para a qual Rossi realizou os ensaios e simulações numéricas que diferem os parâmetros de suas fórmulas, correspondentes a valores de V_t/V_g situadas entre 10^3 e 10^4.

Para a região em que foram realizadas as simulações numéricas dos itens 6.1.1 e 6.1.2 estão indicadas também nas figuras 6.32 e 6.33 os valores obtidos através de funções de regressão. Tais funções são:

$$fct,\mu = \frac{9.5}{C}\left(1 - \tanh\left(\log\left(\frac{Vt}{Vg}\right) - 2.1\right)\right) \tag{6.2}$$

$$fct,\sigma = \frac{8.0}{C}\left(1 - \tanh\left(\log\left(\frac{Vt}{Vg}\right) - 1.5\right)\right) \tag{6.3}$$

sendo C= 1MPa.

É importante considerar que as curvas empíricas obtidas através da presente análise não pretendem esgotar o problema, não tendo a pretensão de ser uma função universal para o cálculo de parâmetros probabilísticos.

Devemos considerar que os resultados obtidos podem indicar a necessidade de realização de uma correlação espacial da geração aleatória. Visto que as análises foram realizadas em estruturas com entalhe, a diferença de valores obtida para $f_{ct,\mu}$ pode indicar que a concentração de tensões na ponta das fissuras estariam provocando uma maior fragilidade das estruturas, fragilidade esta que seria corrigida pela formula (2.7) na faixa de valores analisada inicialmente por Rossi mas que não estaria calibrada para baixos valores de V_t/V_g.

Os pontos levantados acima, indicados pelas análises relatadas nos itens 6.1.1 e 6.1.2, originaram pesquisas cujos desenvolvimentos iniciais foram relatados em [81], tese de mestrado recentemente defendida.

6.2 EXEMPLO PARA AVALIAÇÃO DO MODELO PROBABILÍSTICO 3D EM ENSAIO DE CORPO DE PROVA DE CONCRETO SUBMETIDO A TRAÇÃO SIMPLES [69]

O exemplo utilizado para aferir a implementação 3D do modelo probabilístico corresponde a uma análise numérica bidimensional realizada por Rossi et al [75] em corpo de prova submetido a tração simples. A análise de Rossi indicou boa correlação teorica, evidenciando os efeitos de escala. A presente comparação foi realizada sob o ponto de vista numérico x numérico.

O corpo de prova analisado tem as dimensões 300 mm x 300 mm x 100 mm, sendo o material caracterizado pelos seguintes parâmetros: $f_c = 30MPa$; $E = 30000\,MPa$; e diâmetro máximo do agregado $\phi_g = 10mm$.

O resultado colocado em forma de diagrama de tensão-deformação, obtido pela simulação de Rossi (realizações individuais e media), são mostrados na **figura 6.34**:

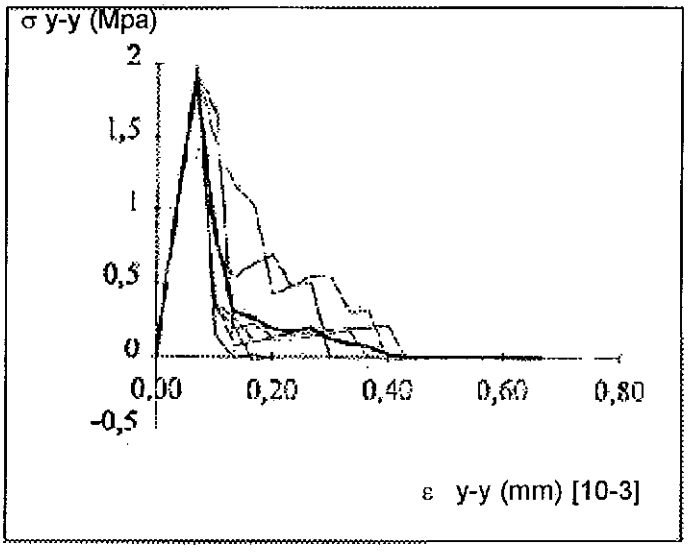


Figura 6.34- curva tensão deformação da simulação de Rossi.

Assim como no exemplo de Rossi, no caso do presente trabalho, o experimento numérico foi controlado por um campo de deslocamentos uniformes aplicado na extremidade superior do corpo de prova conforme mostrado na **figura 6.35**.

Os elementos de interface utilizados para simulação da fissuração (ver capitulo 5 desta tese) são gerados automaticamente, e estão localizados na região entre a base e 250 mm do topo do corpo de prova na malha original de elementos tetraedricos (**figuras 6.35 e 6.36**). **A figura 6.37** mostra a configuração da malha de elementos de interface sem elementos tetraédricos .

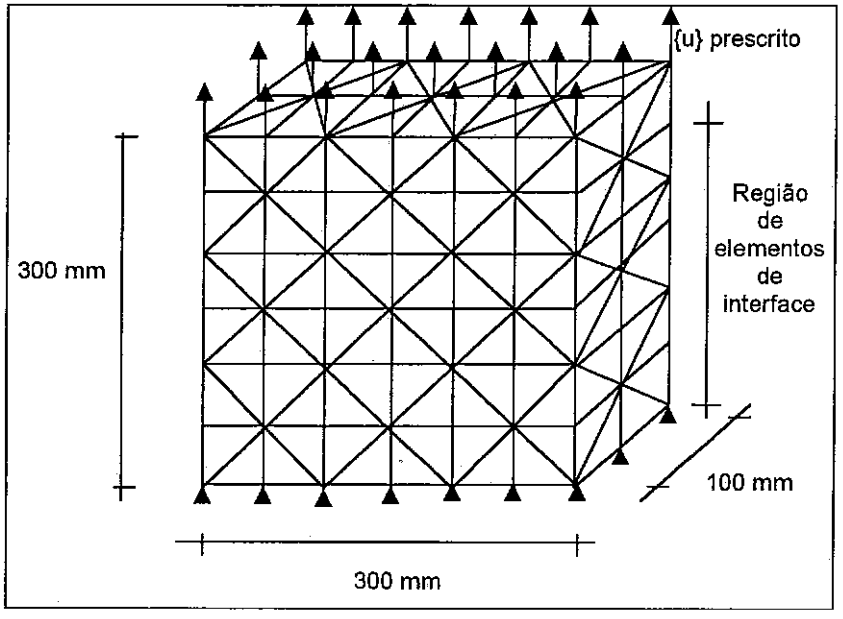


Figura 6.35- Geometria, malha e carregamento

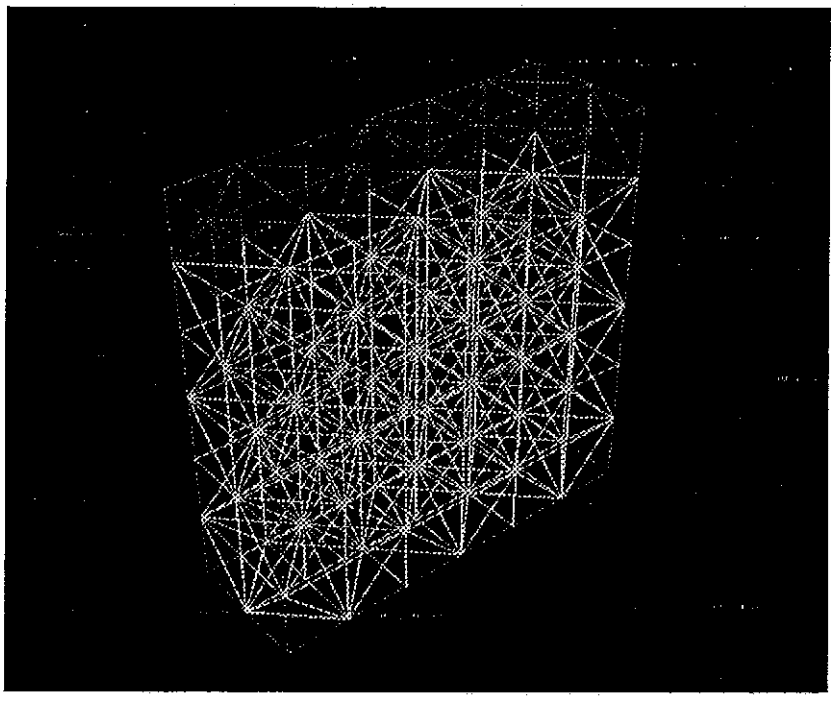


Figura 6.36 Malha de tetraedros com elementos de interface.

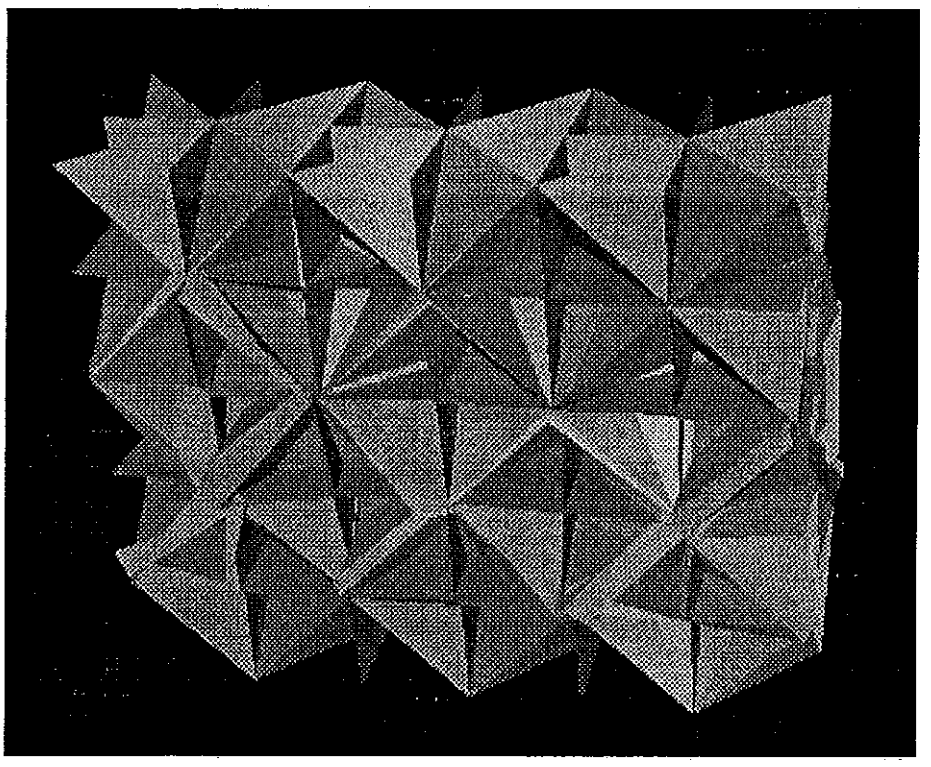


Figura 6.37 - configuração da malha de elementos de interface sem elementos tetraédricos.

As fórmulas (2.7) a (2.9) foram aplicadas ao do material e indicam os seguintes valores para os momentos estatísticos que determinam a simulação Probabilística:

$f_{ct,\mu} = 3.58$, $f_{ct,\sigma} = 0{,}66$, $E_{\mu} = 3000.00$, $E_{\sigma} = 2126.17$.

Os diagramas tensão-deformação obtidos para 30 realizações de Monte Carlo, assim como a média da simulação são mostrados na **figura 6.38**. Alguns padrões de fissuração para determinadas realizações são mostrados, a título de ilustração, na **figura 6.39.**

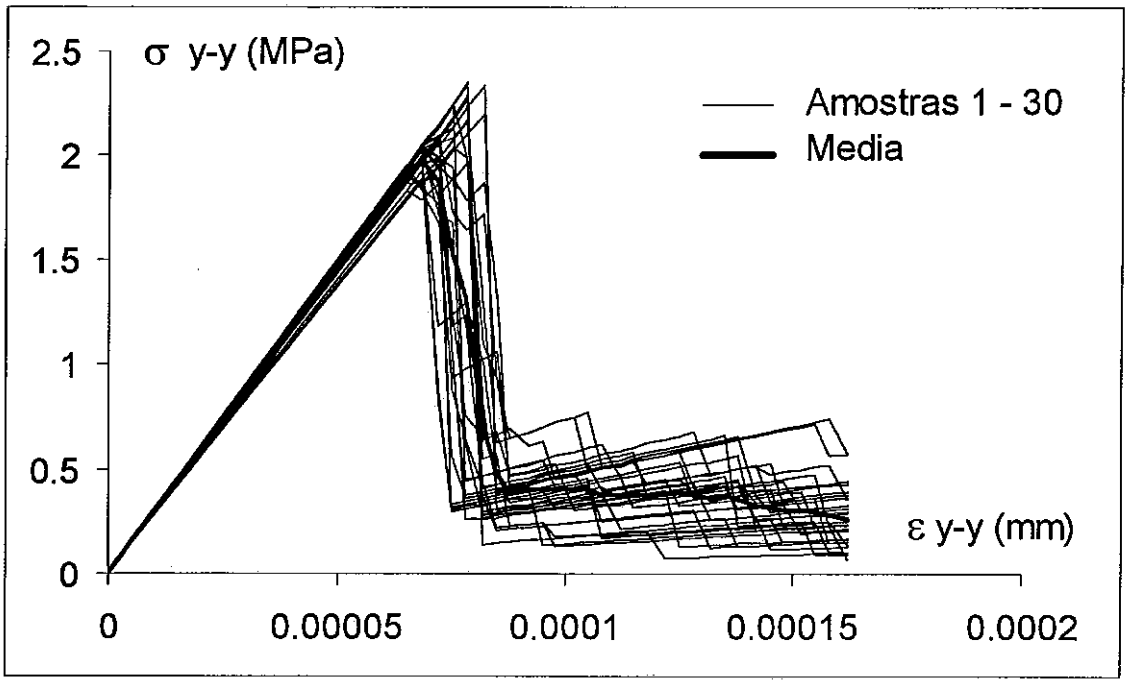


Figura 6.38 - Resultados do modelo 3D.

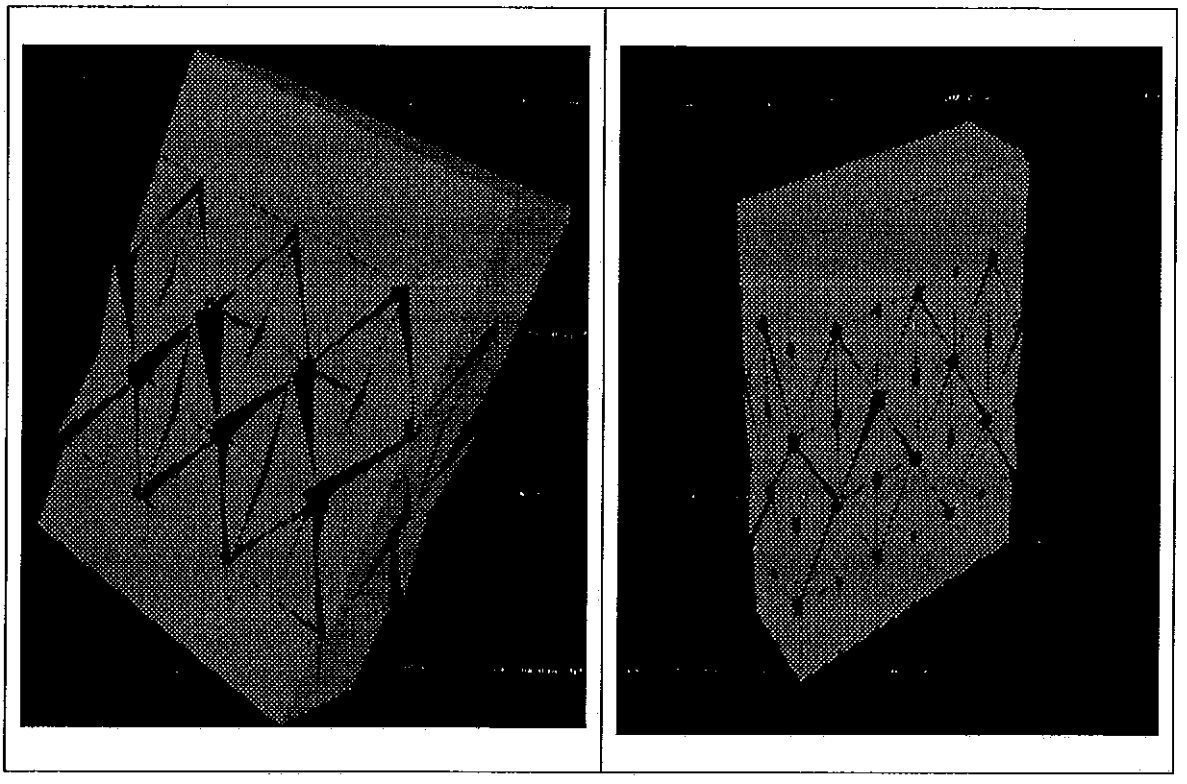


Figura 6.36 - Configurações de fissuração no modelo 3D

Os resultados obtidos com a presente implementação 3D do modelo probabilístico do LCPC indicam que a solução apresentada está coerente com os resultados de Rossi.

O presente trabalho corresponde a uma primeira implementação do modelo probabilístico 3D em uma estrutura de programa preparada para paralelização e vetorização fazendo uso do método dos gradientes conjugados pré-condicionado. Desta forma, a partir dos resultados obtidos e das características operacionais do código desenvolvido, serão testados novos esquemas que permitirão uma melhoria adicional da presente implementação.

Entre esses esquemas, um que parece promissor é a extensão do esquema desenvolvido [81] para problemas bidimensionais, que permite a não-utilização dos elementos de interface. Em conseqüência, obtém-se um melhor condicionamento da matriz de rigidez da estrutura, o que permitirá acelerar consideravelmente a solução iterativa, já que a matriz de rigidez, neste caso, é composta apenas dos coeficientes elásticos correspondentes aos elementos de volume.

CAPITULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresenta o modelo probabilístico do LCPC para simulação numérica da fissuração do concreto enquadrado no método de análise por elementos finitos.

Foram realizadas implementações 2D e 3D e foi desenvolvido um procedimento de análise inversa com o emprego de redes neurais que permitiu determinar os momentos estatísticos que definem a distribuição espacial dos parâmetros que caraterizam o comportamento da estrutura.

A simulação probabilística de ensaios de laboratório em vigas e modelos reduzidos de barragens assim como o exemplo que serviu para aferição da implementação 3D permitem que sejam apresentadas as seguintes considerações sobre o modelo probabilístico em seu atual estado de elaboração.

a) O comportamento de cedência *(softening)* do concreto submetido a tração pode ser situado dentro da modelagem que considera um comportamento local do material do tipo elasto-frágil (ou rígido frágil), mas com uma distribuição espacial heterogênea das resistências.

b) O modelo probabilístico é capaz de indicar padrões de fissuração e curvas caraterísticas do comportamento das estruturas de concreto (como P – δ e P – CMOD) bastante realistas e correlacionadas com o comportamento real das estruturas quando os parâmetros estatísticos são determinados de forma eficaz.

c) As análises realizadas no presente trabalho indicam que as formulas propostas por Rossi não deveriam ser empregadas fora dos valores de Vt/Vg para os quais foram calibradas.

d) Os resultados da viga de Delft mostrados na figura 6.6 indicam que se utilizados os valores de $f_{ct,\mu}$ e $f_{ct,\sigma}$ determinados pela análise inversa a

resposta do problema probabilístico independe da malha utilizada indicando objetividade da solução.

A possibilidade do modelo probabilístico simular os efeitos de escala, assim como a forma realista com que pode simular o fenômeno da fissuração do concreto induzem a proposição dos seguintes tópicos que contribuiriam para uma aprimoração do presente modelo.

a) Verificação do fenômeno de concentração de tensões em função do volume dos elementos utilizados para corpos de prova com entalhe.

b) Verificação da influencia da geração do campo aleatório correlacionado sobre as malhas mais refinadas.

Como sugestões para desenvolvimentos futuros na presente implementação 3D preparada para paralelização e vetorização que usa o método dos gradientes conjugados pré-condicionados, podemos citar:

a) Avaliação da implementação em ambiente computacional de alto desempenho;

b) Estudo de alternativas para aceleração da convergência tanto no ciclo Newton, quanto do processo de solução dos sistemas linearizados;

c) Introdução da ruptura a compressão por cisalhamento

d) Implementação de formulação sem elemento de interface com algoritmo basicamente elástico-linear.

e) Consideração do atrito nas interfaces para simular o efeito de intertravamento produzido pelos agregados;

f) Extensões do modelo para tratamento de concreto armado e protendido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICA

[1] ALFAIATE, J., PIRES, E. B. and MARTINS, J.A.C. (1997) "A Finite Element Analysis of Non-prescribed Crack Propagation in Concrete", *Computers & Structures*, v. **63** n. 1, pp 17-26.

[2] ARAUJO, J. M. and AWRUCH, A.M. (1994) "On stochastic finite elements for structural analysis " *Computers & Structures*, v. **52** n.3, pp. 461-469

[3] BASCOUL, A. ,and TURATSINZE, A. (1994) "Microstrutural characte-rization of mode I crack opening in mortar ", *Materials and Structures* , v. **27**, pp. 71-78.

[4] BATOZ, J. L., (1979) *Incremental Displacement algorithms for nonlinear problems*, Ed. John Wiley & Sons

[5] BAZANT, Z.P., KIM, J.K. and PFIFFER, P. A. (1976) "Non linear fracture proprieties from size effect tests", *Journal of the structural division, ASCE*, pp. 189-301.

[6] BAZANT, Z.P. and PLANAS, J. (1998) *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle Materials* , by CRC Press LLC.

[7] BAZANT, Z.P.,(1990) "A critical appraisal of 'no-tension' dam design" : *Fracture mechanics approach. Dam Engineering* , v. **1**, pp. 2337-347.

[8] BAZANT, Z. P., Oh, B. H., (1983) "Crack band theory for fracture of concrete ", *Materials and Structures,* v. **16**, n. 93, pp.155-177.

[9] BAZANT, Z.P., (1997) "Scaling of quasi-brittle fracture": *asymptotic analysis. Int. Journal of Fracture*, v. **83**, n1, pp. 19-44.

[10] BATHE, K.J. (1982) *Finite Elements Procedures in Engineering Analysis*. Ed. Pertice-Hall Englewood Cliffs N.

[11] BENITEZ, J. M., CASTRO, J.L., REQUENA, I., (1997) "Are artificial neural networks black boxes?", *IEEE Transaction on Neural Networks*, v, **8** n. 5, pp. 1156-1164.

[12] BOLZON, G., COCCHETTI, G., MAIER, G., NOVATI, G., GIUSEPPETTI, G., (1994) "Boundary element and finite element fracture analysis of dams by the coesive crack model: a comparative study, in Bourdarot", E., Mazars, J., Saouma, V., A. A. Balkema (eds) *Dam fracture and Damage*, pp. 69 –78.

[13] CARPINTIERI, A., CHIAIA, B., and FERRO, G., (1995) "Size effects on nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder ", *Materials and Structures*. v. **28**, pp. 3111-317.

[14] CARPINTIERI, A., and CHIAIA, B., (1995) "Multifractal nature of concrete fracture surfaces and size effects on nominal fracture energy ", *Materials and Structures*, v. **28**, pp. 435-443.

[15] CARPINTIERI, A., and FERRO, G., (1994) "Size effects on tensile fracture properties: a unified explanation based on disorder and factuality of concrete microstructure ", *Materials and Structures*, v. **27** , pp. 563-571.

[16] CARPINTIERI, A., VALENTE, S., FERRARA, G. and IMPERATO, L., (1992) "Experimental and numerical fracture modeling of gravity dam" , In Z. P. Bazant (ed.) *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. 351-360. Elesevier Applied Science.

[17] CARMELIET, J. and BORST, R. de. (1995) "Stochastic Approaches For Damage Evaluation In Standard and non-standard continua", In: *J. Solid Structures*, v. **32** n. 8/9, pp. 1149-1160.

[18] CHEN, W.F., HAN, D.J. , (1988) *Plasticity for Structural Engineers*, Springer-Verlag.

[19] COELHO, L. C. (1994) *Simulação da iteração solo-estrutura en fundações de plataformas marítimas* . Tese M. Sc COOPE-UFRJ, Rio de Janeiro RJ, Brasil.

[20] COOK, R. , MALKUS, D. and PLESHA, M., (1981) *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. Ed John Wiley & Sons New YorK.

[21] COUTINHO, A.L.G.A., ALVES, J.L.D., LANDAU, L., and EBECKEN, N.F.F., (1993) "Avaliação de Estratégias Computacionais para método dos Elementos Finitos em Computadores Vetoriais", *Revista internacional de Metodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingenieria,* v. **9**, pp. 271-297.

[22] COUTINHO, A.L.G.A., ALVES, J.L.D., LANDAU, L., and EBECKEN, N.F.F.., (1991) "Study of implementation Schemes for Vectorized Sparse EBE Matrix-Vector Multiplication" *Advances in Engineering Software and Workstation*, v. **133,** n. 3, pp. 130-134.

[23]COUTINHO, A.L.G.A., MARTINS, M.A.D., ALVES, J.L.D., LANDAU, L., and MORAES, A. "Edge-based finite elements techniques for nonlinear solid mechanics problems", *Int. J for Numerical Methods in Engineering*, aceito para publicação (2000).

[24] CRISFIELD, M. (1981) "*A Fast Incremental / Iterative Solution Procedure that handles , Snap-Though*", *Computer & Structures*, v. **13**, pp. 55-62.

[25] CRISFIELD, M. (1991) *Non-linear Finite Element Analysis of Solid and Structures* John Wriley & Sons.

[26] DÉTRICHÉ, C.H. , MASO, J. C and RAMODA, A. (1987) "Sur la sensibilité des valeurs de K_c et G_f aux conditions expérimentales dans un essai de flexion 3

points sur éprouvettes antaillées", *Materials and Structures* , v. **20**, pp. 428-435 .

[27] DONGARA, J.J., DUFF, I. S., SORENSEN, D. C. and VOST, H.A.V.D., (1991) "Solving Linear Systems on Vector and Shared Memory Computers", *SIAM*, Philadelphia, USA.

[28]DUBEUX, V.J.C, (1999) *Aplicação do modelo probabilístico para analise da fissuração de modelos reduzidos de barragens.* Tese MSc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

[29] DUBEUX V. J.C. , FAIRBAIRN, E.M.R., PAZ, C.N.M. and EBECKEN, N.F.F.(2000) "Aplicação do modelo probabilístico para analise da fissuração de modelos reduzidos de barragens". *CILAMCE 2000* . aceito para publicação.

[30] FAIRBAIRN, E. M. R., GUEDES, Q. M., ULM, F.-J, (1998) "An inverse problem analysis for the determination of probabilistic parameters of concrete behavior modeled by a statical approach", *Materials and Structures*, v. **7**, n. 30, pp. 36-41.

[31] FAIRBAIRN, E.M.R., PAZ, C.N.M., ALVES, J.L.D. and SILVA, R.C.C., (1997) "Evaluation of constitutive relations for numerical modeling of concrete cracking", *Proccedings of XVIII CILAMCE,* Brasília. v, **2**, pp. 709-715. (in portuguese).

[32] FAIRBAIRN, E.M.R., EBECKEN, N.F.F., GOULART, E and PAZ, C.N.M, (1998) "probabilistic modeling of cracking: Using neural networks to solve the inverse problem ", *In: Advanced in Engineering Computational Tecnology*, Ediburgh - Escócia, v. **1** , pp. 215 -219.

[33] FAIRBAIRN, E.M.R., PAZ, C.N.M, EBECKEN, N.F.F. and ULM F-J. (1999) "Use of neural networks for fitting of probabilistic scaling model parameter"', *International Journal of Fracture*, v. **95**, pp. 315-324.

[34] FAIRBAIRN, E.M.R., EBECKEN, N.F.F, PAZ, C.N.M., and ULM F-J.(2000) "Determination of probabilistic parameters of concrete: solving the inverse problem by using artificial neural networks", Accepted for publication in *Computer & Structures*, v. 78, n 1-3, pp 497-503.

[35] FAIRBAIRN, E.M.R., DUBEUX V. J.C. , PAZ, C.N.M. and EBECKEN, N.F.F. (2000) "Application of probabilistic approach to the analysis of gravity dam centrifuge tests", *8th ASCE specialty Conference on probabilistic Mechanics and Structural Reliability.* 24 – 26 July, USA, CD ROM Proceedings PMC2000-261 .

[36] FAIRBAIRN, E.M.R., GOULART E., COUTINHO, A.L.G.A., EBECKEN, N.F.F. GUEDES, Q. M., and VIANNA, D. M. (1999) "Durabilitty assessment of an arch dam using inverse analysis whit neural networks and high performance computing", *13th ASCE – Engineering Mechanics Division Conference*, 13 –16 june , Baltimore, MD, USA , CD ROM Proceedings.

[37] FEENSTRA, P.H., BORST,R. and ROTS, J.G. (1991) "Numerical study on crack dilatancy. Part I Models and stability analysis", *J. Engrg. Mech., ASCE*, v. **117**, n. 4 pp. 733-753.

[38] FEENSTRA, P.H., BORST, R., and ROTS,J.G. (1991) "Numerical study on crack dilatancy", *J. Engrg. Mech., ASCE Part II Applications. J. Engrg. Mech., ASCE*, v. **117**, n. 4, pp. 754-769.

[39] FERENCZ, R. M. *Element-by-Element preconditioning Techniques for Large-Scale, Vectorized Finite Element Analysis in Nonlinear Solid and Structural Mechanics*, Ph.D. Thesis, Division of Applied Mechanics Stanford.

[40] GERSTLE, W. H., (1992.) "Modeling of fictitious crack propagation in concrete", *J. Engrg. Mech., ASCE*, Feb. v. **118**, n. 2.

[41] GIACCIO, G. , ROCCO, C. and ZERBINO, R. (1993) "the fracture energy (Gf) of high- strength concrete's ", *Materials and Structures,* v. **26**, pp. 381-386.

[42] GOULART, E (1999) *Aplicações de redes neurais para análise de estruturas de concreto*. Tese MSc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

[43] GUINEA, G. V., PLANAS, J., and ELICES, M. (1992) "Measurement of the energy using three-point bend tests: Part 1 - Influence of experimental procedures" , *Materials and Structures*, v. **25**, pp. 212-218.

[44] GUINEA, G. V., PLANAS, J., and ELICES, M. , (1992) "Measurement of the energy using three-point bend tests: Part 2 - Influence of bulk energy dissipation ", *Materials and Structures*, v. **25**, pp. 305-312.

[45] GUINEA, G. V., PLANAS, J., e ELICES, M. (1992) "Measurement of the energy using three-point bend tests: Part 3 - Influence of cutting the P-δ tail ", *Materials and Structures*, v. **25**, pp. 327- 334 .

[46] GUINEA, G. V., PLANAS, J., e ELICES, M. (1994) "A general bilinear fit for the softening curve of concrete " , *Materials and Structures*, v. **27**, pp. 99-105.

[47] GUINEA G. V. (1995) "Modeling the fracture of concrete: the cohesive crack ", *Materials and Structures*, v. **28** , pp. 187-194.

[48] HAISLER, W.E, STRICKIN, J.A and KEY, J.E (1977) "Displacement Incrementations in Non-linear Structural Analysis by the self-correcting Method ", *International Journal for numerical Methods in Engineering*_, v. **2**, pp. 3-10.

[49] HAYES, L.J. and DEVLOO, P. (1986) "A Vectorized Version of a Sparse Matrix-Vector Multiply", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. **23** , pp. 1043-1056.

[50] HESTENES, M.R., STIEFEL, E., (1952) "Methods of Conjugate gradients for Solving Linear Systems ", *J. Res. Nat. Bur. Standards Sect. B*, v. **49**, pp. 409-4436.

[51] HILLERBORG, A., MODEER, M. and PETERSON, P. E., (1976) "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics

and finite elements", *Cement and Concrete Research"*, November, v. **6**, n. 6, pp. 773-782.

[52]HILLERBORG, A. and ROTS, J. (1994) *Crack concepts and numerical modeling". In Fracture Mechanics of Concrete Structures.* (L Elfgren Ed.), Chapman and Hall.

[53] HORDIJK, Dirk Arend (1991) *Local approach to fatigue of concrete* , Ph Thesis Techniche Universiteit Delft - Holanda.

[54] HUGHES,Tomas J.R. (1987) *The Finite Element Method* Ed Peretice-Hall international Editions.

[55] HUGHES,Tomas J.R. (1987a) *The Finite Element Method : Linear Statical and Dynamic Finite Element Analysis* , Prentice -Hall, Englewood Cliffs, USA.

[56] HUGHES,Tomas J.R., FERENEZ and HALLQUIST J.O., (1987b) "Large-Scale Vectorized Implicit Calculation in Solid Mechanics on a CRAY X-MP/48 Utilizing EBE Preconditionated Conjugate Gradients", *Computer Methods in applied Mechanics and Engineering*, v. **61**, pp. 2115-248.

[57] KAI HWANG: (1993) *Advanced Computer Architecture: Parallelism Scalability, Programmability*, McGraw-Hill.

[58] KLIR, J. J. and YUAN B., (1995) *Fuzzy sets and fuzzy logi - theory and applications,* 2da ed Brighamton .

[59] LANDAU, L. e RIBEIRO, F., (1995) notas de aula do curso de *Elementos Finitos I* , II '2°,3° /1995/PEC/COPPE/UFRJ.

[60] LANDAU, L., e ALVES .J L. D., (1995) notas de aula do curso *Analise Não-linear II* "3°/1995/PEC/COPPE/UFRJ.

[61] LAWRENCE A CROW: (1994) "How to Measure, Present, and Compare Parallel Performance", *IEEEP Parallel and Distributed Technology*, pp. 9-25, Spring.

[62] MALVAR, L.J.,e WARREN, G. E., (1987) "Fracture energy for three point bend tests on single edge notched beams: proposed evaluation ", *Materials and Structures*, v. **20**, pp. 440-447.

[63] MEEK, J.L. e TAN, H.S. (1984) "Geometrical Nonlinear Analysis of Space Frames by na Incremental Iterative technique" *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. **47**, pp. 261-282.

[64] (1996) *Optimizing Code on Cray PVP System*, TR-VOPT 2.0 (A), Vol 1,2, Cray Research.

[65] PAPADRASKAKIS, M. (1993) *Solvings Large-scale Problems in Mechanics, the Development and Applications of computational solution Methods*, Ed John Wiley & Sons Ltd.

[66] PAPO, A. (1988) "Rheological models for cement pastes", *Materials and Structures* , v. **21**, pp. 41-46.

[67] PAZ, C.N.M., FAIRBAIRN, E.M.R., ALVES, J. L.D. e COUTINHO, A.L.G.A., (2000) " Desenvolvimento e implementação do modelo probabilístico 3D para fissuração discreta do concreto em computação paralela e vetorial" *CILAMCE 2000* aceito para publicação.

[68] PRESS, W. H., TEUKOSKY, S., VETTERLING, W. T. and FLANNERY, B., (1992). *Numerical Recipes*, Cambridge University Press.

[69] RAMM, E. (1981) *strategies for Tracing the Non-linear Response near Limit Points Non-Linear Finite Elements Analysis in Structural Mechanics*, ed Wunderlich, 63-89, Springer-Verlag.

[70] RENZI, R., FERRERA, G., and MAZZÀ G., (1994) "Cracking in a concrete gravity dam :A centrifugal investigation", *in Dam Fracture and Damage*, Bourdarot, Mazars and Saouma (eds.).

[71] RILEM (1985) Draft recommendation 50-FMC "Determination of fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams ", *ibid*, v. **18**, pp. 285-290.

[72] RILEM Congress GUYON E. "Mateériaux fortement héterogénes: effets déchelle et lois de comportament ", *Materials and Structures* conferences invitées, pp. 97-105.

[73] ROSSI, P., WU X, MAOU, F. and BELLOC, A. (1994) *"Scale effect on concrete in tension " Materials and Structures, RILEM* , v. **27** , pp. 437-444.

[74] ROSSI, P., and RICHER, S. (1987) "Numerical modeling of concrete cracking based on a stochastic approach ", *Materials and Structures RILEM* , v. **20**, pp. 334-337.

[75] ROSSI, P. and ULM, F.J. (1997). "Size effects in the biaxial tensile-compressive behavior of concrete: physical mechanisms and modeling ", *Materials and Structures*, v. **30**, n. 199, pp. 210 – 216.

[76] ROSSI P. and ULM, F.J. (1996) "A strategy for analyzing the mechanical behavior of concrete structures under various loading: the LCPC experience", *Laboratorie Central des Ponts et Chaussés*, Paris France.

[77] ROSSI P, ULM, F-J. and HACHI F, (1996), "Compressive behavior of concrete: physical mechanisms and modeling", *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, v. **122** n. 11, pp.1038-1043.

[78] ROSSI, P. and ULM, F-J, (1997) "Size effects in the biaxial behavior of concrete: physical mechanisms and modeling", *Materials and Structures, RILEM*, v. **30** n. 198, pp. 210-216.

[79] ROTS, J.G. and JBAAUWENDRAAD . (1989) "Crack models for concrete discrete or smeared ? Fixed multi-directional or rotating?" *Heron* , v. **34,** n. 1, pp.1-59.

[80] SARAIVA J.M.F., (1997) *Utilização de Redes Neurais em Conjunto com o Método de Monte Carlo na analise da Confiabilidade de Estruturas*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasi.

[81] SILVA, E.C.C.M. (2000) *Fissuração Probabilística de concreto,* tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

[82] SHAH, S.P, SWARTZ, S. E. and OUYANG, C. (1995) *Fracture Mechanics of concrete*, Ed. John wiley & sons, inc. New York.

[83] SHAKIB, F., HUGES, T.J.R., and JOHAN, Z. (1989) "A multi-Element grup preconditioned GMRES Algorithm for Nonsymmetric Systerms Arising in Finite Element Analisys", *Computer Method in Apliqued Mechanics and Engineering*, v. **75**, pp. 415-456.

[84] SHINOZUKA, M. (1987) *Stochastic Mechanics* Tech report, Dep of Civil Eng, Columbia Univ. New York.

[85] SHINOZUKA, M. and LENOE, E. (1976) "A probabilist model for spatial distribution of material proprieties ", *Engrg and Engrg Fracture Mech*, v. **8**, pp. 217-227.

[86] SHINOZUKA, M., and ASTIEL, J. (1972) "Randon Eigeu value problems in struct mechanics ", *AIAA J.* v. **10**, n. 4, pp. 456-462.

[87] SHINOZUKA, M. and VOMOTO, T. (1980) "Responce variability due to spatial randomniss of material proprieties", *Tech report*, Dept. of civil Eng. Columbia, New York.

[88] SHINOZUKA, M. (1972) "Monte Carlo of structural dynamics", *Computers & Structures*, v. **2** , pp. 855-874.

[89] SHINOZUKA, M , YAMAZAKI, F. and DASGRUPTA, G. (1988) "Neumann exposition fo stochastic finite elements analysis", *Journal Eng Mech.* v. **114**.

[90] SHINOZUKA, M. and YAMAZAKI, F. (1990), "Simulation os stochastic fields by statical preconditioning" *Journal Eng Mech* v. **116** , pp. 268-286

[91] software (1991) *FRANC2D A two-dimensional crack propagation simulator*, version 2,7 User's Guinde Copyrght . Paul Wawrzynek and Anthony Ingraffea

[92] SUBIA, P. J. E. (1991) *Confiabilidade de sistemas estruturais pelo método de Monte Carlo com a técnica de redução de variância,* Tese D.Sc. COPPE/ UFRJ, Rio de Janeiro , RJ, Brasil.

[93] SWARTZ, S.E., LU, L. W. and TANG, L. D. (1988) "Mixed- mode fracture toughness testing of concrete beams in three-point bending ", Materials and Structures , v. **21**, pp. 33-40.

[94] TOUZOT, D. (1981) *Une Apresentation de la Methode des Elements Finis* Ed Malione s.a Paris.

[95] ULM, F-J, ROSSI, P. and GUERRIER, F. (1995) *Ferraillage minimun dans les aérorefrigérants- modélisation de la fissuration due aux gradients d'humidité et de temperature*, LCPC-Paris.

[96] ULM, F-J, ROSSI, P. and GUERRIER, F. (1996) *Etude de la faisabilité d'un radier de tunnel SNCF en vetón de fibres métalliques: cas du túnel de Saint Loius des Ayglades*. LCPC- Paris.

[97] VALENTE, S., BARPI, F., FERRER G., and GUISEPPETTI, G., (1994). *Numerical simulation of centrifuge test on prenotched gravity dam models*, in Dam Fracture and Damage, Bourdarot, Mazars and Saouma (eds).

[98] VETTERLING, W. T. , PRESS, W. H. , TEUKOLSKY, S. A., and FLANNERI , (1986) *Numerical Recipes*, Cambridge.

[99] WEIBULL,W. (1939) "A statistical theory of the strength of materials". *Proc. Royal Swedish Institute os Engineering Research*, v. **151**.

[100] ZENKIEWICZ, O.C., and TAYLOR, R.L. (1989) *The Finite Element Method Basic Formulation and Linear Problems Vol 1*, 4th ed McGraw-Hill International Editions.

[101] ZENKIEWICZ, O.C and TAYLOR, R.L (1991) *The Finite Element Method Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-linearity.* Vol 2, 4th edMc Graw Hill International Editions.

APÊNDICE

ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

PROGRAMA 2D:

1. Solução das equações incrementais. Técnica incremental iterativa Newton Raphson .

2. Método de solução do problema linear é baseado em eliminação de Gauss (Fatoração Crout).

3. Montagem e armazenamento em perfil (skyliné) do Jacobiano aproximado do problema.

4. Introduzir na implementação de E.F. convencional estruturas de dados apropriados para auxiliar geração dos elementos de interface (informações de adjacência de elementos).

5. A inserção dos elementos de interface a partir de uma discretização dada do problema exige a reordenação nodal visando minimização da banda resultante pelo algoritmo Reverse Cuthill Mokee (RCM).

6. Pelas características da modelagem implementaram-se as seguintes opções para avanço da solução:

    - Controle de carga
    - Controle de deslocamento
    - Controle de comprimento de arco

PROGRAMA 3D:

Solver direto é inviável, devido á excessiva demanda de memória para a matriz Jacobiana.

Opção: técnica elemento por elemento para armazenamento de matrizes, método de solução Gradientes Conjugados Pré-Condicionados com precondicionador de Jacob (diagonal).

Introduzir na implementação de elementos finitos estruturas de dados apropriados para auxiliar geração dos elementos de interface (informações de adjacência de elementos).

Técnicas de avanço da solução : deslocamentos impostos no modelo.

A preocupação central foi prosseguir e explorar as caraterísticas de paralelismo e vetorização da implementação. As novas estruturas de dados introduzidas atenderam perfeitamente este propósito.