Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia

ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA DE ÂNCORAS DO TIPO TORPEDO PARA PLATAFORMAS OFFSHORE

Cristiano Santos de Aguiar

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Rio de Janeiro

Novembro de 2011

ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA DE ÂNCORAS DO TIPO TORPEDO PARA PLATAFORMAS OFFSHORE

Cristiano Santos de Aguiar

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

Prof. José Renato Mendes de Sousa, D.Sc.

Prof. Fernando Artur Brasil Danziger, D.Sc..

Prof. Luiz Eloy Vaz, Dr. Ing.

Dr. Isaías Quaresma Masetti, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2011

Aguiar, Cristiano Santos de

Análise da interação solo-estrutura de âncoras do tipo torpedo para plataformas offshore / Cristiano Santos de Aguiar. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2011.

XV, 135 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Tese (Doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2011.

Referências Bibliográficas: p. 121-126.

1. Interação solo-estrutura. 2. Método dos elementos finitos. 3. Análise estrutural. I. Ellwanger, Gilberto Bruno, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

À minha família, amigos e mestres

que tornaram todos os momentos

desta jornada mais valiosos.

AGRADECIMENTOS

Aos professores Gilberto Bruno Ellwanger e José Renato Mendes de Sousa, pela orientação, apoio e amizade durante toda elaboração da Tese.

A toda equipe do LACEO, pelo incentivo e pelos momentos de descontração que sempre ajudaram a superar as dificuldades.

Aos Engenheiros da PETROBRAS que forneceram informações sobre as estacas torpedo: Elisabeth Porto, Rachel Costa, Paulo Dionysio.

Aos amigos de baia 206, no LACEO, que sempre estiveram por perto apoiando e distraindo nas várias horas de conversas.

Aos grandes amigos que conheci ao longo de toda a jornada seja dentro da universidade quanto fora dela. Os momentos de descontração que vivi são tão importantes quanto as horas em frente ao computador.

Aos meus pais, Geraldo e Lourdes, e meus irmãos Luciano e Suzana, pelo apoio e carinho durante toda a minha vida.

A ANP (Agência Nacional do Petróleo) pelo apoio financeiro através do PRH02.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA DE ÂNCORAS DO TIPO TORPEDO PARA PLATAFORMAS OFFSHORE

Cristiano Santos de Aguiar

Novembro/2011

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia para análise e projeto de âncoras do tipo estaca torpedo para plataformas *offshore*. A utilização deste tipo de ponto fixo de ancoragem tem se tornado prática corrente nas estruturas flutuantes para explotação de petróleo na costa brasileira, principalmente devido ao baixo custo de instalação.

A âncora torpedo consiste em uma estaca formada por um tubo com a presença de aletas para o aumento da capacidade de carga. A âncora é cravada dinamicamente empregando a energia potencial no momento do seu lançamento para atingir a profundidade desejada de projeto. Como a geometria deste tipo de estaca foge da tradicional (estaca de seção circular), os métodos tradicionais de cálculo de capacidade de carga, na maioria das vezes, não fornecem resposta satisfatória.

Nesta tese, portanto, será apresentada uma metodologia de análise de âncoras do tipo torpedo utilizando o método dos elementos finitos com modelagem tridimensional para a representação do solo e da âncora. Ao longo do trabalho, serão apresentados aspectos importantes do projeto deste tipo de âncora assim como um estudo paramétrico, no qual serão abordados os efeitos de alguns parâmetros geotécnicos e geométricos na capacidade de carga. Por fim, será apresentada uma metodologia de previsão da capacidade de carga através de um ajuste polinomial com o intuito de reduzir o esforço computacional nos projetos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

SOIL STRUCTURE INTERACTION OF TORPEDO ANCHORS FOR MOORING SYSTEMS OF OFFSHORE PLATFORMS

Cristiano Santos de Aguiar

December/2011

Advisors: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Department: Civil Engineering

The main purpose of this work is to develop a methodology of analysis and design of anchors for platforms mooring systems. This type of anchor has been used for many applications especially due to its low cost installation and its capacity of withstand high loads.

The torpedo anchor consists of a regular tubular short pile, which presents flukes in order to increase the load capacity. Since this anchor presents a singular geometry, different from a regular cylindrical anchor/pile, the torpedo anchor does not have a satisfactory answer through analytical solutions.

In this thesis, a design methodology of torpedo anchors is addressed using the Finite Element Method with tridimensional elements for analyzing the torpedo anchor as well as the soil surrounding it. Throughout this work, it will be presented some aspects of the torpedo anchor analysis and a parametric study for different situations including geometric and geotechnical characteristics. Finally, this thesis presents a new methodology for predicting the load capacity of torpedo anchors using a polynomial approach in order to reduce the computational use in the design of torpedo anchors.

Sumário

Índice de figuras

Índice de Tabelas

Nomenclatura

A_f	-	Área frontal da estaca
A_l	-	Área lateral
B, R_{DP}, p_a	-	Parâmetros do critério Drucker Prager -modificado
C_0, C_{90}, F_0, F_{90}	-	Parâmetros do polinômio interpolador
C_d	-	Coeficiente de arrasto
C_e	-	Coeficiente de deformação do solo
$[\mathbf{D}]$	-	Matriz constitutiva
$[\mathbf{D'}]$	-	Matriz constitutiva de efetiva
d_e	-	Densidade da estaca
D_e	-	Diâmetro da estaca
$[\mathbf{D_{ep}}]$	-	Matriz constitutiva elastoplastica
$[\mathbf{D_f}]$	-	Matriz constitutiva de fluido
d_s	-	Densidade do solo
E	-	Módulo de elasticidade
$E´$	-	Módulo de elasticidade efetivo
EQM	-	Erro quadrático médio
E_s	-	Modulo de elasticidade do solo
E_u	-	Módulo de elasticidade não drenado
EWB	-	Fator de conversão do diâmetro equivalente da linha
$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})$	-	Função de escoamento
F_a	-	Forca de aplicação da carga
f_c	-	Fator da conversão da área de linha em contato com o solo
fds	-	Força tangencial no elemento
F_{poro}	-	Variável de controle da poro pressão
G	-	Módulo de cisalhamento
H_a	-	Distancia entre a base do modelo e a estaca
H_p	-	Profundidade de penetração
$[\mathbf{I}]$	-	Tensor identidade
J	-	Tensão desviatória
$[\mathbf{K}]$	-	Matriz de rigidez
K_0	-	Coeficiente de empuxo no repouso
K_e	-	Módulo volumétrico da poro pressão
K_n	-	Rigidez de contato
K_s	-	Módulo volumétrico do solo
L_e	-	Comprimento da estaca
M	-	Massa da estaca
M_{JP}	-	Parâmetro de função plástica
N	-	Normal na linha
N_c	-	Fator de capacidade de carga
$P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})$	-	Função de potencial plástico
p	-	Tensão média octaédrica

q_r	- Carga de ruptura da linha
R_P	- Resistência de ponta
S_e	- Taxa de deformação empírica do solo
S_{ti}	- Sensibilidade
S_u	- Resistência não drenada
$\{\mathbf{t}\}$	- Vetor de Cauchy
$[\mathbf{T}]$	- Tensor de Cauchy
T_1, T_2	- Tração nos elementos da linha
t_c	- Espessura do elemento do solo
$\{\mathbf{u}\}$	- Deslocamento
v	- Velocidade
v_s	- Velocidade de referência
wds	- Peso por unidade de comprimento da linha
α	- Fator de adesão
γ	- Distorção
γ_e	- Peso especifico da estaca
δ	- Atrito solo-estaca
$\Delta\varepsilon$	- Deformação incremental
$\Delta\varepsilon_\mathrm{e}$	- Deformação elástica
$\Delta\varepsilon_\mathrm{p}$	- Deformação plástica
$\Delta\sigma'$	- Tensão efetiva incremental
$\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$, $\Delta\tau_{xy}$, $\Delta\tau_{xz}$, $\Delta\tau_{yz}$	- Componentes de tensão incremental
$\Delta\sigma_f$	- Tensão de fluido incremental
ε	- Deformação
ε_p	- Deformação plástica
η, β, ρ	- Ângulo do modelo da estaca inclinada
θ	- Ângulo de Lode
λ, ζ	- Multiplicadores de lagrange
Λ	- Valor real (Cauchy)
μ	- Ângulo de dilatância
ν	- Poisson
ν'	- Poisson efetivo
ν_u	- Poisson não drenado
ξ	- Condição de deslizamento de contato
π	- Energia potencial
σ	- Tensão
σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}	- Componentes de tensão
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- Tensões principais
ϕ	- Ângulo de atrito
ω	- Ângulo de aplicação da carga
Ω	- Parâmetro do critério de ruptura
ψ_1, ψ_2	- Ângulos dos elementos da linha

Capítulo 1 - Introdução

A pesquisa direcionada ao projeto de estruturas *offshore* tem sido cada vez mais útil à indústria do petróleo. Isto devido à natureza inovadora dos equipamentos empregados nos diversos segmentos de operação de uma plataforma flutuante ou fixa. À medida que as estruturas caminham para condições mais desfavoráveis, como em águas profundas, por exemplo, estes equipamentos, na maioria das vezes, passam a sofrer solicitações mais severas.

Tendo em vista a velocidade com que estes novos equipamentos se desenvolvem e logo são colocados em uso, a pesquisa e o projeto acabam tornando-se diretamente ligados. O sistema de ancoragem de uma plataforma flutuante é um exemplo desta ligação. Atualmente, no Brasil, as plataformas flutuantes utilizam preferencialmente a estaca torpedo como âncora e, à medida que estas estacas são estudadas e desenvolvidas, são certificadas e utilizadas em campo.

Desde o fim dos anos 90, as estacas torpedo têm sido utilizadas no Brasil pela PETROBRAS (Brandão *et al*, 2006). Inicialmente, estas âncoras eram utilizadas apenas para a ancoragem de linhas flexíveis, impedindo que esforços de tração chegassem até a árvore de natal molhada (Medeiros, 2002). De acordo com Brandão *et al.* (2006), no início de 2002, os primeiros torpedos, denominados T-43 (peso próprio de 43 toneladas), foram utilizados na ancoragem de plataformas de perfuração. Devido ao sucesso dessas operações, nos três anos seguintes, mais de 50 torpedos deste tipo foram instalados na Bacia de Campos.

Em seguida, a boa performance deste tipo de âncora mostrou que era possível utilizar a estaca torpedo na ancoragem de unidades do tipo MODU (*Mobile Offshore Drilling Unit*) e FPSO (*Floating Production Storage and Offloading*). Além disso, a facilidade e rapidez de instalação da estaca torpedo fizeram com que esta solução fosse escolhida ao invés de âncoras do tipo VLA (*Vertical Load Anchor*) (Brandão *et al.*, 2006). Para a ancoragem do FPSO P-50, estacas torpedo denominadas T-98 (peso próprio de 98 toneladas) foram instaladas. A Figura 1-1 mostra uma estaca torpedo típica.

(a) (b)

Figura 1-1 - Vista da estaca torpedo (Sousa *et al.*, 2011)

De acordo com Henriques Jr. *et al*. (2010), dadas as elevadas cargas impostas pelas novas unidades de produção, uma nova estaca torpedo foi desenvolvida e tem sido utilizada recentemente. Esta âncora apresenta um peso total de 120 toneladas com 22 metros de comprimento e é denominada T-120. Estas características aumentam em até 83% a capacidade de carga desta âncora quando comparadas às estacas torpedo de 98 toneladas e 17 metros de comprimento empregadas na ancoragem do FPSO P-50.

A cravação da âncora torpedo é por gravidade, através do lançamento em queda livre de certa profundidade como se fosse um torpedo sem explosivos. Devido a sua simplicidade de construção e instalação, a âncora torpedo tem-se mostrado uma ótima solução de baixo custo no caso brasileiro. No Brasil, este tipo de fundação foi utilizado ou está previsto para ser utilizado pela PETROBRAS na maioria dos seus sistemas de ancoragem de plataformas flutuantes. Além disso, recentemente, foi analisada a possibilidade da utilização da estaca torpedo na ancoragem de plataformas no Golfo do México (Woodehouse *et al*., 2007).

Por ser uma solução inovadora para sistemas de ancoragem e possuir um histórico relativamente novo se comparado às estacas tradicionais, a estaca torpedo não possui uma regulamentação ou bibliografia rica que trate de procedimentos de análise e projeto. Assim, o desenvolvimento de pesquisas no campo do projeto de estacas torpedo passou a exercer um papel importante no Brasil, principalmente para a determinação de metodologias de análise geotécnica e estrutural.

Assim, dentro do atual contexto do projeto de âncoras para plataformas flutuantes, na qual a estaca torpedo exerce uma função importante, o seu estudo é um dos objetivos desta tese que, além disto, pretende apresentar alguns pontos da análise da interação solo-estrutura utilizando o método dos elementos finitos (Bathe, 1996; Zienkienwicz, 1967; Hughes, 1987).

O método dos elementos finitos (MEF) tem sido cada vez mais difundido nas linhas de pesquisa relacionadas à interação solo-estrutura (Potts e Zdravkovic, 1999). Aguiar (2005) e Costa (2008) são alguns trabalhos relacionados a esta linha, sendo que Costa (2008) apresenta um estudo paramétrico de estacas torpedo cravadas em solos coesivos com diversas resistências. Nesta tese, este estudo paramétrico será ampliado e utilizado para a determinação de polinômios interpoladores da capacidade de carga de uma estaca torpedo. Este estudo pretende, a partir da compreensão do comportamento da estaca torpedo, determinar de uma forma rápida e com custo computacional extremamente baixo, a capacidade de carga da estaca torpedo sem que seja necessário realizar um grande número de análises com modelos numéricos baseados no MEF.

Outro aspecto importante da estaca torpedo é sua forma de instalação, através da cravação dinâmica pelo peso próprio. Este tipo de procedimento envolve diversos aspectos hidrodinâmicos que afetam a estabilidade da cravação (Fernandes, 2005). Desta forma, ao final deste processo, a estaca torpedo tende a apresentar uma inclinação com relação à vertical. Esta inclinação é difícil de ser prevista, sendo inclusive alvo de estudos probabilísticos (Kunitaki, 2006). Atualmente, os modelos utilizando o MEF para a análise das estacas torpedo consideram a âncora cravada perfeitamente na vertical, sem a inclinação que existe na realidade. Nesta tese, o modelo em elementos finitos atualmente utilizado será modificado para que seja conduzido um estudo onde a inclinação da estaca torpedo.

Desta forma, no Capítulo 2 desta tese, será apresentada uma descrição teórica dos modelos utilizados ao longo desse estudo; no Capítulo 3, serão descritos os principais aspectos e etapas de um projeto de estaca torpedo; no Capítulo 4, será apresentada a metodologia de análise proposta; no Capítulo 5, serão apresentadas as análises numéricas utilizando o MEF; no Capítulo 6, será apresentada a proposta de determinação da capacidade de cargas da estaca torpedo através de interpolação polinomial; por fim, no Capítulo 7, são apresentados os comentários finais da tese.

Capítulo 2 – Modelos constitutivos

Neste capítulo, serão descritos os principais conceitos utilizados ao longo deste trabalho para a análise de estacas torpedo através do MEF. Inicialmente, são descritos alguns conceitos utilizados na formulação da teoria da plasticidade; no item seguinte, busca-se a descrição dos principais aspectos do comportamento geotécnico; em seguida, é apresentada a teoria utilizada para a modelagem do comportamento não linear do solo; por fim, são descritos os conceitos da interação solo-estrutura.

2.1 Conceitos básicos de elasticidade

O estado de tensões de um ponto em um sólido qualquer pode ser estudado a partir de um corte passando por este ponto. Evidentemente, infinitos planos podem passar por este ponto, separando o sólido em duas partes que interagem entre si. Em cada face do plano do corte age um vetor de tensões (vetor de Cauchy - **t**) que representam as tensões neste plano. Para representar este estado de tensões, Cauchy propôs que este vetor fosse uma função linear do vetor normal (**n**) ao plano de estudo. Assim, define-se o conceito de tensor de Cauchy (**T**):

$$\{\mathbf{t}\} = [\mathbf{T}]\{\mathbf{n}\} \tag{2.1}$$

Onde **T** é representado pelas seis componentes de tensões (σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}) e depende do sistema de eixos coordenados adotados (Timoshenko, 1951). Como existem infinitos planos que passam por um ponto também existem infinitos grupos de valores de componentes de tensões que representam o mesmo estado de tensões. Assim, pode-se definir dois vetores de tensões iguais:

$$[\mathbf{T}] \cdot \{\mathbf{n}\} = \Lambda \cdot [\mathbf{I}] \cdot \{\mathbf{n}\} \tag{2.2}$$

Sendo Λ um valor real. Logo:

$$([\mathbf{T}] - \lambda[\mathbf{I}])\{\mathbf{n}\} = 0 \tag{2.3}$$

O que conduz ao problema $det|([\mathbf{T}] - \lambda[\mathbf{I}])| = 0$, onde **I** é o tensor identidade.

A solução do problema de autovalor é uma equação do terceiro grau com três soluções reais que representam as tensões principais. Cada um destes valores representa um plano que passa pelo ponto de estudo onde não existe componente cisalhante.

Assim, é conveniente a definição de um estado de tensões através de suas tensões principais e as direções dos três planos em que estas atuam. Existem diversos tipos de invariantes de tensões, sendo que em Mecânica dos Solos é comum a adoção de três principais medidas (Potts e Zdravkovic, 1999):

- Tensão média ou octaédrica: $p = \frac{1}{3}\left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3\right)$ (2.4)

- Tensão desviatória: $J = \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_2\right)^2}$ (2.5)

- Ângulo de Lode: $\theta = \tan^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\left(2\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1\right)\right]$ (2.6)

Os invariantes apresentados possuem representação geométrica no espaço das tensões principais. O valor de *p* representa a distância da origem na diagonal espacial ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) até o plano desviatório onde se localiza um estado de tensões expresso pelo ponto P (um plano desviatório são todos aqueles perpendiculares à diagonal espacial). Já o valor de *J* mostra a distância entre o ponto P e a diagonal espacial no plano desviatório e o ângulo θ é a orientação do estado de tensões neste mesmo plano. Para ilustrar estas dimensões descritas, o estado de tensões representado pelo ponto P é mostrado na Figura 2-1.

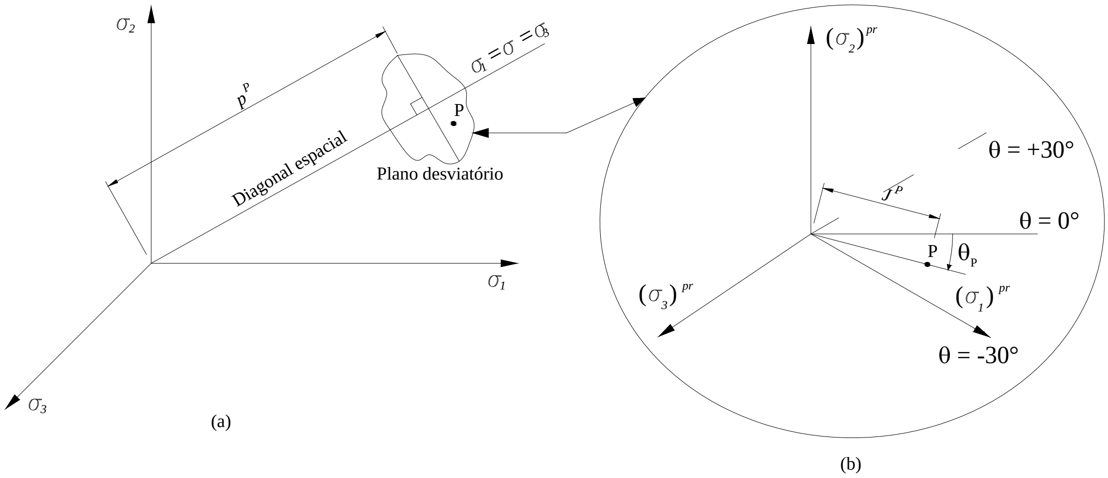


Figura 2-1 – Ilustração dos invariantes de tensões

2.2 Comportamento linear do solo

Tradicionalmente, a análise da interação solo-estrutura é realizada através de modelos simplificados ou empíricos (Potts e Zdravkovic, 1999). Atualmente, com a facilidade de acesso a computadores com alto poder de processamento, o uso de modelos sofisticados para a análise de problemas de mecânica dos solos tem evoluído. Por outro lado, à medida que métodos mais sofisticados, como o MEF com modelagem tridimensional, são aplicados, busca-se cada vez mais a representação realística do solo.

De uma forma simplificada, o comportamento constitutivo de um material é definido por sua relação entre tensões e deformações. Assim, esta relação é expressa por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{zy} \end{Bmatrix} \tag{2.7}$$

ou, simplesmente:

$$\boldsymbol{\Delta\sigma} = [\mathbf{D}] \cdot \boldsymbol{\Delta\varepsilon} \tag{2.8}$$

Para um material elástico linear, a matriz constitutiva assume a seguinte forma (Hinton, 1980):

$$[\mathbf{D}] = \frac{E(1-\upsilon)}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\upsilon}{1-\upsilon} & \frac{\upsilon}{1-\upsilon} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\upsilon}{1-\upsilon} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\upsilon}{2(1-\upsilon)} & 0 & 0 \\ & \mathit{Simétrica} & & & \frac{1-2\upsilon}{2(1-\upsilon)} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\upsilon}{2(1-\upsilon)} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

A relação constitutiva do solo pode ser representada tanto em termos das tensões totais quanto das tensões efetivas. Se for especificado através das tensões efetivas, deve-se utilizar o princípio das tensões efetivas (Terzaghi, 1936) ($\sigma = \sigma' + \sigma_f$) para obtenção das tensões totais. Lembrando que σ' é a tensão efetiva e σ_f é a pressão neutra ou poro-pressão, a relação constitutiva do solo é expressa por:

$$\boldsymbol{\Delta\sigma}' = [\mathbf{D}'] \cdot \boldsymbol{\Delta\varepsilon} \tag{2.10}$$

$$\boldsymbol{\Delta\sigma}_f = \lfloor \mathbf{D}_f \rfloor \cdot \boldsymbol{\Delta\varepsilon} \tag{2.11}$$

Como o solo e o fluido possuem a mesma deformação, pode-se escrever:

$$\boldsymbol{\Delta\sigma} = \lfloor \mathbf{D}' + \mathbf{D}_f \rfloor \cdot \boldsymbol{\Delta\varepsilon} \tag{2.12}$$

Onde **[D’]** é a matriz constitutiva relacionada com as tensões efetivas e **[D*f*]** é a matriz constitutiva relacionada com as poro-pressões.

Assim, a utilização do método dos elementos finitos, por exemplo, para problemas geotécnicos, exige a formulação de elementos que permitam a consideração da variação das poro-pressões (Δp_f) em uma análise. Esta consideração é importante, já que muitos modelos constitutivos disponíveis para análises geotécnicas são formulados em termos das tensões efetivas no solo.

Em contrapartida, análises baseadas na relação entre as tensões totais e as deformações totais podem ser aplicadas, sendo que estas se enquadram em duas classes de problemas:

- Problemas totalmente drenados: onde não há mudança na pressão do fluido ($\Delta p_f = 0$). Isto implica que as mudanças nas tensões totais e efetivas são as mesmas e a matriz constitutiva é expressa em termos dos parâmetros efetivos como, por exemplo, o módulo de elasticidade drenado *E'* e o coeficiente de Poisson drenado υ' para materiais isotrópicos lineares.
- Problemas totalmente não drenados: situação onde a matriz constitutiva é expressa em termos das tensões totais. Assim, esta matriz é definida por um módulo de elasticidade não drenado E_u e um coeficiente de Poisson não drenado υ_u para materiais isotrópicos lineares.

Na segunda classe de problemas, quando o solo é saturado, não deve haver mudança de volume. Isto é modelado, em solos isotrópicos, igualando-se o coeficiente de Poisson não drenado a 0.5. Como isso causa um erro numérico na matriz constitutiva, como pode ser visto na Equação (2.9), é usual a adoção de um valor menor do que 0.5, mas maior do que 0.49 (Potts e Zdravkovic, 1999).

Potts e Zdravkovic (1999) apresentam um estudo de uma fundação rasa para avaliação do efeito do valor do coeficiente de Poisson. De acordo com o observado, a partir de um coeficiente de Poisson maior que 0,499, este passa a não afetar significativamente a resposta. Apesar disso, a adoção de um valor igual a 0,49 conduziria a pequenos erros de acordo com o exemplo estudado.

As análises baseadas nas tensões totais descritas anteriormente não necessitam de nenhuma informação referente as poro-pressões. Entretanto, existem muitas situações nas quais a mudança nestas tensões é importante. Há também outros problemas onde é conveniente a representação do comportamento constitutivo em termos das tensões efetivas.

A aplicação de um carregamento em um maciço de solo causa uma mudança no estado de tensões totais. Quando o comportamento é não drenado, ocorre uma variação na poro-pressão (Δp_f). A Equação (2.12) fornece a relação constitutiva do solo na qual, para condições não drenadas, a matriz linear [**D’**] é dada pela Equação (2.9), sendo que em Mecânica dos Solos é usual representá-la a partir dos seguintes parâmetros:

$$[\mathbf{D}'] = \begin{bmatrix} K_s + \frac{4}{3}G & K_s - \frac{2}{3}G & K_s - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & K_s + \frac{4}{3}G & K_s - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & & K_s + \frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & \mathit{Simétrica} & & G & 0 & 0 \\ & & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Onde:

$$K_s = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \upsilon)} \tag{2.13a}$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \upsilon)} \tag{2.13b}$$

Já a matriz de poro-pressão do solo é dada por:

$$[\mathbf{D}_f] = K_e \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

onde K_e é o módulo volumétrico equivalente da poro-presão definido por: $K_e = F_{poro} \cdot K_s$, sendo F_{poro} uma constante que controla a poro-pressão no solo.

2.3 Comportamento não linear do solo

No item anterior, foi apresentada uma visão geral do comportamento elástico do solo. Como este modelo linear é relativamente simples, não é possível simular diversos problemas, como, por exemplo, situações de ruptura. Assim, melhorias deste modelo são propostas utilizando a teoria da plasticidade.

Para explicação dos conceitos de plasticidade utilizados na Mecânica dos Solos, parte-se de uma relação tensão-deformação uniaxial descrita nos itens subseqüentes.

2.3.1 Comportamento uniaxial de materiais elasto-plásticos

Inicialmente, será descrito o comportamento de um material perfeitamente elástico, mostrado na Figura 2-2. Este exemplo mostra uma barra prismática submetida a uma deformação ε. Essa barra, inicialmente, experimenta uma deformação elástica no trecho AB da curva mostrada na Figura 2-2. Se a deformação aplicada é revertida antes de alcançar o ponto B, o material encontra-se no regime elástico e o recarregamento se dá pelo caminho AB novamente.

Caso a barra seja deformada de forma a ultrapassar o valor de ε_B, esta passa a se comportar plasticamente e, assim, ao se desfazer o processo de deformação, a relação tensão *vs.* deformação segue a reta CD, e a barra apresentará uma deformação permanente ε_P. Caso a barra seja novamente carregada, esta seguirá a reta CD novamente e enquanto não alcançar o ponto C, se comportará de maneira elástica. Se, ao invés de aplicar uma deformação, fosse aplicada uma tensão na barra, não seria possível aplicar uma tensão maior do que σ_Y já que resultaria em deformação infinita.

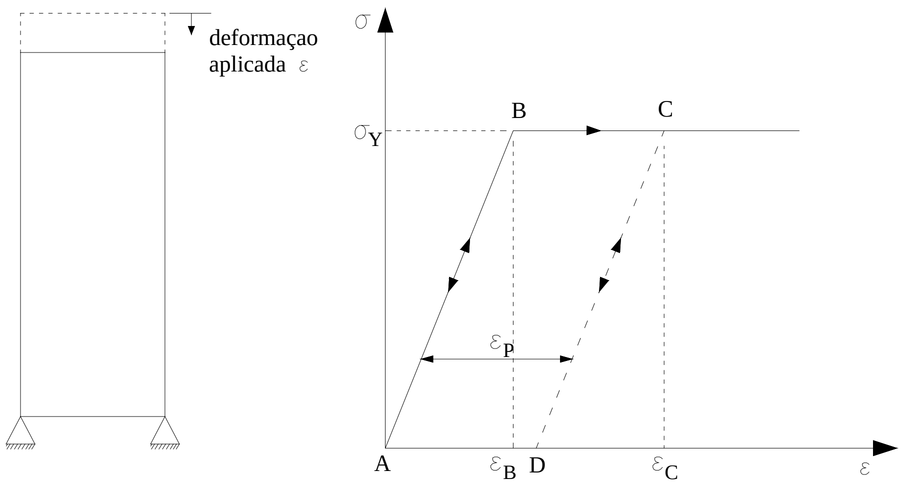


Figura 2-2 – Curva tensão deformação de material perfeitamente plástico

Outro comportamento elasto-plástico está mostrado na Figura 2-3 e é chamado de endurecimento ou encruamento (*strain-hardening*). Este tipo de material se comporta ligeiramente diferente do apresentado anteriormente quando ultrapassa o limite elástico, definido pela reta AB na Figura 2-3. Neste caso, ao invés da tensão apresentada se manter constante, ela aumenta para o valor σ_{YC}. A partir de σ_{YB}, qualquer descarregamento irá apresentar uma deformação permanente. Eventualmente, o material pode apresentar uma tensão constante para maiores deformações, como visto na Figura 2-3 a partir do ponto F.

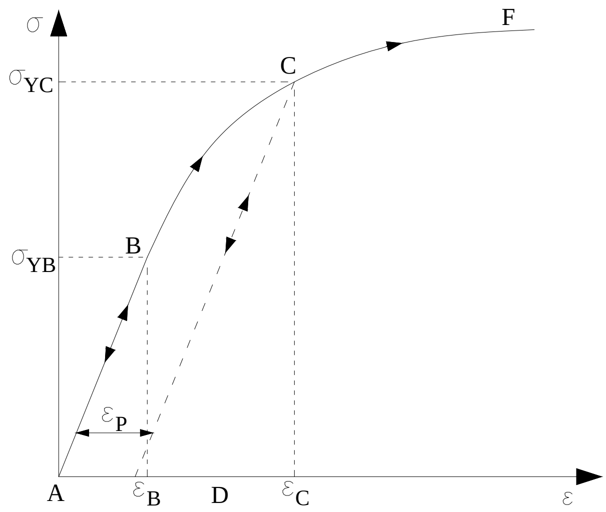


Figura 2-3 – Curva elasto-plástica com endurecimento.

Outra classe de material elasto-plástico é identificada quando, ao invés da tensão de escoamento aumentar após a fase elástica, esta diminui. Este tipo de comportamento, chamado de enfraquecimento (*strain-softening*), é mostrado na Figura 2-4. Após o trecho linear representado pela reta AB, a tensão de escoamento diminui para σ_{YC} e, em caso de descarregamento, ocorre o mesmo comportamento descrito anteriormente.

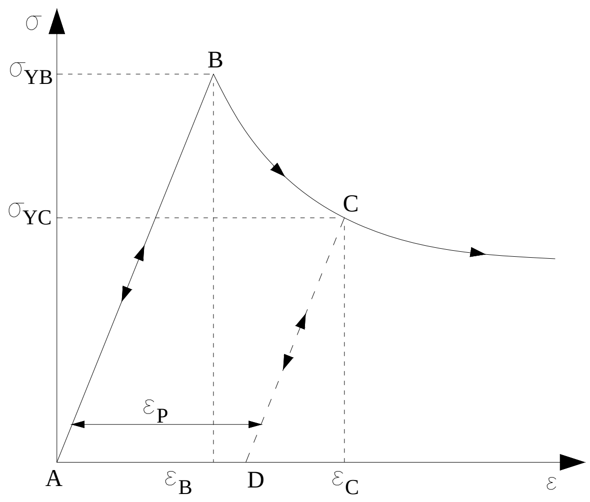


Figura 2-4 – Curva elasto-plástica com enfraquecimento do material

2.3.2 Extensão para estados multiaxiais

Como foi visto, em tração ou compressão simples, o limite de escoamento do material é representado por uma única tensão. Entretanto, nos casos reais em que há um estado de tensões multiaxiais, não é possível definir uma região elástica através de uma única tensão. Como o espaço de tensões e deformações é definido por seis componentes de tensões e deformações, é comum assumir que o material é isotrópico, assim, como o escoamento do material é dependente apenas da magnitude da tensão pode-se trabalhar apenas com os invariantes de tensões e deformações como as tensões principais, por exemplo. Reduz-se, assim, o número de parâmetros de seis para três.

A hipótese de adoção de um material isotrópico é, na maioria das vezes, considerada pela dificuldade na determinação dos parâmetros de anisotropia através de ensaios triaxiais tradicionais (Potts e Zdravkovic, 1999). Em geral, o comportamento real do solo não condiz com a isotropia, isto porque esta propriedade depende de como o solo foi depositado. Na verdade, o solo tende a apresentar um comportamento isotrópico no plano normal à direção de depósito. Mas, como expresso anteriormente, a falta de ensaios que representem esta característica do solo faz com que a anisotropia seja desprezada na maioria das análises geotécnicas.

O comportamento plástico de um material pode ser definido completamente através da especificação de três componentes principais (Almeida, 1977), ou seja:

- Função de escoamento, que define o limite elástico;
- Função de potencial plástico, mostrando a direção da deformação plástica em cada estado de tensões;
- Lei de endurecimento (*hardening*) ou enfraquecimento (*softening*) que define as condições dos estados plásticos.

A seguir, serão descritos cada um destes componentes.

2.3.3 Função de escoamento

Para caracterizar a região elástica num estado multiaxial de tensões é necessária a definição de uma função de escoamento. Esta é uma função escalar, expressa em termos das componentes de tensões $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ ou dos invariantes de tensões e um vetor de parâmetros **{k}**:

$$F\left(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}\right)=0 \tag{2.15}$$

O vetor **{k}** está relacionado com os parâmetros de endurecimento e enfraquecimento do material. Para materiais perfeitamente elásticos, os parâmetros **{k}** representam a magnitude da tensão de escoamento. Para materiais com endurecimento ou enfraquecimento, estes parâmetros variam com a deformação plástica para indicar como o estado de tensões no escoamento muda.

Dado um estado de tensões, a função de escoamento indica o comportamento do material. Caso $F\left(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}\right)<0$, o estado de tensões conduz a um comportamento elástico. Se $F\left(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}\right)=0$, o material se encontra em regime plástico ou elasto-plástico. Situações com $F\left(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}\right)>0$ não existem. Considerando um material isotrópico, onde se pode representar o estado de tensões através das suas tensões principais, a função de escoamento representa uma superfície no espaço tridimensional $\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3$. Assim, a Figura 2-5 mostra uma superfície genérica no espaço das tensões principais e um corte nesta superfície com σ_3 constante para a visualização de função de escoamento.

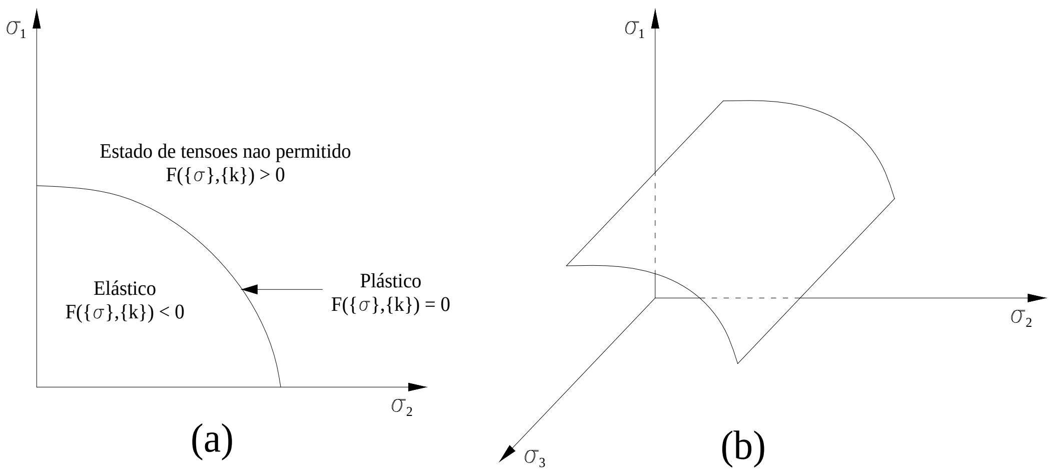


Figura 2-5 – Função de escoamento do material: (a) Representação dos estados possíveis; (b) Função de escoamento no espaço das tensões principais com σ_3 constante

2.3.4 Função de potencial plástico

No caso de um carregamento uniaxial, fica explícito que as deformações plásticas possuem a mesma direção das tensões impostas. Por outro lado, num estado de tensões multiaxial torna-se complicada a definição das deformações plásticas. Assim, é necessária a definição de uma lei de escoamento plástico que especifica as deformações plásticas para cada estado de tensões. Esta lei é expressa através da seguinte relação:

$$\Delta\varepsilon_i^p = \Lambda \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma_i} \tag{2.16}$$

A função de potencial plástico é apresentada da seguinte forma:

$$P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\}) = 0 \tag{2.17}$$

A função dada pela Equação (2.17) define uma superfície de potencial plástico, na qual suas perpendiculares representam os vetores de deformação plástica. Na Figura 2-6, é apresentada esta função, lembrando que as direções das tensões e deformações principais são assumidas como coincidentes.

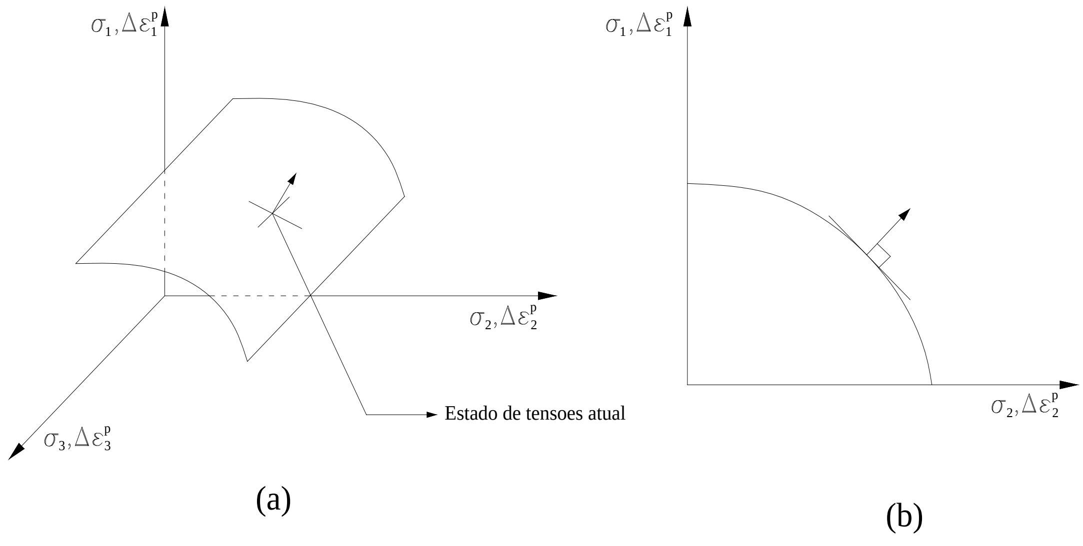


Figura 2-6 – Representação da função de potencial plástico: (a) Representação espacial; (b) Corte no plano $\sigma_1 - \sigma_2$

Como forma de simplificar, pode-se adotar a função de potencial plástico (dada por $P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})$) idêntica à função de escoamento do material ($F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})$). Neste caso, a lei de escoamento plástico é dita associativa. Quando as duas funções são diferentes (sendo $F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) \neq P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})$) a lei de escoamento plástico é chamada de não associativa. Uma implicação da lei de escoamento plástico não associativa na formulação pelo MEF é a assimetria da matriz constitutiva e, conseqüentemente, o mesmo ocorre com a matriz de rigidez. Isto exige um esforço computacional, tanto de processamento quanto armazenamento, muito maior do que uma matriz de rigidez simétrica.

Existe outra implicação na escolha da lei de escoamento plástico que diz respeito ao ângulo de dilatância que acompanha o cisalhamento de um solo com ângulo de atrito maior do que zero. O conceito de dilatância será apresentado mais adiante.

2.3.5 Lei de endurecimento ou enfraquecimento

A lei de endurecimento ou enfraquecimento define como os parâmetros $\{\mathbf{k}\}$ variam com as deformações plásticas. Assim, é possível a determinação da constante Λ presente na equação (2.16). Nos casos multiaxiais, a lei de endurecimento ou enfraquecimento está relacionada com a forma da mudança da superfície de escoamento ao longo da variação das deformações plásticas.

De uma forma geral, o aumento em tamanho da superfície de escoamento significa endurecimento do material e uma diminuição, enfraquecimento. Em aplicações de plasticidade ligada a solos, é comum admitir-se que a superfície de escoamento expande-se ou contrai-se em relação à origem, mantendo-se a forma, centro e orientação. Este comportamento é chamado enfraquecimento ou endurecimento isotrópico do material. Outra consideração é que durante o escoamento, a superfície translada-se, mantendo o tamanho e a forma. Isto é chamado de endurecimento cinemático (*kinematic hardening*). A Figura 2-7 mostra estes dois comportamentos.

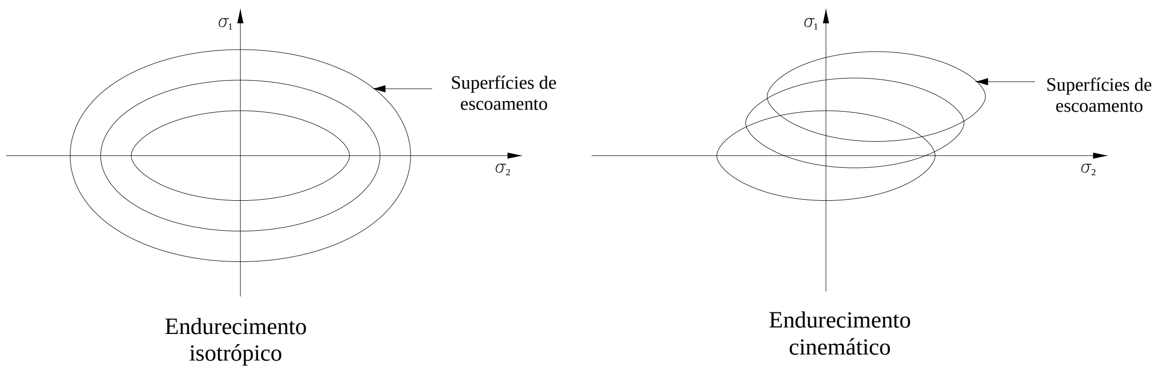


Figura 2-7 – Endurecimento isotrópico vs. endurecimento cinemático

2.3.6 Formulação geral da matriz constitutiva elasto-plástica

Da mesma forma que apresentado na equação (2.7) para a relação tensão *vs*. deformação linear, tem-se a relação num modelo constitutivo elasto-plástico:

$$\{\boldsymbol{\Delta\sigma}\} = \left[\mathbf{D}^{ep}\right] \cdot \{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\} \tag{2.18}$$

As deformações totais incrementais $\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\}$ podem ser divididas em plástica e elástica, da seguinte forma:

$$\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\} = \{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\mathbf{e}}\} + \{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\mathbf{p}}\} \tag{2.19}$$

Fazendo uma relação entre as tensões incrementais através da matriz constitutiva elástica, tem-se:

$$\{\boldsymbol{\Delta\sigma}\} = [\mathbf{D}] \cdot \left(\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\} - \{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}\right) \tag{2.20}$$

As deformações plásticas incrementais estão relacionadas com o potencial plástico da seguinte forma, sendo Λ um escalar:

$$\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\mathbf{p}}\} = \Lambda \left\{ \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma} \right\} \tag{2.21}$$

Substituindo a equação (2.21) na equação (2.20), tem-se:

$$\{\boldsymbol{\Delta\sigma}\} = [\mathbf{D}] \cdot \left(\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\} - \Lambda \left\{ \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma} \right\} \right) \tag{2.22}$$

Quando o material plastifica, o estado de tensões deve satisfazer à condição da função de escoamento igual a zero, sendo assim, $dF(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\}) = 0$, que, aplicando a regra da cadeia, tem-se:

$$dF(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\}) = \left\{ \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma} \right\}^T \{\boldsymbol{\Delta\sigma}\} + \left\{ \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\})}{\partial k} \right\}^T \{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{k}\} = 0 \tag{2.23}$$

Isolando $\{\boldsymbol{\Delta\sigma}\}$ e substituindo na equação (2.20) pode-se obter a constante Λ:

$$\Lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{D}]\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\}}{\left\{ \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{D}] \left\{ \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma} \right\} + A} \tag{2.24}$$

onde

$$A = -\frac{1}{\Lambda} \left\{ \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\}, \{\mathbf{k}\})}{\partial k} \right\}^T \{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{k}\} \tag{2.25}$$

Substituindo a equação (2.24) na equação (2.22), tem-se:

$$\{\boldsymbol{\Delta\sigma}\} = [\mathbf{D}]\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\} - \frac{[\mathbf{D}]\left\{\dfrac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma}\right\}\left\{\dfrac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma}\right\}^T [\mathbf{D}]\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\}}{\left\{\dfrac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma}\right\}^T [\mathbf{D}]\left\{\dfrac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma}\right\} + A} \tag{2.26}$$

Por fim, chega-se a seguinte matriz elasto-plástica, comparando-se as equações (2.18) e (2.26):

$$[\mathbf{D}^{ep}] = [\mathbf{D}] - \frac{[\mathbf{D}]\left\{\dfrac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma}\right\}\left\{\dfrac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma}\right\}^T [\mathbf{D}]}{\left\{\dfrac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma}\right\}^T [\mathbf{D}]\left\{\dfrac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma}\right\} + A} \tag{2.27}$$

Aqui fica visível a implicação na simetria da matriz constitutiva da adoção da lei de escoamento plástico. Se a matriz constitutiva elástica [**D**] é simétrica, esta condição somente se manterá na matriz elasto-plástica se a matriz:

$$[\mathbf{D}]\left\{\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma}\right\}^T [\mathbf{D}] \tag{2.28}$$

também for simétrica. Isto só ocorrerá se $F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})$, ou seja, se a lei de escoamento plástico adotada for associativa.

O valor do parâmetro A depende do tipo de comportamento plástico adotado: perfeito, com endurecimento ou enfraquecimento. No caso do comportamento plástico perfeito, o vetor de parâmetros {**k**} é constante e, conseqüentemente:

$$\left\{\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial k}\right\}^T = 0 \tag{2.29}$$

resultando em $A = 0$.

No caso de material com endurecimento ou enfraquecimento, o parâmetro {**k**} é relacionado com as deformações plásticas acumuladas $\{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}$. Conseqüentemente, a equação (2.25) pode escrita da seguinte forma:

$$A = -\frac{1}{\Lambda}\left\{\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial k}\right\}^T \frac{\partial\{\mathbf{k}\}}{\partial\{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}}\{\boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\mathbf{p}}\} \tag{2.30}$$

se existe uma relação linear entre $\{\mathbf{k}\}$ e $\{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}$, então:

$$\frac{\partial\{\mathbf{k}\}}{\partial\{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}} = \text{constante} \tag{2.31}$$

Assim, substituindo a equação (2.21) na equação (2.30), Λ é cancelado e o valor de A pode ser determinado. Caso não fosse assumida uma relação linear entre os parâmetros $\{\mathbf{k}\}$ e $\{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}$, Λ não seria cancelado e não seria possível calcular o valor de $[\mathbf{D}^{ep}]$. Logo, na prática, todos os modelos constitutivos baseados no endurecimento ou enfraquecimento do material possuem uma relação linear entre $\{\mathbf{k}\}$ e $\{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}\}$.

2.3.7 Critérios de ruptura típicos

Neste item, serão apresentados alguns critérios de ruptura típicos utilizados para representar o comportamento plástico do solo. Alguns destes modelos são expressos em termos das tensões efetivas, outros pelas tensões totais.

a) Critério de Tresca

Em um ensaio triaxial de argilas saturadas, é comum expressar os resultados em termos de duas tensões totais: vertical (σ_v) e horizontal (σ_h). Assim, o círculo de Mohr de tensões de ruptura é representado na Figura 2-8, e há uma relação entre a resistência não drenada (S_u) e o diâmetro do círculo de Mohr. Em um ensaio triaxial convencional, $\sigma_1 = \sigma_v$ e $\sigma_3 = \sigma_h$ e essa relação é dada por

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2S_u \tag{2.32}$$

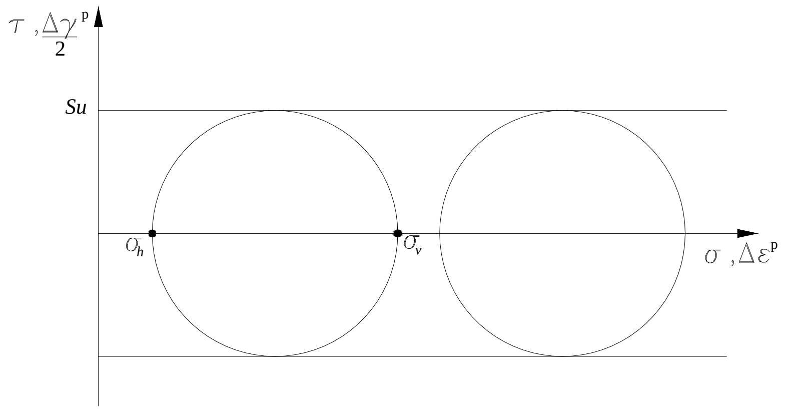


Figura 2-8 – Círculos de Mohr para duas amostras com tensões totais iniciais diferentes

O critério de Tresca é dado pela Equação (2.32) e pode ser generalizado para um estado de tensões tridimensional. Desta forma, esta superfície de ruptura é descrita por:

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = J\cos\theta - S_u = 0$$

onde, J e θ são invariantes, expressos pelas Equações (2.5) e (2.6), respectivamente, e dependentes do estado de tensões $\{\boldsymbol{\sigma}\}$; Já, neste caso, o vetor de parâmetros {k} é definido por um único termo, S_u, que é a resistência não drenada.

No espaço das tensões principais, a superfície de escoamento do critério de Tresca é um prisma de base hexagonal que tem a diagonal espacial como seu eixo de simetria, como pode ser visto na Figura 2-9.

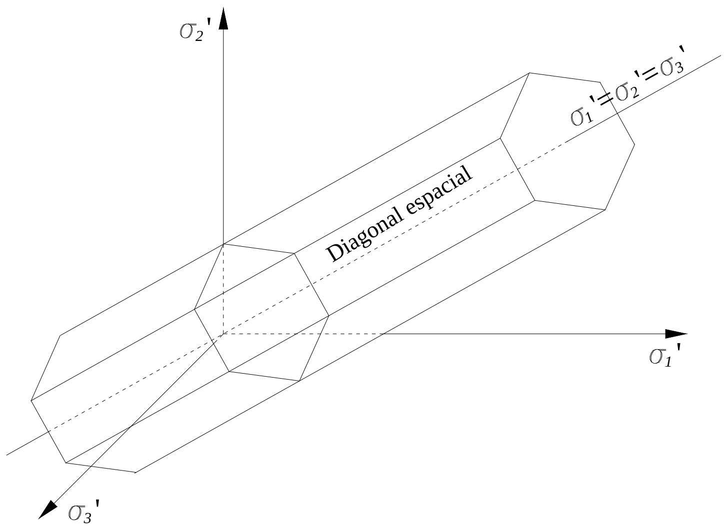


Figura 2-9 – Superfície de escoamento do critério de Tresca

Como o critério é perfeitamente plástico, o vetor de parâmetros, aqui com apenas um termo, a resistência ao cisalhamento do solo, é constante, ou seja, a função de escoamento não depende do estado de tensões no regime plástico. Já a função de potencial plástico é adotada como sendo igual à função de escoamento. Assim, como o modelo é utilizado para a representação de argilas saturadas, a escolha de uma função de potencial plástico associativa (onde $F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})$) representa a condição de não variação das deformações volumétricas. Por fim, o comportamento elástico é representado, normalmente, através do módulo de elasticidade não drenado (E_u) e o coeficiente de Poisson (υ_u) não drenado.

A construção da matriz constitutiva elasto-plástica, expressa pela equação (2.27) depende das derivadas parciais das funções de escoamento e de potencial plástico e do parâmetro *A*, que será zero neste caso devido à plasticidade perfeita. Para o cálculo destas derivadas, deve-se valer da regra da cadeia:

$$\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma} = \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial \sigma} + \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial J}\frac{\partial J}{\partial \sigma} + \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma} = \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial \sigma} + \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial J}\frac{\partial J}{\partial \sigma} + \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \tag{2.34}$$

Os valores das derivadas $\partial p/\partial\sigma$, $\partial J/\partial\sigma$ e $\partial\theta/\partial\sigma$ são apresentadas no Apêndice A. As demais derivadas são:

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial P}{\partial p} = 0 \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial F}{\partial J} = \frac{\partial P}{\partial J} = \cos\theta \tag{2.36}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = -J\,\mathrm{sen}\,\theta \tag{2.37}$$

b) Critério de von Mises

Como pode ser visto anteriormente, na Figura 2-9, o critério de ruptura de Tresca apresenta singularidades que podem representar um maior esforço computacional quando aplicado a um modelo baseado no MEF, por exemplo. Para contornar essa dificuldade, usualmente emprega-se a superfície proposta por von Mises, que é dada por:

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = J - \Omega = 0 \tag{2.38}$$

Caso se queira aproximar o critério de Tresca por esse critério, calcula-se Ω de duas formas diferentes: a primeira, através da base circular inscrita no hexágono que representa o modelo de Tresca; a segunda, através de um círculo circunscrito ao hexágono. A Figura 2-10 mostra a superfície de escoamento do modelo de Von Mises, já a Figura 2-11 mostra as duas aproximações da superfície de Tresca através de um corte num plano desviatório qualquer.

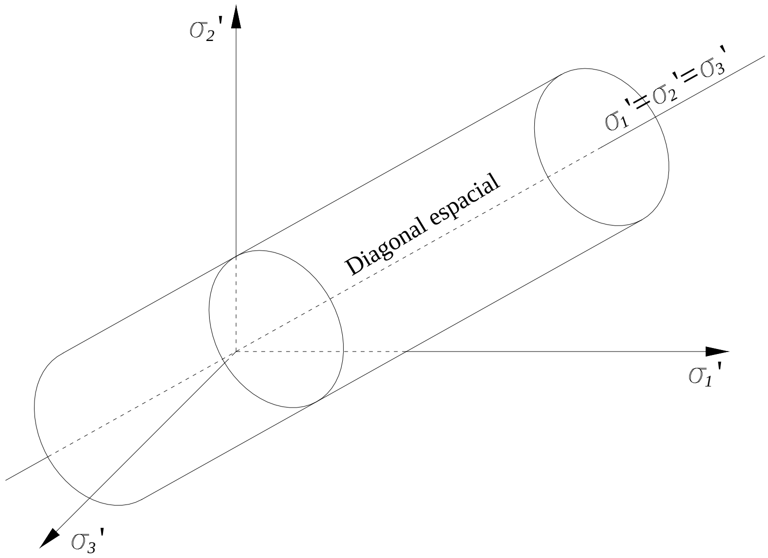


Figura 2-10 – Superfície de escoamento do critério de von Mises

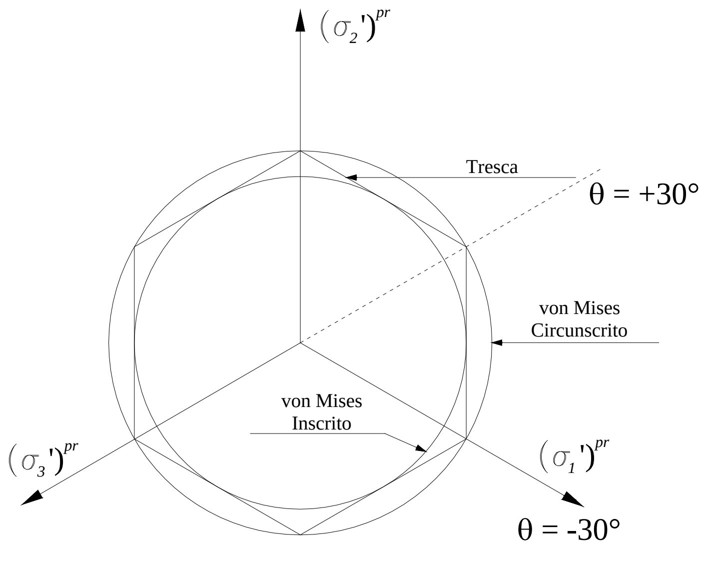


Figura 2-11 – Aproximações do critério de Tresca

Comparando os critérios de von Mises e Tresca, o valor de Ω pode ser determinado por:

$$\Omega = \frac{S_u}{\cos\theta} \tag{2.39}$$

A partir desta equação, as duas aproximações vêm da adoção de dois diferentes ângulos de Lode que representam as direções onde os dois critérios são iguais: uma circunscrita com $\theta = 30^\circ$ e outra inscrita com $\theta = 0^\circ$. Uma melhor aproximação seria a adoção de $\theta = 15^\circ$, o que daria $\Omega = 1.035 S_u$.

Por fim, é assumida a condição de escoamento plástico associativo, assim, a função de potencial plástico é dada pela equação (2.38). O comportamento elástico é expresso por um módulo de elasticidade não drenado (E_u) e um coeficiente de Poisson não drenado (υ_u). As derivadas parciais que definem a matriz constitutiva elasto-plástica são, dadas pelas equações (2.33) e (2.34), sendo:

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial P}{\partial p} = 0 \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial F}{\partial J} = \frac{\partial P}{\partial J} = 1 \tag{2.41}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \tag{2.42}$$

c) *Critério de Mohr-Coulomb*

Assim como o critério de Tresca é proposto para condições onde são analisadas as tensões totais, o critério de Mohr-Coulomb é derivado de ensaios onde os círculos de Mohr de ruptura são representados em termos das tensões efetivas. É assumido que existe uma reta tangente aos círculos de Mohr provenientes de ensaios com diferentes tensões iniciais. Esta linha, chamada de critério de ruptura de Coulomb, é mostrada na Figura 2-12 e pode ser expressa por:

$$\tau_f = c' + \sigma'_{nf} \tan\varphi' \tag{2.43}$$

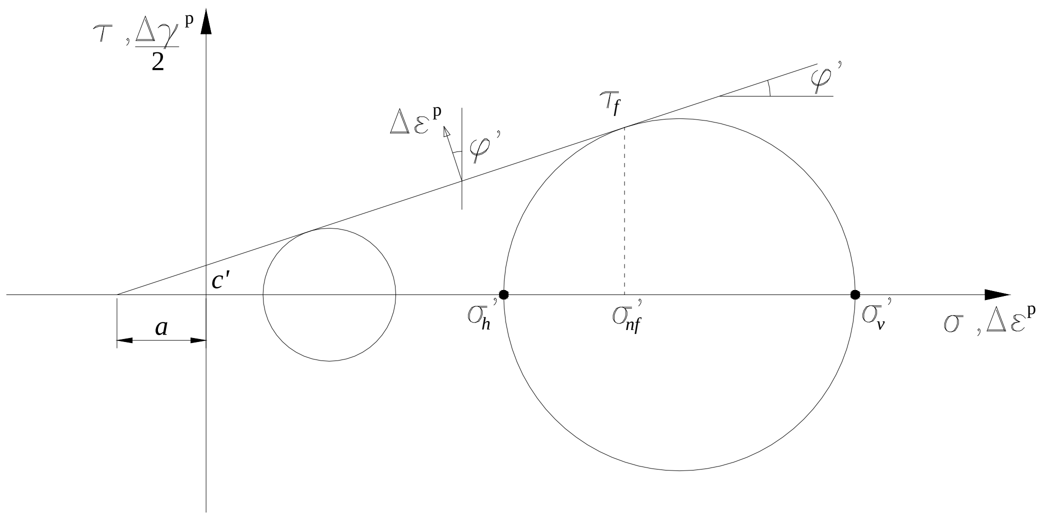


Figura 2-12 - Círculos de Mohr para tensões efetivas

Escrevendo a equação (2.43) através das tensões principais indicadas na Figura 2-12, sendo $\sigma'_1 = \sigma'_v$ e $\sigma'_3 = \sigma'_h$, tem-se:

$$\sigma'_1 - \sigma'_3 = 2c'\cos\varphi + (\sigma'_1 + \sigma'_3)\,\mathrm{sen}\,\varphi' \tag{2.44}$$

Este é chamado de critério de ruptura de Mohr-Coulomb, e a representação da função de escoamento é dada pela equação:

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = \sigma'_1 - \sigma'_3 - 2c'\cos\varphi - (\sigma'_1 + \sigma'_3)\,\mathrm{sen}\,\varphi' \tag{2.45}$$

Reescrevendo em termos dos invariantes de tensões, a equação fica determinada por:

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = J - \left(\frac{c'}{\tan\varphi'} + p'\right) g(\theta) = 0 \tag{2.46}$$

onde:

$$g(\theta) = \frac{\mathrm{sen}\,\varphi'}{\cos\theta + \dfrac{\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{sen}\,\varphi'}{\sqrt{3}}} \tag{2.47}$$

No espaço das tensões principais, a função de escoamento de Mohr-Coulomb é representada por um cone de base hexagonal, como mostrado na Figura 2-13. É importante perceber que, ao adotar c' igual a S_u e $\varphi' = 0$, os critérios de Mohr-Coulomb e Tresca se tornam idênticos.

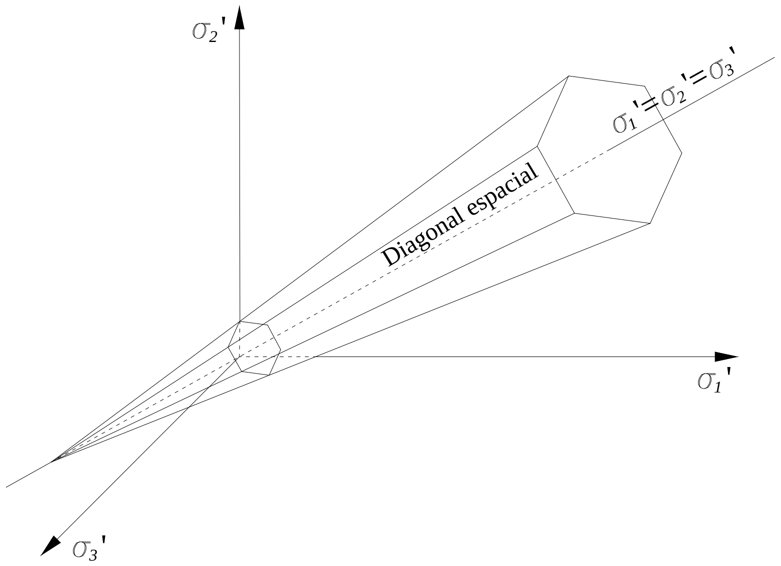


Figura 2-13 – Superfície de escoamento do modelo de Mohr-Coulomb

O modelo de Mohr-Coulomb é adotado como perfeitamente plástico, ou seja, não existe nenhuma lei de endurecimento ou enfraquecimento definida. Já a função de escoamento plástico $P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\})$ pode ser adotada como associativa. Na Figura 2-12, pode ser visto que, desta forma, o vetor de incremento de deformações plástico possui um ângulo φ' com a vertical. Logo, o ângulo de dilatância μ é igual ao ângulo de atrito φ' e é definido pela equação:

$$\mu = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{\Delta\varepsilon_1^p + \Delta\varepsilon_3^p}{\Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_3^p} \right) \tag{2.48}$$

onde, $\Delta\varepsilon_1^p$ e $\Delta\varepsilon_3^p$ são definidos graficamente pela Figura 2-14 que mostra o círculo de Mohr das deformações plásticas.

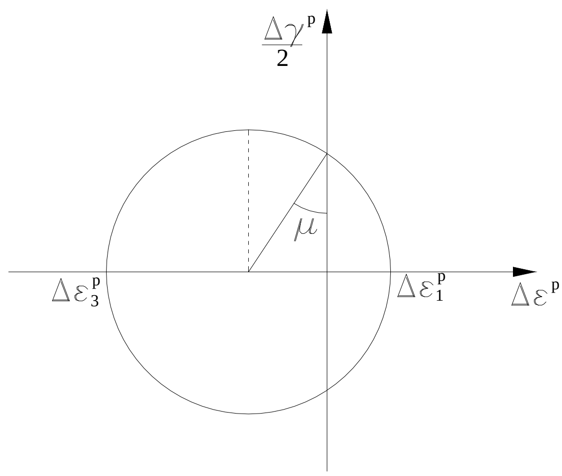


Figura 2-14 – Círculo de Mohr das deformações plásticas

A adoção de uma lei de escoamento plástico associativa possui dois pontos negativos: as deformações volumétricas plásticas podem ser muito maiores do que as observadas na prática; outro ponto negativo é que o solo, uma vez que atinge a tensão de escoamento, irá ganhar volume indefinidamente. Num comportamento real do solo, este pode dilatar inicialmente, mas após romper esta variação de volume fica constante.

As grandes deformações volumétricas podem ser resolvidas através da adoção de uma lei de escoamento plástico não associativa, onde a função de potencial plástico possui uma forma similar da função de escoamento, apenas trocando φ' pela dilatância μ. Assim, tem-se:

$$P(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{m}\}) = J - (a_{pp} + p')g_{pp}(\theta) \tag{2.49}$$

onde:

$$g_{pp}(\theta) = \frac{\operatorname{sen}\mu}{\cos\theta + \frac{\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\mu}{\sqrt{3}}} \tag{2.50}$$

e a_{pp} é a distância entre a ponta do cone representativo da função de escoamento plástico até a origem do espaço das tensões principais.

Como este modelo é perfeitamente plástico, um estado de tensões onde o solo é plástico deve estar contido tanto na superfície de escoamento quanto na superfície de potencial plástico. Esta situação é representada na Figura 2-15 através das superfícies em função dos invariantes p' e J.

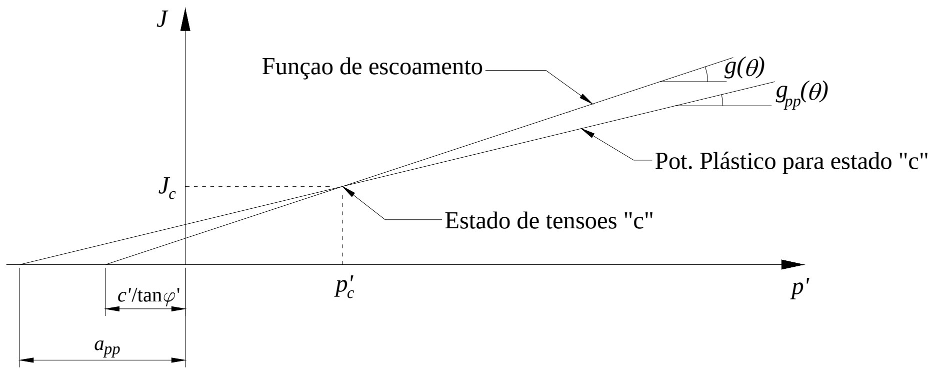


Figura 2-15 – Relação entre função de escoamento e potencial plástico

O ponto do estado de tensões "*c*", onde as duas funções se encontram é alcançado com as seguintes condições:

$$J_c - \left(\frac{c'}{\tan \varphi'} + p_c' \right) g(\theta_c) = 0 \qquad (2.51)$$

$$J_c - \left(a_{pp} + p_c' \right) g_{pp}(\theta_c) = 0 \qquad (2.52)$$

Subtraindo-se as equações e isolando a_{pp}, obtém-se:

$$a_{pp} = \left(\frac{c'}{\tan \varphi'} + p_c' \right) \frac{g(\theta_c)}{g_{pp}(\theta_c)} - p'_c \qquad (2.53)$$

Assim, enquanto a função de escoamento é fixa no espaço p'-J-θ (θ é perpendicular ao plano da Figura 2-15), a função de potencial plástico move-se para que passe pelo estado de tensões atual. Como apenas as derivadas da função de escoamento plástico com respeito às tensões são utilizadas para a formação da matriz constitutiva elasto-plástica, a hipótese desta função se mover para passar pelo estado de tensões é aceitável. Lembrando que a partir da adoção do correto valor de μ, pode-se controlar as deformações volumétricas.

Mesmo que seja adotada uma lei de escoamento plástico não associativa, onde as deformações plásticas são menores, o modelo continua com ganho de volume, não importa quanto cisalhamento seja aplicado no solo. Isto conduz a um comportamento não realístico e pode introduzir erros em algumas análises. Uma maneira de corrigir este problema é a adoção de um ângulo de dilatância dependente da deformação plástica, mas isso é obtido em modelos constitutivos mais avançados (Potts e Zdravkovic, 1999).

Resumindo, o modelo de Mohr-Coulomb, necessita de cinco parâmetros: c', φ' e μ para o comportamento plástico e E' e υ' para o comportamento elástico. Se for adotada uma lei de escoamento plástico associada, este número cai para quatro, já que $\mu = \varphi'$. As derivadas parciais das funções de escoamento e potencial plástico ficam:

$$\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \sigma'} = \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial p'}\frac{\partial p'}{\partial \sigma'} + \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial J}\frac{\partial J}{\partial \sigma'} + \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \sigma'} \tag{2.54}$$

$$\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \sigma'} = \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial p'}\frac{\partial p'}{\partial \sigma'} + \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial J}\frac{\partial J}{\partial \sigma'} + \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \sigma'} \tag{2.55}$$

Os valores das derivadas $\partial p'/\partial \sigma'$, $\partial J/\partial \sigma'$ e $\partial \theta/\partial \sigma'$ são apresentadas no Apêndice A. As demais derivadas são:

$$\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial p'} = -g(\theta) \tag{2.56}$$

$$\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial J} = 1 \tag{2.57}$$

$$\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \theta} = \left(\frac{c'}{\tan\varphi'} + p'\right)\frac{\operatorname{sen}\varphi'}{\left(\cos\theta + \dfrac{\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\varphi'}{\sqrt{3}}\right)^2}\left(\operatorname{sen}\theta - \frac{\cos\theta\operatorname{sen}\varphi'}{\sqrt{3}}\right) \tag{2.58}$$

$$\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial p'} = -g_{pp}(\theta) \tag{2.59}$$

$$\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial J} = 1 \tag{2.60}$$

$$\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \theta} = (a_{pp} + p') \frac{\operatorname{sen}\mu}{\left(\cos\theta + \frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\mu}{\sqrt{3}}\right)^2} \left(\operatorname{sen}\theta - \frac{\cos\theta \operatorname{sen}\mu}{\sqrt{3}}\right) \tag{2.61}$$

d) *Critério de Drucker-Prager*

Assim como no critério de Tresca, a função de escoamento de Mohr-Coulomb apresenta singularidades no espaço das tensões principais efetivas. Apesar da possibilidade destas singularidades serem tratadas em um modelo em elementos finitos, isto pode envolver um maior custo computacional. Assim, é comum modificar a superfície de escoamento para que não apresente estas singularidades, como feito no modelo de Tresca para o de von Mises.

Desta forma, surge o modelo de Drucker-Prager, que de uma forma simplificada é alcançada pela substituição do termo $g(\theta)$ na superfície de escoamento de Tresca pela constante M_{JP}. Assim, a superfície de escoamento se torna um cone de base circular, representado pela Figura 2-16 e expresso pela equação:

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = J - \left(\frac{c'}{\tan\varphi'} + p'\right) M_{JP} = 0 \tag{2.62}$$

Sendo o vetor de parâmetros **{k}**, formado pela coesão c' e o ângulo de atrito φ'

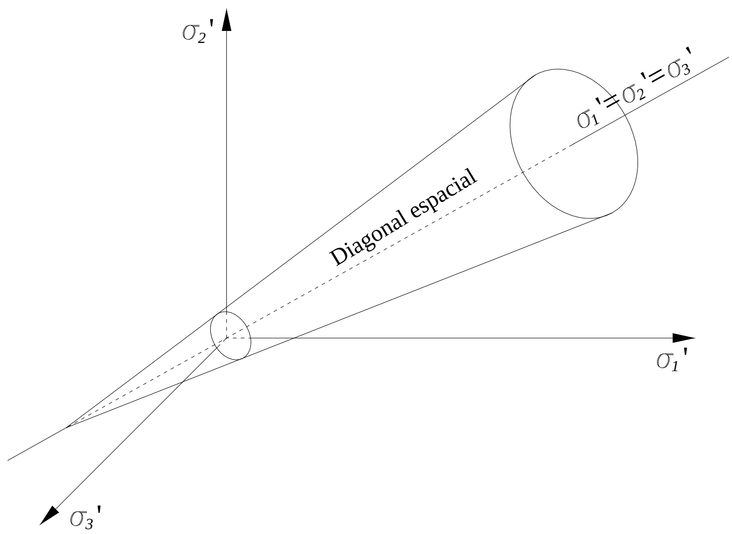


Figura 2-16 - Superfície de escoamento do modelo de Drucker –Prager

O cálculo do valor de M_{JP} envolve a adoção de uma forma de aproximação do critério de Mohr-Coulomb, que, desta forma, é assumido correto. Considerando um plano desviatório qualquer, mostrado na Figura 2-17, o modelo de Mohr-Coulomb é aproximado por duas superfícies de Drucker-Prager: uma inscrita e outra circunscrita ao hexágono irregular.

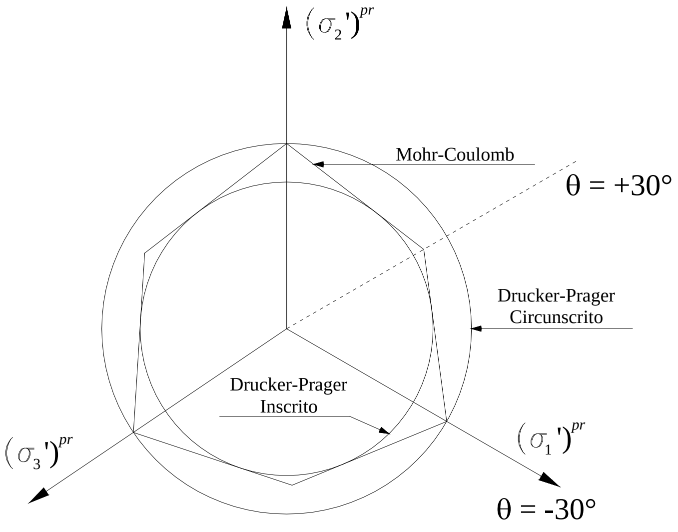


Figura 2-17 – Superfícies de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager

Comparando as duas superfícies de escoamento, tem-se que:

$$M_{JP} = g(\theta) = \frac{\operatorname{sen}\varphi'}{\cos\theta + \dfrac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi'}{\sqrt{3}}} \tag{2.63}$$

Observando a Figura 2-17, pode-se perceber que a aproximação do critério pelo cone circunscrito ocorre para o ângulo $\theta = -30^\circ$ (compressão). Existe outra aproximação que vem da adoção de $\theta = +30^\circ$ (extensão) e esta não está descrita na Figura 2-17. Substituindo estes valores de θ na Equação (2.63) tem-se:

$$M_{JP}^{\theta=-30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}\operatorname{sen}\varphi'}{3-\operatorname{sen}\varphi'} \tag{2.64}$$

$$M_{JP}^{\theta=+30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}\operatorname{sen}\varphi'}{3+\operatorname{sen}\varphi'} \tag{2.65}$$

Para o caso da aproximação pelo círculo inscrito ao hexágono irregular, o valor de M_{JP} é obtido a partir do cálculo do ângulo θ que indica o ponto onde o círculo tangencia o hexágono. Para tal, basta encontrar o valor de θ que dá o menor valor de M_{JP} na Equação (2.63). Derivando com relação a θ e igualando-se a zero chega-se a equação:

$$\theta_{ins} = \tan^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen}\varphi'}{\sqrt{3}}\right) \tag{2.66}$$

O critério de Drucker-Prager pode ser definido por uma lei de escoamento plástico não associativa, com a função de potencial plástico expressa por:

$$P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\}) = J - \left[\left(\frac{c'}{\tan\varphi'} + p_c'\right)\frac{M_{JP}}{M_{JP}^{PP}} - p_c' + p'\right]M_{JP}^{PP} = 0 \tag{2.67}$$

onde M_{JP}^{PP} é o gradiente da função de potencial plástico no espaço J- p', mostrado na Figura 2-18. Assim, M_{JP}^{PP} se torna igual a $g_{pp}(\theta)$, dado pela Equação (2.50). Logo se for adotada uma lei de escoamento plástico associativa, $M_{JP}^{PP} = M_{JP}$. Lembrando que p_c' está associado ao estado de tensões atual.

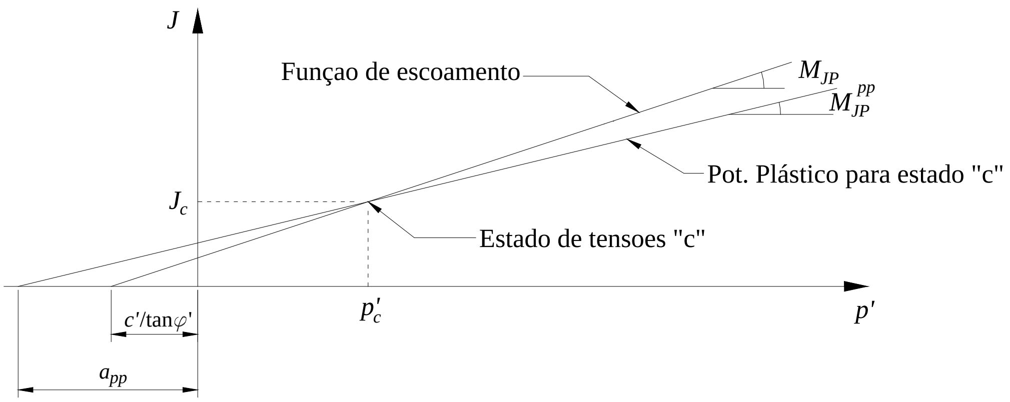


Figura 2-18 – Funções de escoamento e potencial plástico no modelo de Drucker-Prager

Por fim, as derivadas parciais das funções de escoamento e potencial plástico necessárias para a formação da matriz constitutiva $[\mathbf{D}^{ep}]$ são:

$$\frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial p'} = -M_{JP} \quad ; \quad \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial J} = 1 \quad ; \quad \frac{\partial F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\})}{\partial \theta} = 0 \tag{2.68}$$

$$\frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial p'} = -M_{JP}^{PP} \quad ; \quad \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial J} = 1 \quad ; \quad \frac{\partial P(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{m}\})}{\partial \theta} = 0 \qquad (2.69)$$

e) Critério de Drucker-Prager modificado (Cap Model)

Este critério é uma adaptação do modelo de Drucker-Prager original com inclusão de um limite na superfície de escoamento. Este modelo, proposto por Drucker e*t al.* (1957) é utilizado para simular o comportamento de deformações plásticas permanentes em materiais submetidos a um carregamento compressivo. Como mostrado na Figura 2-19 Este critério de ruptura é definido por uma função de escoamento dividida em três partes:

- Envoltória de ruptura (define a superfície de escoamento propriamente dita);
- Uma função de transição entre a superfície de ruptura e o *cap.*
- Função de fechamento para compressão (define o fechamento – *cap* - da superfície para ações compressivas);

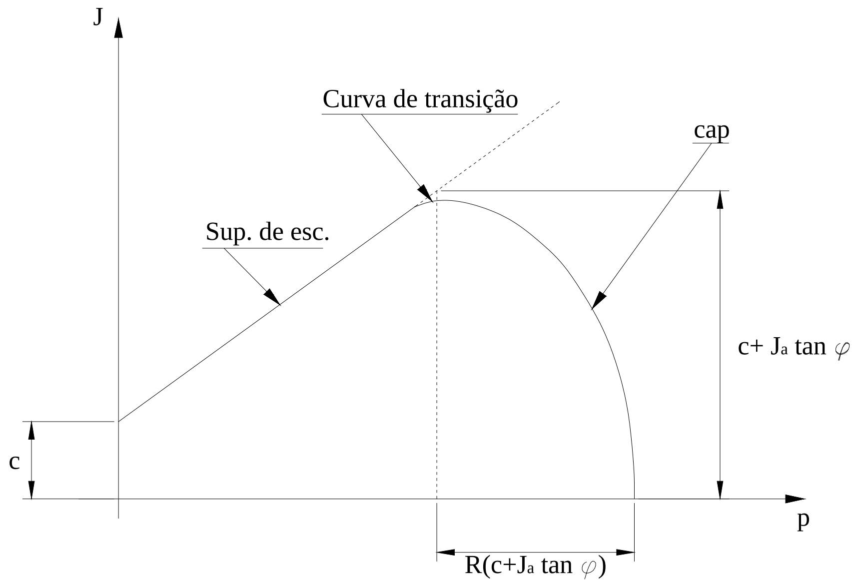


Figura 2-19 – Superfície de escoamento do critério de Drucker-Prager modificado

A primeira parte é expressa pela função de escoamento (Lu, 2010 e Han *et al.*, 2008):

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = J - p \cdot \tan\varphi - c \qquad (2.70)$$

Sendo o vetor de parâmetros **{k}** definido pelo ângulo de atrito φ e a coesão *c*.

A determinação da função do *cap* é expressa por:

$$F_{CDP}(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left(\frac{R_{DP}\cdot J}{1+B-{}^{B}\!/_{\cos\varphi}}\right)^2} + R_{DP}(c+p_a\tan\varphi) = 0 \tag{2.71}$$

Onde o vetor de parâmetros, deste caso, é composto por R_{DP} que controla a forma do *cap*, *B* é um parâmetro que controla a transição entre o *cap* e a superfície de escoamento linear. p_a é um parâmetro plástico de endurecimento ou enfraquecimento do material. Os outros parâmetros são a coesão c e o ângulo de atrito φ.

Para a definição da função de transição, são utilizados os mesmos parâmetros, como pode ser visto na Equação (2.72).

$$F_{TDP}(\{\boldsymbol{\sigma}\},\{\mathbf{k}\}) = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[J-\left(1-\frac{B}{\cos\varphi}\right)(c+p_a\tan\varphi)\right]^2} + B(c+p\tan\varphi) = 0 \tag{2.72}$$

Para definição deste modelo, é necessária a obtenção de sete parâmetros principais através de ensaios laboratoriais da amostra de solo. Os parâmetros necessários são:

Tabela 2-1 – Parâmetros do modelo Drucker-Prager modificado (Han *et al*, 2008)

E	Módulo de elasticidade (comportamento linear)
ν	Poisson (comportamento linear)
c	Coesão
φ	Ângulo de atrito
R_{DP}	Razão do eixo horizontal pelo eixo vertical do *cap* elíptico
B	Parâmetro de transição das curvas de escoamento (tipicamente entre 0.01 e 0.05)
p_a	Parâmetro de endurecimento / Amolecimento determinado a partir das deformações volumétricas plásticas

Pode-se perceber que para aplicação de critérios de ruptura mais avançados, é necessária a definição de muitos parâmetros através dos ensaios, o que na maioria das vezes dificulta a aplicação destes modelos.

f) Modelo Cam Clay

O modelo Cam Clay, desenvolvido na Universidade de Cambridge, por Roscoe *et al.* (1958) foi uma das primeiras tentativas de formulação de um modelo baseado no comportamento real do solo. Este desenvolvimento começou em 1957, onde Drucker *et al.* sugeriram a existência de um limite (*cap*) na superfície de escoamento (descrito no item anterior).

Assim, Roscoe *et al.* (1958) propuseram um modelo de ruptura baseado no estado crítico de ruptura do solo, o que torna este tipo de modelo mais realista. Mais adiante, Roscoe e Burland (1968) propuseram o modelo de Cam Clay modificado.

Tanto o modelo Cam Clay quanto o Cam Clay modificado são originalmente desenvolvidos para carregamentos triaxiais. Estes modelos são determinados a partir de um ensaio triaxial totalmente drenado no qual uma amostra de argila é submetida a uma compressão isotrópica e o comportamento de variação de volume pela tensão efetiva média é dado pela curva apresentada na Figura 2-20.

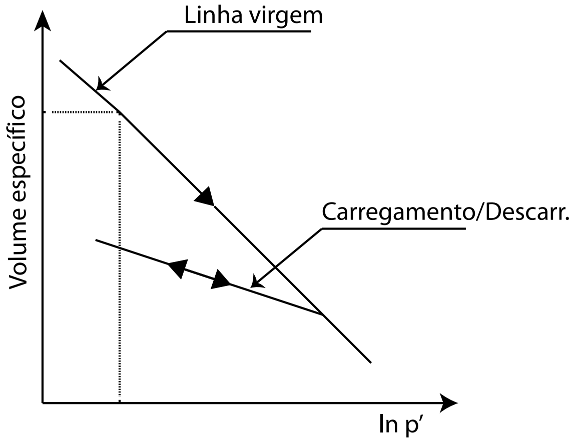


Figura 2-20 – Comportamento do solo sob compressão isotrópica

Como visto, o comportamento do solo é elástico no caminho de tensões no recarregamento, até atingir a linha virgem. Assim, a função de escoamento é desenvolvida acima de cada linha de recarregamento, como visto na Figura 2-21. As funções de escoamento são descritas por:

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\}) = \frac{J}{p'\cdot M_J} + ln\left(\frac{p'}{p'_0}\right), \text{ para Cam Clay} \qquad (2.73)$$

$$F(\{\boldsymbol{\sigma}'\},\{\mathbf{k}\}) = \left(\frac{J}{p' \cdot M_J}\right)^2 - \left(\frac{p'}{p'_0} - 1\right)\text{, para Cam Clay modificado} \tag{2.74}$$

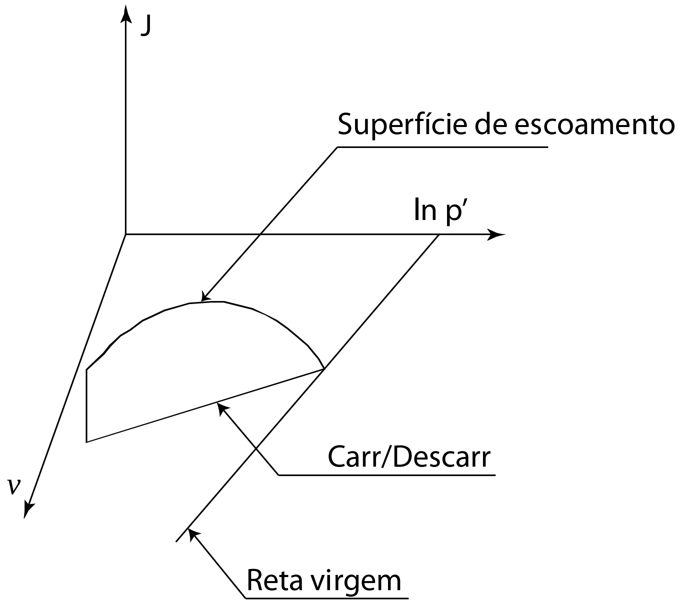


Figura 2-21 – Superfície de escoamento

onde *p'* é a tensão efetiva média, *J* é a tensão desviatória M_J é um parâmetro a ser determinado por ensaios e p'_0 é a tensão efetiva média no ponto de intersecção da curva de recarregamento e a linha virgem. As funções de escoamento são apresentadas na Figura 2-22.

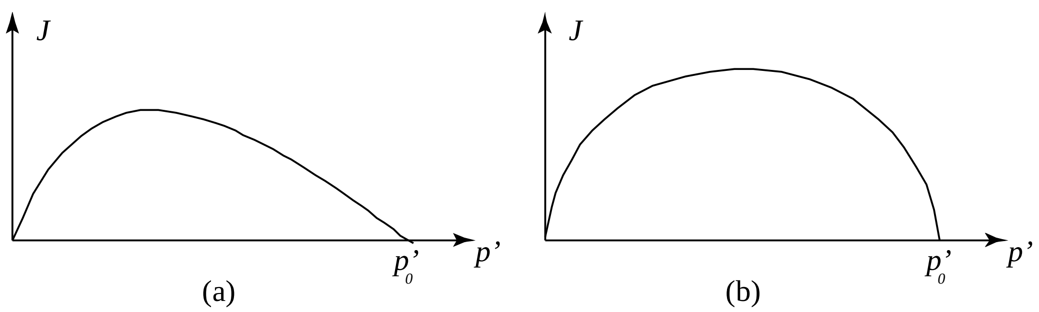


Figura 2-22 – Seções das funções de escoamento: (a) Cam Clay; (b) Cam Clay modificado

Capítulo 3 - Etapas de análise no projeto de uma estaca torpedo

3.1 Cravação

Neste capítulo, serão apresentados dois modelos distintos para análise de cravação de estacas torpedo: um desenvolvido por True (1976) e outro baseado no estudo de O'Loughlin (2004). Em seguida serão apresentados alguns aspectos do processo de cravação da estaca torpedo, que incluem a garantia de estabilidade vertical e a influência da perturbação causada pela cravação na resistência do solo.

3.1.1 Modelo de True (1976)

O modelo analítico desenvolvido por True para descrever a penetração de projéteis em solos marinhos coesivos, baseado na segunda lei de Newton, é comumente aplicado para simular a penetração de estacas torpedo. A equação do movimento, que rege o fenômeno de penetração da estaca é:

$$M' \cdot \frac{dv}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = W_s - F_d - F_t - F_{sub} \tag{3.1}$$

onde *M'* é a massa efetiva e v a velocidade da estaca; *t* e *z* são tempo e profundidade respectivamente; W_s, F_d, F_t e F_{sub} são o peso submerso da estaca, a força de arrasto no solo, a resistência de ponta e a resistência lateral.

A massa efetiva *M'* e o peso submerso W_s da estaca são dados pelas seguintes expressões:

$$M' = M + 2 \cdot d_e \cdot V \tag{3.2}$$

$$W_s = W - V \cdot \gamma_e \tag{3.3}$$

onde *M* e *W* são, respectivamente, a massa e o peso da estaca no ar; d_e e γ_e a densidade e o peso específico do solo em questão; e *V* o volume da estaca.

A força de arrasto do projétil no solo, F_d , é similar à força dada pela equação de Morison (1950), que é expressa pela equação (3.4), mas considerando a densidade do solo ao invés da densidade da água.

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot v \cdot |v| \cdot A_f \cdot C_d \cdot d_e \tag{3.4}$$

onde A_f é a área frontal da estaca, e C_d é o coeficiente de arrasto.

A resistência de ponta, F_t, e a resistência lateral, F_{sub}, são definidas pelas expressões a seguir:

$$F_t = S_u \cdot A_f \cdot N_c \cdot \left(\frac{S_e}{1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{C_e \cdot v}{S_u \cdot d} + 0.06}}} \right) \tag{3.5}$$

$$F_{sub} = \frac{S_u \cdot A_s \cdot \delta}{S_{ti}} \cdot \left(\frac{S_e}{1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{C_e \cdot v}{S_u \cdot d} + 0.06}}} \right) \tag{3.6}$$

onde A_s e d são, respectivamente a área lateral e o diâmetro da estaca; N_c é o fator de capacidade de carga; δ é o fator de adesão lateral; S_e é a taxa de deformação empírica máxima do solo; C_e é o coeficiente de deformação empírico do solo. Este problema pode ser resolvido numericamente através de uma análise dinâmica utilizando o algoritmo de Newmark (Bathe, 1996).

3.1.2 Modelo de O'Loughlin (2004)

O modelo proposto por O'Loughlin (2004) é bastante similar ao modelo de True. Assim como o modelo de True, este pode ser descrito por:

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = W_s - R_f \cdot \left(N_c S_u A_f + \alpha \cdot S_u A_l\right) - \tfrac{1}{2} C_d d_s A_t v^2 \tag{3.7}$$

onde W_s é o peso da estaca, R_f é um termo dependente da velocidade, A_f é a área transversal (para resistência de ponta) , α é o fator de adesão lateral (calculado pela API-RP-2A - 2005), A_l é a área lateral de contato solo-estaca, C_d é o coeficiente de arrasto, d_s é a massa específica do solo e v é a velocidade da ponta da estaca.

O termo dependente da velocidade é calculado através da equação:

$$R_f = 1 + \lambda \log\frac{v}{v_s} \tag{3.8}$$

onde λ é uma constante e v_s é a velocidade de referência de penetração estática (adotado como 0.3m/s).

Já o coeficiente de arrasto C_d pode ser adotado como constante ou através de equações empíricas. No caso do cálculo através de equações empíricas, existem duas metodologias implementadas, ambas obtidas do artigo já citado. Numa primeira abordagem, apresentada por Freeman e Hollister (1988), o coeficiente de arrasto é calculado por:

$$C_d = 0.030 + 0.0085\frac{L_e}{D_e} \tag{3.9}$$

onde L_e é comprimento da estaca e D_e é diâmetro.

Uma segunda forma de cálculo leva em consideração uma transição entre o coeficiente de arrasto no solo e na água. Esta abordagem apresenta a seguinte equação:

$$C_d = C_{d,s} + \frac{C_{d,f} - C_{d,s}}{1 + (1/v^f)} \tag{3.10}$$

onde $C_{d,s}$ é o coeficiente de arrasto no solo (valor sugerido de 0.7), $C_{d,f}$ é calculado por:

$$C_{d,f} = 0.0345 + 0.0097\frac{L_e}{D_e} \tag{3.11}$$

já o fator f é adotado igual a 0.5.

3.1.3 Efeitos do processo de cravação na resistência do solo

A estaca torpedo possui um processo de cravação que, assim como outras âncoras utilizadas em unidades *offshore*, gera uma perturbação inicial no solo logo após a instalação. Esta mudança se reflete não apenas no estado de tensões inicial, mas também gera uma mudança na resistência do solo no entorno na estaca devido ao cisalhamento do solo causado pela penetração, além da deformação do mesmo com o volume constante.

À medida que a estaca penetra no solo, há a mobilização do solo no entorno da estaca que também ocorre na direção vertical (Komurka, 2003). Randolph *et al*. (1979) comenta que a penetração de uma estaca cilíndrica num solo argiloso pode afetar uma região de até 20 vezes o diâmetro da mesma.

Com o solo no entorno da estaca sendo cisalhado, ocorre um aumento da poro-pressão nesta região, diminuindo a tensão efetiva próximo à estaca. Como o volume de solo deslocado deve a ser igual ao volume da estaca, este problema tende a ser mais significante em estacas com grandes diâmetros. O processo de adensamento do solo é descrito como a dissipação da poro-pressão elevada que foi gerada durante a cravação da estaca e, à medida que a poro-pressão é dissipada, a tensão efetiva aumenta, o que acompanha também o aumento da resistência lateral da estaca (Richardson *et al.*,2009).

Este processo de adensamento é uma variável muito importante de ser prevista no projeto de âncoras para plataformas *offshore*. Neste sentido, vários estudos têm sido conduzidos com o intuito de melhorar o entendimento deste fenômeno. Richardson *et al.* (2009) realizaram uma série de ensaios experimentais, comparando com modelos teóricos que indicaram que 50% da capacidade operacional das âncoras com cravação dinâmica são atingidas após 35 a 350 dias após a instalação. Neste mesmo estudo, os autores comentam que 90% da capacidade operacional é alcançada em 2,4 a 24 anos após a instalação. Vale ressaltar que estes valores são bastante dependentes do solo onde a âncora é instalada e os autores do estudo recomendam que a cravação seja realizada em solos onde o adensamento ocorra rapidamente.

Já em Mirza (1999), o tempo necessário para a âncora atingir a capacidade máxima foi estimado em torno de 1 a 2 anos. Jeanjean (2006), sugere que as estacas de sucção instaladas no Golfo do México alcançam 90% da capacidade máxima em 90 dias ou menos. Estacas torpedo, no Brasil, são carregadas em aproximadamente 90 dias após a instalação.

É importante ressaltar que as cargas aplicadas são consideravelmente menores do que a capacidade geotécnica total da mesma. Isto por que, são aplicados fatores de segurança entre 1,5 e 2,0 no projeto destas âncoras (Eltaher *et al.*, 2003). Assim, as condições de carregamento de projeto são geralmente associadas a longo prazo, ou seja, considera-se que o tempo de adensamento seja suficiente para atingir a capacidade de carga tendo em vista também o fator de segurança empregado.

Além do fator de segurança, nos modelos propostos nesta Tese e também utilizados no projeto de estacas torpedo, o fator de adesão solo-estaca (α) é, no máximo, igual a 1.0, o que é diferente do visto em Richardson *et al*. (2009), onde este fator pode chegar a valores maiores do que 1.0 ao fim do processo de adensamento.

3.1.4 Particularidades do processo de instalação

Esta tese aborda a determinação da capacidade de carga da estaca torpedo através de modelos tridimensionais em elementos finitos. Por hipótese, costuma-se assumir que a estaca fique geometricamente posicionada na direção vertical. A cravação da estaca torpedo, apesar de ser um procedimento simples, o que torna esta modalidade de âncora particularmente atrativa, envolve um complexo comportamento hidrodinâmico (Fernandes *et al.*, 2005). A Figura 3-1 mostra um esquema do procedimento de instalação de uma estaca torpedo.

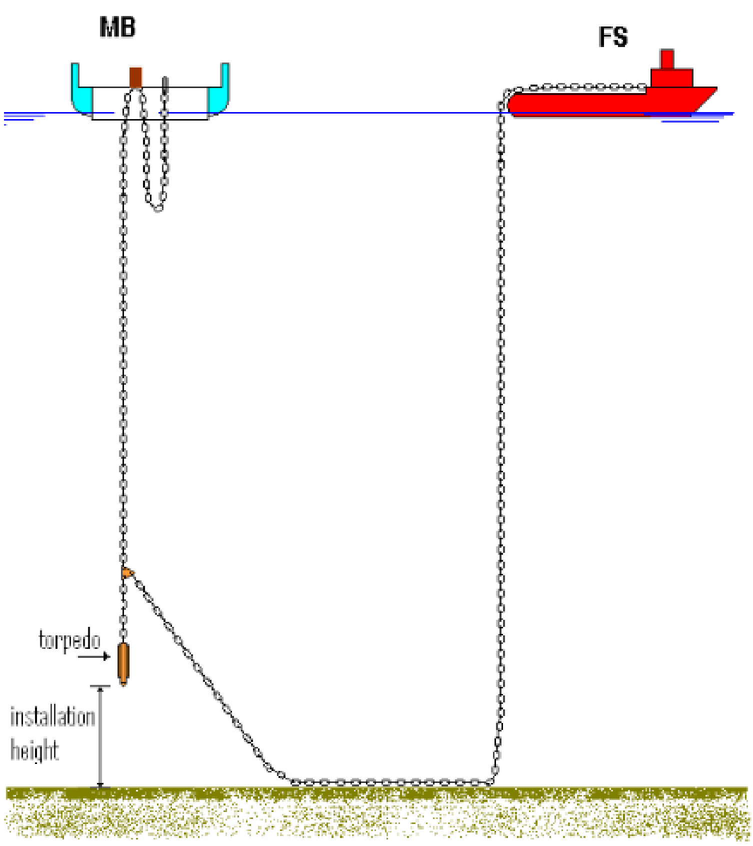


Figura 3-1 – Esquema de instalação da estaca torpedo (Fernandes et al., 2005)

Os parâmetros hidrodinâmicos, somados à natureza aleatória dos carregamentos ambientais sob os quais a estaca está submetida durante todo o processo de cravação (Kunitaki, 2006) e, principalmente, a linha conectada no topo, não garantem a estabilidade vertical da estaca torpedo ao final do procedimento.

Tendo em vista esta peculiaridade do procedimento de cravação da estaca torpedo, esta tese irá apresentar um estudo numérico da influência da inclinação proveniente da instalação na capacidade de carga destas âncoras.

3.2 Interação solo-linha de ancoragem

A obtenção da capacidade de carga desejada nas estacas torpedo depende diretamente da profundidade de cravação da âncora no leito marinho. À medida que a profundidade do topo da estaca cresce, o comprimento de linha de ancoragem conectada à âncora passa a sofrer maior influência do trecho sob o leito marinho.

Esta influência é ligada não apenas à configuração geométrica, alterando o ângulo de aplicação da carga no topo, mas também ao valor da tração aplicada na âncora, já que parte dos esforços da linha de ancoragem é absorvida pelo trecho de linha no solo. A Figura 3-2 mostra uma configuração típica da linha.

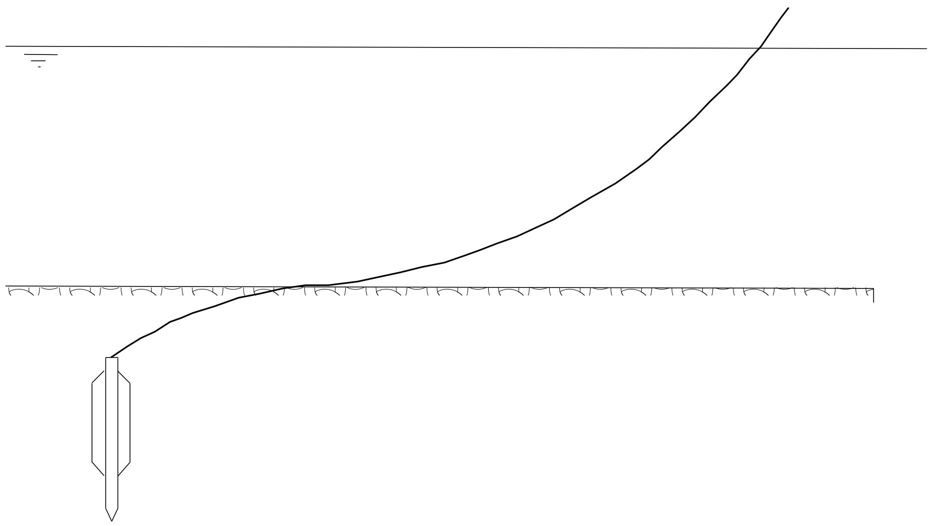


Figura 3-2 – Configuração típica da linha no leito marinho

Bang *et al* (1996, 1999) e Bang (2000) apresentam uma solução analítica para linhas conectadas em navios ancorados com âncoras de arrasto. O método permite a determinação de trações e a configuração geométrica de linhas de ancoragem de múltiplos segmentos e enterradas em solos com diversas camadas.

A análise da configuração geométrica estática descrita por Bang (2000) é feita a partir das equações de equilíbrio escritas em termos das coordenadas normais e tangenciais conforme mostrado na Figura 3-3.

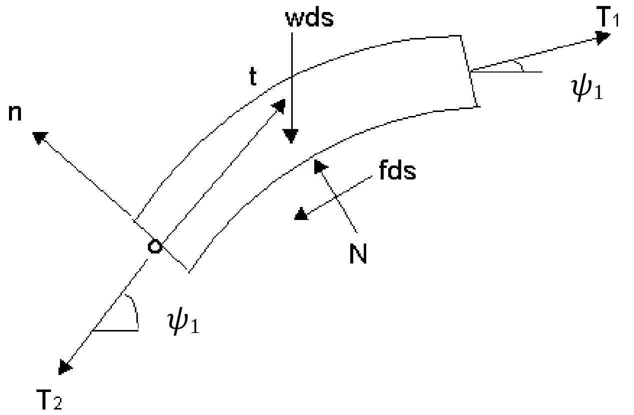


Figura 3-3 - Diagrama de Corpo Livre de um trecho infinitesimal da linha de ancoragem

onde:
T_1: Tração inicial no elemento;
T_2: Tração final no elemento;
N: Força normal no elemento;
fds: Força tangencial no elemento;
wds: Peso por unidade de comprimento do elemento;
ψ_1: Ângulo inicial do elemento em relação à horizontal;
ψ_2: Ângulo final do elemento em relação à horizontal;

Assim, escrevendo as equações de equilíbrio em relação ao sistema de coordenadas normal e tangencial, tem-se:

$$\sum F_{tan} = 0 \tag{3.12}$$

$$\sum F_{norm} = 0 \tag{3.13}$$

$$\sum M = 0 \tag{3.14}$$

Desenvolvendo as equações de equilíbrio, tem-se:

$$T_2 = T_1 - (f + w.sen\phi_1).\Delta s \tag{3.15}$$

$$N = \frac{2.T_2 - f_{tan}.\Delta s}{tan\phi_1} \tag{3.16}$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \frac{N - w.\Delta s.cos\phi_1}{T_2} \tag{3.17}$$

A força tangencial no elemento pode ser estimada considerando que a resistência não drenada ao cisalhamento do solo é integralmente mobilizada. Sendo assim, define-se:

$$f_{tan} = (EWS). D_l. \alpha. f_c. S_u \qquad (3.18)$$

onde:

EWS: Fator de conversão do diâmetro equivalente em área para os efeitos da força tangencial, para o caso de linhas compostas por amarras.

D: Diâmetro da linha ou de um elo da amarra;

α: Fator de adesão do solo. O valor deα é obtido dividindo -se o valor da adesão linha-solo pela coesão do solo;

f_c: Fator de conversão da área de contato linha-solo.

O valor de f_c é obtido dividindo-se o valor da área de contato real entre a linha e o solo pela área do cilindro circunscrito à linha. No caso de amarras, o cilindro é definido pelo círculo que abrange dois elos perpendiculares da mesma. No caso de cabos, o cilindro é definido pelo diâmetro do cabo;

A força normal pode ser estimada considerando-se que esta não exceda a capacidade de carga do solo (carga de ruptura). Sendo assim, define-se:

$$N < N_{max} = q_r. \Delta s \qquad (3.19)$$

$$q_r = (EWB). D. S_u. N_c \qquad (3.20)$$

onde:

(EWB): Fator de conversão do diâmetro equivalente em área para os efeitos da força normal.

O procedimento descrito pode ser formulado em um programa computacional onde um processo iterativo ajusta uma configuração para que haja compatibilidade de trações e continuidade da linha considerando diversos trechos. Tal procedimento é codificado no programa Âncora (LACEO/COPPE/UFRJ, 2010) e DIGIN (DNV, 1998).

3.3 Análise geotécnica e estrutural

Conforme já mencionado anteriormente, a estaca torpedo é uma âncora que é diferenciada por sua geometria não convencional para a utilização de metodologias clássicas de análise de fundações. Estudos de comportamento de fundações, como o método de Winkler através de uma viga sobre base elástica, não é facilmente aplicado no caso da estaca torpedo (Aguiar, 2005).

A solução da estaca torpedo através de um modelo apoiado por molas baseadas nas curvas PY e TZ determinadas na norma API-RP-2A (2005) não representa a realidade, já que estas curvas são provenientes de estudos com estacas perfeitamente cilíndricas, o que não é o caso da estaca torpedo.

Assim, a modelagem tridimensional da estaca torpedo através do método dos elementos finitos torna-se indispensável para o projeto. Desta forma, os modelos numéricos apresentados nesta tese são utilizados tanto para a análise geotécnica, para a obtenção da capacidade de carga destas estacas, quanto para a análise estrutural.

Na análise estrutural, busca-se, através do refinamento da malha em elementos finitos nas regiões de maior concentração de tensões, a verificação dos limites pré-estabelecidos para as tensões máximas no caso estudado.

A análise geotécnica através de modelos tridimensionais utilizando o método dos elementos finitos é realizada através da determinação da capacidade de carga da âncora pela curva de carga *vs* deslocamento. De uma forma geral, a estaca torpedo possui um comportamento de uma estaca curta, que é definida por uma predominância de deslocamento de corpo rígido (giro) com uma pequena parcela de flexão.

A análise geotécnica tende, assim, apresentar uma curva com comportamento assintótico, com o seu limite correspondente à capacidade de carga. Atualmente, a prática comum no projeto de estacas torpedo determina a obtenção da capacidade de carga através desta assíntota da curva ou a maior carga. O atual critério da capacidade de carga também limita esta carga última ao deslocamento de 10% do diâmetro equivalente (diâmetro do tubo da estaca mais os comprimentos das aletas). Em outras palavras, caso a máxima carga encontrada esteja relacionada a um deslocamento maior do que o limite, a capacidade de carga é referente a este limite de deslocamento.

Tal critério é utilizado para que não sejam adotadas capacidades de carga referentes a deslocamentos excessivos, principalmente pela possibilidade de modelos numéricos apresentarem convergência para grandes deslocamentos. É importante ressaltar que existem outros métodos para a obtenção da capacidade de carga da estaca a partir das curvas de carga *vs* deslocamento, baseados na variação de rigidez do solo ao longo da curva (Rowe, 1982).

Este método determina a localização de uma inclinação (rigidez) na curva carga vs deslocamento onde a rigidez atende a um critério previamente estabelecido. De acordo com Butler e Hoy (1977), a carga última fica na interseção entre a reta da fase elástica com a reta pseudo-plástica que é referente ao ponto com inclinação igual a 0.714 kN/mm (0.05in/ton), como mostrado na Figura 3-4.

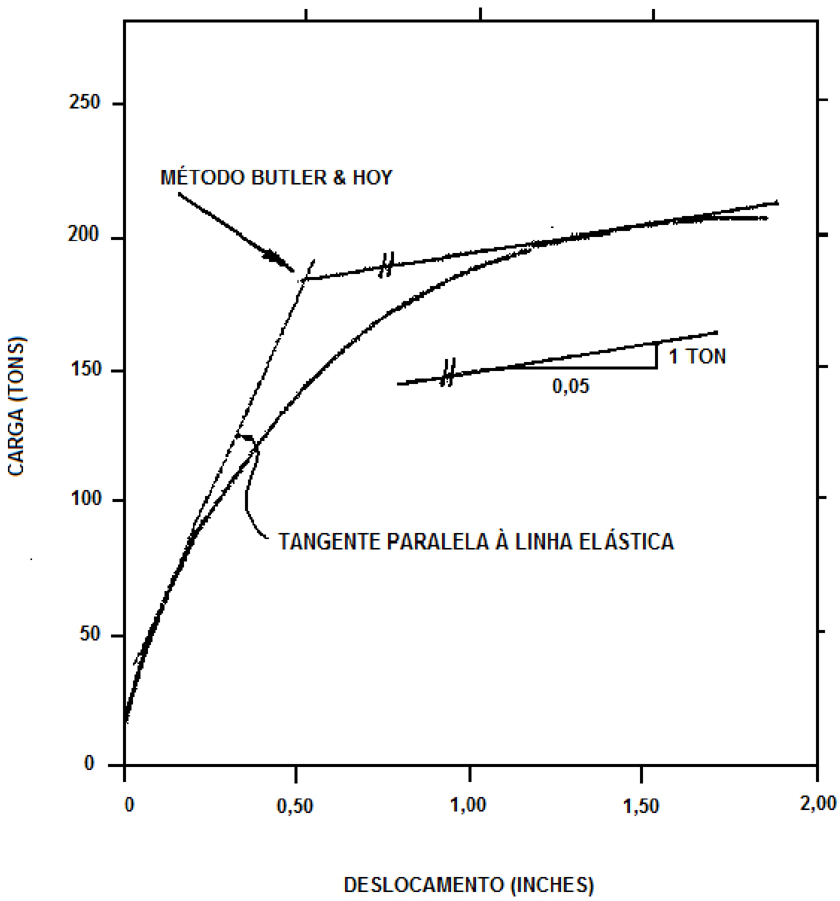


Figura 3-4 – Método de Butler & Hoy para obtenção da carga última (Fonte: Melo, 2009)

Outros métodos são propostos, como o método de Decourt (1996) que se baseia na variação de rigidez, já que a rigidez diminui conforme o deslocamento aumente. Assim, pode-se extrapolar a curva de variação de rigidez *vs* carga e obter a carga para uma rigidez nula. Outras formas propõem limitar a rigidez em um terço da rigidez elástica (Rowe, 1982).

3.4 Determinação dos parâmetros dos modelos numéricos

No Capítulo 2 foram descritos os modelos constitutivos típicos que são comumente utilizados para a representação do solo. Teoricamente, todos os modelos descritos são capazes de representar o solo. Porém, alguns modelos mais avançados são capazes de incorporar características do comportamento real do solo. O modelo de Drucker-Prager modificado e o modelo Cam Clay são exemplos de critérios de ruptura avançados.

No entanto, apesar destes modelos apresentarem a capacidade de representar realisticamente o solo com maior acurácia, estes necessitam de um maior número de parâmetros para a sua definição, sendo que alguns deles não são facilmente obtidos em ensaios experimentais (Potts & Zdravkovic, 1999). O modelo de Drucker-Prager modificado exige parâmetros referentes a ensaios triaxiais e oedométricos, este último não é usualmente realizado em investigação geotécnica *offshore* (Henriques Jr., 2010).

De acordo com Henriques Jr. *et al* (2010) uma investigação geotécnica *offshore* para a instalação de estacas torpedo é realizada com uso de equipamento de PCPT (*Piezocone Penetration Test*) e amostragem através de JPC (*Jumbo Piston Core*). Adicionalmente são obtidas amostras para realização de ensaios *offshore* (a bordo) e de laboratório.

Assim, a definição do modelo constitutivo a ser empregado na análise a ser realizada deve levar em consideração os parâmetros envolvidos e a disponibilidade destes dados para o desenvolvimento do modelo numérico.

Capítulo 4 - Metodologia

Neste capítulo, será apresentada a metodologia de análise de estacas torpedo aplicada nos estudos de caso propostos. Serão apresentadas as metodologias para o cálculo numérico através do Método dos Elementos Finitos. Com o intuito de avaliar a capacidade de carga de estacas torpedo cravadas em solos argilosos, será apresentado um estudo paramétrico onde será avaliada a influência de parâmetros do solo e geométricos da estaca.

Ao contrário de estacas regulares, a maioria das situações de carregamento da estaca do tipo torpedo não possui um comportamento possível de ser estudado através de métodos analíticos ou simplificados (Aguiar, 2005). A exceção é o caso no qual a estaca é submetida a uma carga vertical. Nessa situação, o uso das expressões propostas pela API-RP-2A (2005) tem se mostrado adequado (Sousa *et al*., 2011). Devido à complexa geometria desta estaca, a modelagem através do método dos elementos finitos com abordagem tridimensional permite uma melhor representação da interação solo-estrutura. A seguir, será apresentado o modelo utilizado no estudo da capacidade de carga de estacas torpedo.

4.1 Visão geral

Para avaliação da capacidade de carga da estaca torpedo, foi utilizado o programa comercial ANSYS® (2007). O modelo é elaborado através de elementos sólidos isoparamétricos para a representação tanto da estaca quando do solo. A interface destas duas entidades é simulada através de elementos de contato do tipo superfície-superfície.

O modelo construído consiste em um cilindro sólido que envolve a estaca para simular o solo. Este cilindro possui dimensão suficiente para que os efeitos da condição de contorno aplicada nos bordos não afetem a resposta da estaca. Uma visão geral deste modelo é apresentada na Figura 4-1.

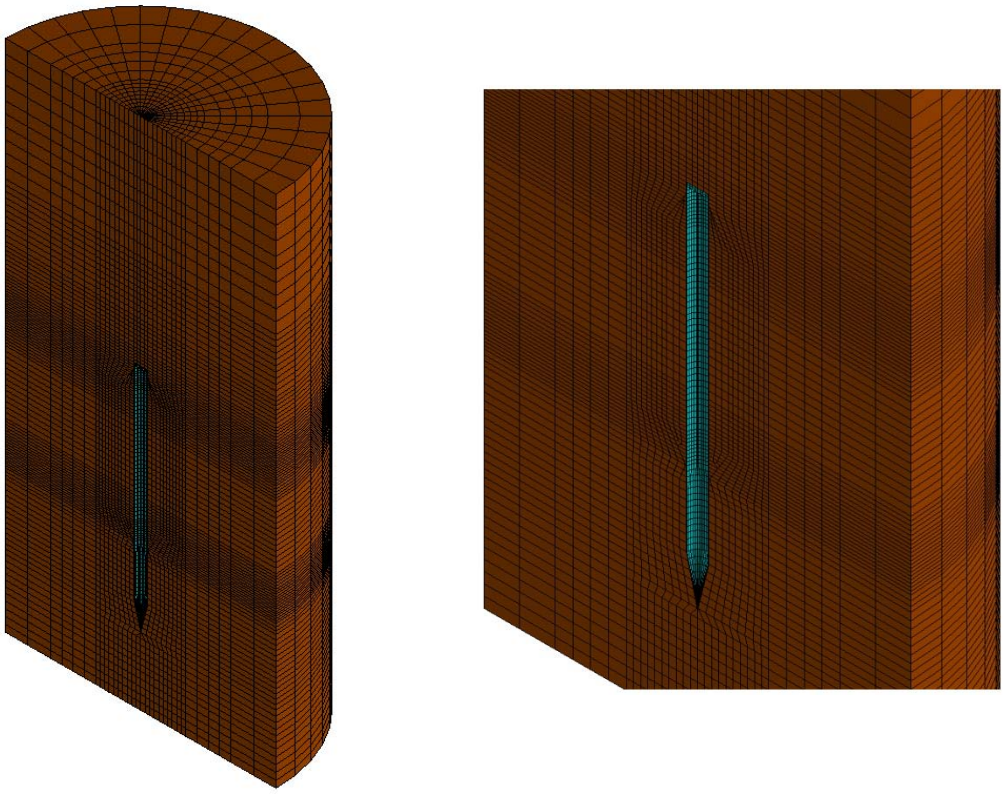


Figura 4-1 – Visão geral do modelo utilizado

O elemento finito utilizado para a modelagem da estaca e do solo foi hexaédrico de 8 nós, referenciado no ANSYS® por SOLID185 (Figura 4-2). Este tipo de elemento é capaz de considerar tanto não linearidades físicas quanto geométricas. Como a resposta não drenada da estaca torpedo em solo argiloso é um problema elastoplástico do tipo J_2, com material incompressível, é necessária a adoção de um tipo de elemento que previna o travamento volumétrico para a obtenção de respostas confiáveis.

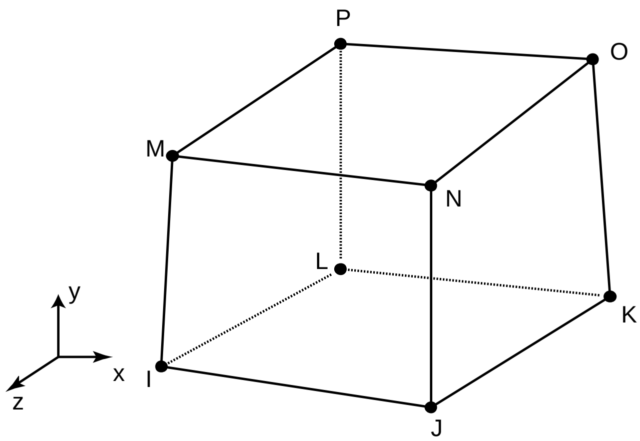


Figura 4-2 – Elemento isoparamétrico de 8 nós

Estes tipo de elemento também deve ser capaz de estar submetido a grande distorção, já que as regiões próximas ao topo da estaca apresentam grande plastificação e conseqüente deformação da malha. De acordo com Wriggers e Korelc (1996), estes problemas podem ser resolvidos através do emprego de elementos hexaédricos com integração do tipo *enhanced strain*. Este método de integração numérica empregada no elemento SOLID185 do ANSYS® introduz 13 graus de liberdade internos ao elemento com o intuito de evitar o travamento volumétrico (Simo *et al.*, 1990, 1992, 1993).

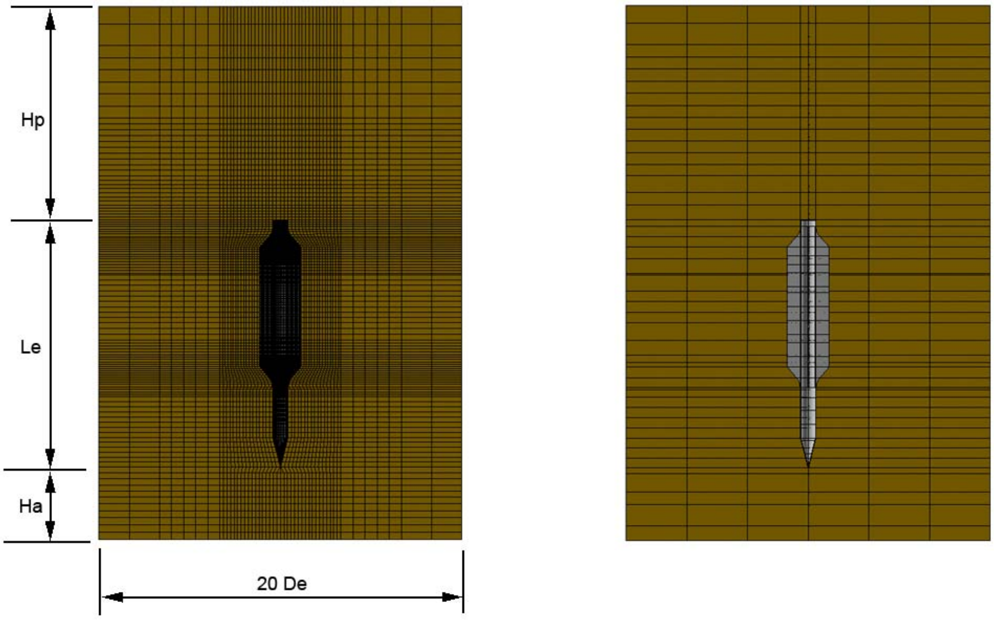
Para a geração do modelo, foi desenvolvido um software de geração de malha utilizando as linguagens FORTRAN para o processamento dos dados de entrada e DELPHI para interface gráfica de pré-processamento e pós-processamento dos resultados. Através deste programa, denominado ESTACAS, foi possível agilizar o procedimento de gerar os modelos para o estudo paramétrico que será conduzido nesta tese.

Nesta interface do programa ESTACAS também foi implementado o procedimento de cálculo da cravação esperada da estaca torpedo, descrita anteriormente assim como a metodologia de interpolação polinomial da capacidade de carga de estacas torpedo que será apresentada no Capítulo 6.

4.2 Modelagem do solo

Para efeito de modelagem e para evitar a influência das condições de contorno na resposta da estaca, o solo é considerado um cilindro com diâmetro aproximadamente $20D_e$, onde D_e é o diâmetro da estaca. Esta dimensão foi obtida através de uma avaliação da resposta da estaca submetida a um carregamento no topo para diferentes valores de diâmetro do modelo. Este estudo está apresentado em Aguiar (2005).

A altura do modelo é dada pela soma da profundidade de penetração H_p, altura da estaca L_e e a distância entre a ponta da estaca e a base do modelo H_a, que, de acordo com Aguiar (2005), deve ser adotado igual a 5 metros, para evitar as influências da condição de contorno da base do modelo. Estas dimensões são apresentadas na Figura 4-3a.



(a) Malha (b) Volumes

Figura 4-3 – Dimensões do modelo

O cilindro do solo é dividido em “fatias”, sendo cada uma delas com as respectivas propriedades que definem o solo em questão. A Figura 4-3b mostra a configuração destas “fatias”. Esta divisão dos volumes também é utilizada para a variação da densidade da malha. Em geral, os elementos possuem faces com dimensões entre 10 cm a 25 cm em regiões próximas da estaca, onde há maior tendência de ocorrer plastificação destes elementos, e 25 cm a 50 cm para as regiões mais afastadas dos pontos de maior solicitação (Sousa *et al*, 2011). Na Figura 4-4 são apresentadas estas regiões de diferentes densidades de malha.

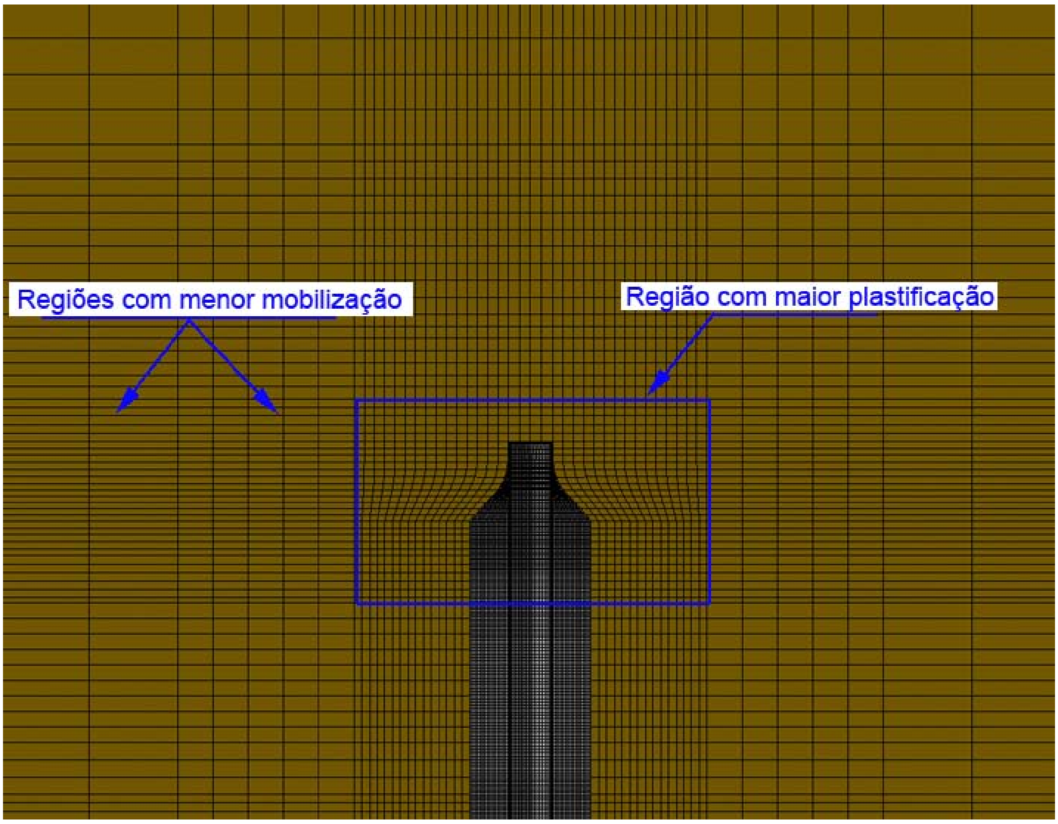


Figura 4-4 – Densidade da malha do solo

Com relação às condições de contorno, o maciço de solo é restringido no seu raio limite nas direções horizontais com relação à construção do modelo, ou seja, X e Z. A razão para permitir o deslocamento Y neste limite é ligada à aplicação do peso próprio do solo. Já a base do modelo possui todos os deslocamentos restringidos. Caso o modelo possua simetria no plano de carregamento, conforme, será apresentado no estudo de caso, o plano de simetria possui os deslocamentos Z restritos.

4.3 Interação solo-estaca

A interface solo-estaca é modelada, no ANSYS®, com os pares de elementos finitos contato/alvo referenciados por CONTA174 e TARGE170. Para a definição deste tipo de elemento de contato, é necessário estabelecer a face de "contato" e a face "alvo". A face "alvo" é a que se move em direção à face de "contato" e é, em geral, mais rígida que essa. Deste modo, no modelo proposto, as faces "alvo" situam-se sobre a estaca e as faces de "contato" são aquelas pertencentes ao solo.

Outro aspecto a ser observado é a penetrabilidade. Os elementos do tipo "contato" não podem penetrar nos elementos "alvo", porém os "alvos" podem penetrar nos elementos do tipo “contato”. Deste modo, deve-se estabelecer um valor limite para a penetração entre os elementos. No modelo aqui proposto, considera-se admissível um valor equivalente a 0,1% da menor espessura dos elementos em contato em cada face.

Na Figura 4-5, apresenta-se um esquema do comportamento dos elementos de contato a partir de um corte transversal. Os elementos alvo acompanham a distribuição dos elementos de contato, porém, para possibilitar a modelagem de adesão variável ao longo da profundidade, cada “fatia” de solo em contato com a estaca e com propriedades físicas distintas recebe um grupo de elementos de contato distinto. Assim, dependendo da posição do par “contato-alvo”, diferentes propriedades serão consideradas.

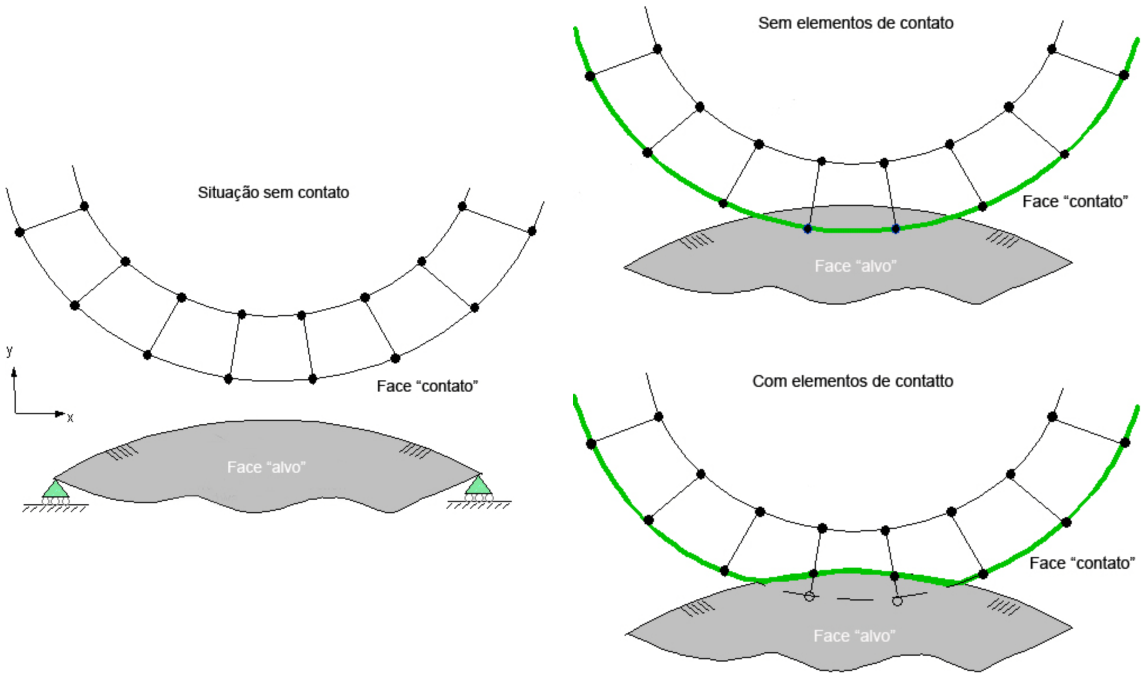


Figura 4-5 - Esquema do comportamento dos elementos de contato (em verde) (ANSYS, 2007)

A detecção do contato entre as superfícies é feita através da técnica das *pinballs* (Belytschko, 1991) e o algoritmo de contato utilizado no modelo é o Lagrangeano Aumentado (Luenberger, 1989). A técnica de *pinballs*, utilizada para a detecção de contato baseia-se no emprego de partículas discretas para a representação da superfície de contato. O emprego de esferas rígidas no processo de busca dos contatos entre os corpos simplifica bastante o procedimento, já que os parâmetros geométricos das esferas são mais fáceis de manipular do que as coordenadas nodais dos elementos (Quaranta Neto, 2002).

A definição dos *pinballs* é feita através da média das coordenadas nodais de cada elemento e o raio de cada *pinball* é determinado para que o volume seja igual a cada elemento associado. E uma vez determinado estes parâmetros, o contato passa a ser verificado apenas através das *pinballs*. A Figura 4-6 mostra como o contato é identificado através das *pinballs*.

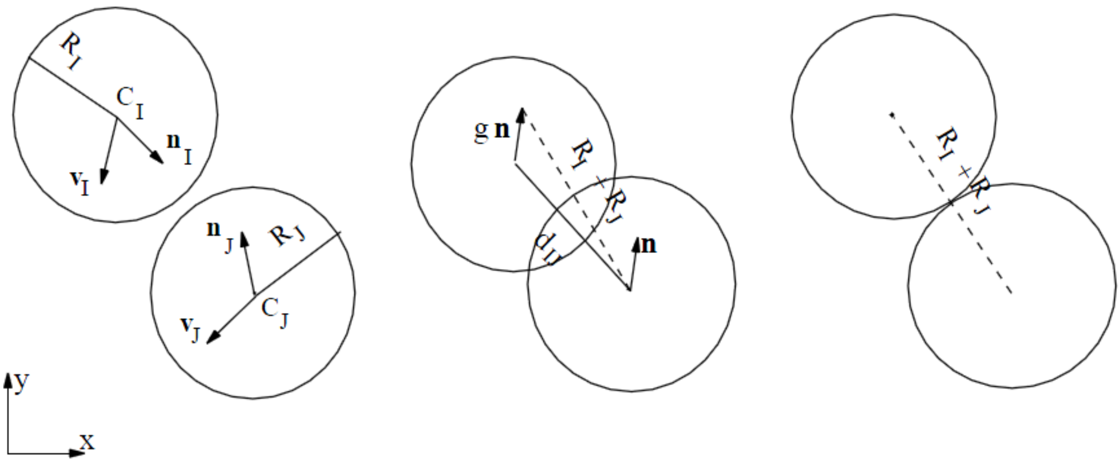


Figura 4-6 – Calculo da penetração entre duas *pinballs*. (Quaranta Neto, 2002)

Já o método lagrangeano aumentado é muito utilizado em problemas de otimização com restrições. No caso do problema de contato, a restrição imposta é a hipótese de impenetrabilidade entre os corpos. Assim, o problema de contato pode ser escrito pelo problema de otimização da energia potencial total elástica de dois corpos A e B (Serpa, 1996):

$$\Pi_{AB}(\mathbf{u}) = \Pi_A(\mathbf{u}) + \Pi_B(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix}\mathbf{u_A}\\ \mathbf{u_B}\end{Bmatrix}^t \begin{bmatrix}\mathbf{K_A} & 0\\ 0 & \mathbf{K_B}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{u_A}\\ \mathbf{u_B}\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\mathbf{f_A}\\ \mathbf{f_B}\end{Bmatrix}^t \begin{Bmatrix}\mathbf{u_A}\\ \mathbf{u_B}\end{Bmatrix} \tag{4.1}$$

onde, $\mathbf{u_A}$ e $\mathbf{u_A}$ são vetores de deslocamento dos corpos, $\mathbf{K_A}$ e $\mathbf{K_B}$ são as matrizes de rigidez dos corpos e $\mathbf{f_A}$ e $\mathbf{f_B}$ são os vetores de força.

Logo, o problema a ser minimizado é:

$$(P_1)\begin{cases} minimizar\ \Pi(\mathbf{u}) \\ Restrito\ a\ h(\mathbf{u}) \leq 0\ e\ \xi(\mathbf{u}) = 0 \end{cases}$$

sendo *h*(**u**) a penetração entre os corpos, ou seja, se *h*(**u**) é maior do que zero significa que há penetração entre os corpos. Já $\xi(\mathbf{u})$ significa a condição de deslizamento entre os corpos.

Para o problema P1, a função lagrangeana fica:

$$L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\upsilon}) = \Pi_{\text{AB}}(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda} h(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\zeta} \mu(\mathbf{u}) \tag{4.2}$$

onde, $\boldsymbol{\lambda}$ e $\boldsymbol{\zeta}$ são os multiplicadores de lagrange.

Como pode ser visto em Luenberger (1989) e Bazaraa (1993), o processo de minimização utilizando o método lagrangeano aumentado consiste em atualizar os multiplicadores de lagrange através de parâmetros de penalidade (rigidez do contato) até que a convergência seja alcançada. Essa rigidez, denominada, rigidez normal de contato, $K_{N,}$ é avaliada no modelo pela expressão:

$$K_N(z) = \frac{E_s(z)}{t_c} \tag{4.3}$$

onde E_s é o módulo de elasticidade do solo e t_c é a menor espessura entre os elementos em contato.

O método lagrangeano aumentado tende a apresentar melhores resultados por não gerar matrizes de rigidez mal condicionadas, como ocorre ao aplicar diretamente o método das penalidades (Serpa, 1996). Neste método, a rigidez de contato é incrementada diretamente proporcional ao deslocamento entre os corpos.

No modelo proposto para esta tese, o atrito ou adesão entre a estaca e o solo também devem ser considerados. Assim, diferentes condições de contato podem ser estabelecidas entre a estaca e o solo:

- Solo e estaca perfeitamente aderidos: nessa situação, as demais superfícies em contato estão perfeitamente aderidas, ou seja, não há deslizamento relativo ou perda de contato entre a estaca e o solo.

- Solo e estaca com adesão limitada: aqui, utiliza-se o modelo de atrito de Mohr-Coulomb para governar o deslizamento relativo entre as superfícies podendo haver ou não perda de contato entre a estaca e o solo. Neste trabalho, a perda de contato entre a estaca e o solo foi considerada apenas nas “bases” da estaca, como a ponta e as bases das aletas. Assim, despreza-se o efeito de sucção do solo, já que as cargas aplicadas são típicas de ancoragem de plataformas *offshore*, ou seja, de tração da estaca/âncora.

Na hipótese de adesão limitada, admite-se que a máxima tensão cisalhante admissível na interface de contato é dada por (API, 2007), já apresentada e repetida aqui:

$$f(z) = \alpha(z) \cdot S_u(z) + K_0 \cdot p_0(z) \cdot \tan(\delta) \tag{4.4}$$

onde p_o é a tensão efetiva no solo no ponto em questão; α é o fator de adesão; e δ é o ângulo de atrito entre a estaca e o solo, dado por:

$$\delta = \phi - 5^\circ \tag{4.5}$$

já K_0 é o coeficiente de empuxo no repouso, igual a:

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \tag{4.6}$$

Para solos coesivos, realiza-se uma análise não drenada, então, a equação (4.4) fica reduzida a:

$$f(z) = \alpha(z) \cdot S_u(z) \tag{4.7}$$

4.4 Aplicação da carga

No que diz respeito à aplicação da carga, o modelo possui um nó que está rigidamente ligado ao topo da estaca através de elementos de treliça. Esta estrutura é modelada com um módulo de elasticidade 10 vezes maior do que o utilizado nos elementos sólidos que representam a estaca. Uma configuração típica do topo da estaca pode ser vista na Figura 4-7.

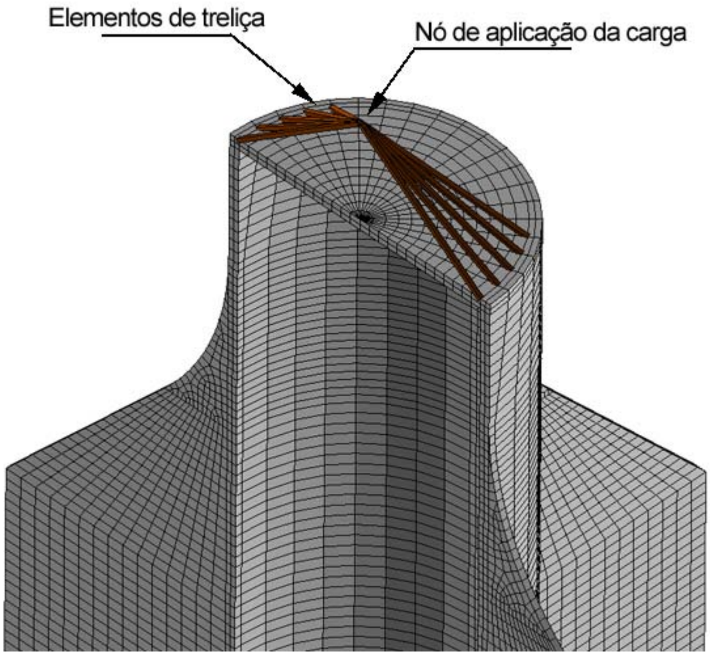


Figura 4-7 – Nó de aplicação no topo da estaca

Como este modelo não tem o objetivo principal de avaliar a distribuição de tensões ao longo da estaca, a representação do topo desta forma simplificada não impede a análise global da estrutura. Desta forma, apesar de existirem concentrações de tensões no topo, devido à transferência de carga da treliça para os elementos sólidos do topo da estaca, os deslocamentos globais não são alterados.

4.5 Procedimento de análise

Em geral, as malhas de elementos finitos desenvolvidas envolvem de 100000 a 500000 graus de liberdade e, como apontado anteriormente, consideram o comportamento não-linear físico do solo e, também, não-linearidades de contato (interface solo-estaca). A solução do sistema de equações formado, portanto, demanda um número de iterações considerável para convergência.

Tendo em vista as características do problema, adota-se o método esparso (Bathe, 1996) para solução do sistema de equações formado. Além disso, considera-se que um determinado passo de carga atinge convergência quando a norma L2 (euclidiana) do vetor de resíduo de forças é inferior a 0,1% da norma L2 do vetor de forças inicial (Bathe, 1996). Cabe ressaltar que, para facilitar o processo de convergência, passos variáveis de carga são empregados. À medida que a rigidez do solo diminui, o incremento de carga é reduzido automaticamente para evitar problemas numéricos durante o procedimento de solução.

Um importante aspecto na determinação da capacidade de carga de estacas é a geração do estado de tensões iniciais no solo, ou seja, a determinação das tensões atuantes no solo prévias à aplicação de qualquer carregamento sobre a estaca (Potts & Zdravkovic, 1999). No modelo elaborado, não é simulada a cravação da estaca e, assim, as análises se iniciam com a estaca já cravada na posição desejada e com tensões no solo puramente devidas ao peso próprio do maciço, isto é, não se considera qualquer perturbação no campo de tensões devida à presença da estaca. Como visto no item 3.1.3, esta consideração, assumindo que há tempo suficiente para a reconsolidação do solo, é válida.

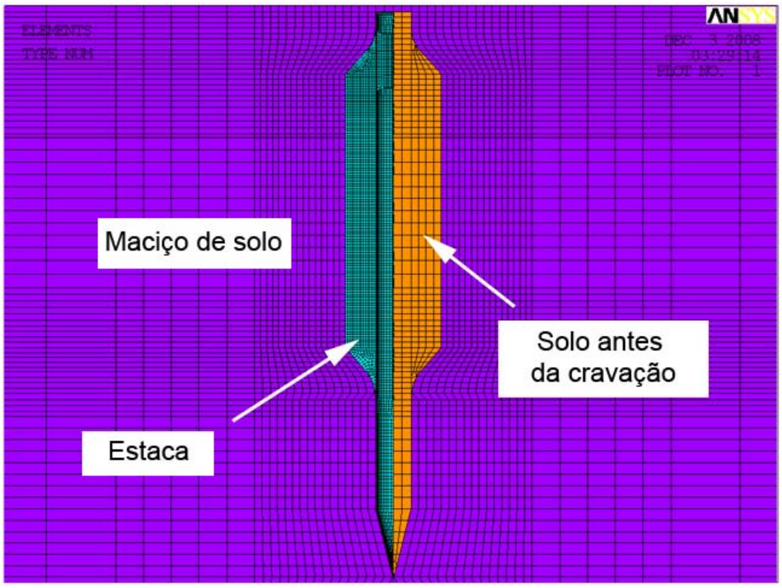


Figura 4-8 – Visão geral das entidades geradas

Para geração desse estado de tensões inicial, durante a construção da malha de elementos finitos, constroem-se três diferentes “estruturas”: o maciço de solo que envolve a estaca, a estaca propriamente dita e, também, o volume de solo que estava presente previamente à cravação da estaca (Aguiar *et al*, 2009). A Figura 4-8 ilustra as malhas geradas.

As malhas da estaca e do solo antes da cravação são geradas superpostas, porém são desconectadas, ou seja, não possuem nós comuns. O mesmo se pode dizer em relação a essas duas malhas e a malha do solo que as envolve, como ilustrado na Figura 4-8. A ligação entre a malha de solo que envolve a estaca e a malha de solo previamente existente é feita através do acoplamento entre os nós comuns às duas malhas, como indicado na Figura 4-9.

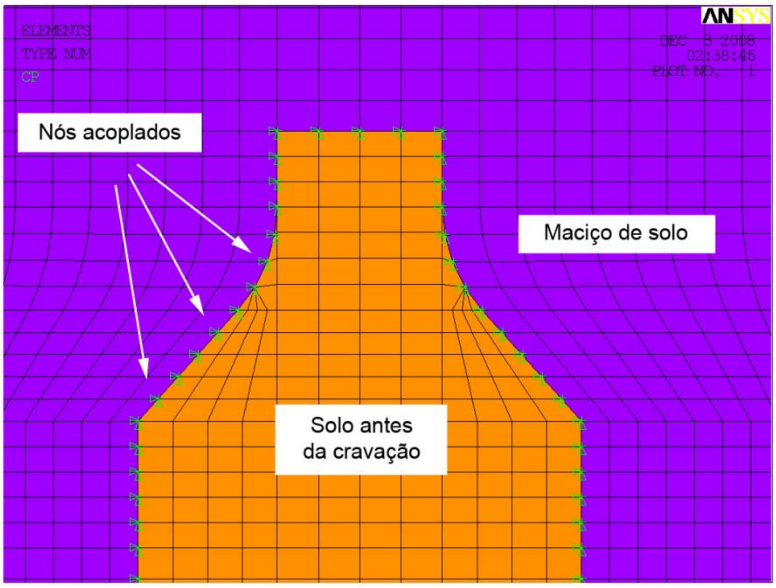


Figura 4-9 – Acoplamento das entidades

Desta forma, inicialmente, faz-se uma análise na qual os elementos da estaca estão desativados e apenas a gravidade atua sobre os elementos ativos, ou seja, apenas os elementos pertencentes ao solo. Ao fim desta análise, o estado de tensões iniciais, devido ao seu próprio peso, é obtido. Para a determinação da capacidade de carga da estaca basta, em um segundo passo de análise, desativar os elementos do solo que se encontram posicionados na região da estaca e ativar os elementos da estaca. Assim, com a aplicação da carga desejada, obtém-se a resposta da estrutura.

Capítulo 5 – Estudo paramétrico

Neste capítulo, será apresentado um estudo paramétrico envolvendo estacas torpedo cravadas em solos coesivos. O objetivo deste capítulo é apresentar a aplicação do modelo utilizando o método dos elementos finitos tridimensional descrito no capítulo anterior e a partir das respostas obtidas, propor no capítulo seguinte um procedimento simplificado para a previsão da capacidade de carga de estacas torpedo.

5.1 Definição dos casos

O estudo paramétrico envolveu os seguintes parâmetros:

a) *Resistência não drenada do solo:* Foram utilizadas seis perfis de resistência não drenada do solo:

Tabela 5-1 – Resistências não drenadas do solo

Solo	**Perfil de resistência (kP–a)**
A	$S_u(z) = 1.5z$
B	$S_u(z) = 2.0z$
C	$S_u(z) = 3.0z$
D	$S_u(z) = 4.0z$
E	$S_u(z) = 6.0z$
F	$S_u(z) = 8.0z$

*sendo $S_u(z)$ em *kPa*, com z em metros.

b) *Módulo de elasticidade do solo:* nas análises conduzidas, o valor do módulo de elasticidade do solo (E_s) foi admitido proporcional à resistência não drenada e definido por:

$$E_s(z) = K_s \cdot Su(z)$$

sendo K_s tipicamente igual a 550 (Costa, 2008). Assim, é proposto o estudo de outros dois valores de K_s: 275 e 180.

c) *Aproximação do critério de Drucker-Prager:* Como visto anteriormente, o critério de Mohr-Coulomb pode ser aproximado de duas maneiras através do modelo de von Mises (ver Capítulo 2 e Apêndice C):

- Para o cone circunscrito (extensão ou compressão): $\sigma_y(z) = 2 \cdot Su(z)$;

- Para aproximações pelo cone inscrito: $\sigma_y(z) = \sqrt{3} \cdot Su(z)$.

d) *Número de aletas:* apesar do número de aletas não ser constantemente modificado no projeto de âncoras para plataformas offshore, este parâmetro foi modificado para verificar a influência da geometria da estaca na capacidade de carga. Foram analisados modelos com 2, 3 e 4 aletas, bem como a ausência destas.

e) *Comprimento das aletas:* assim, como o número de aletas, este parâmetro foi variado apenas para a verificação da geometria da estaca. Foram gerados modelos com aletas de 15 cm, 45 cm e 90 cm.

f) *Plano de aplicação da carga:* foram aplicadas cargas em diferentes direções no plano da seção da estaca, sempre mantendo um plano de simetria, para verificar a influência das aletas na resposta. A Figura 5-1 mostra os planos de aplicação da carga estudados, para os modelos sem aletas, assim como 2, 3 e 4 aletas. O modelo de duas aletas possui um plano na direção das aletas e outro perpendicular às mesmas.

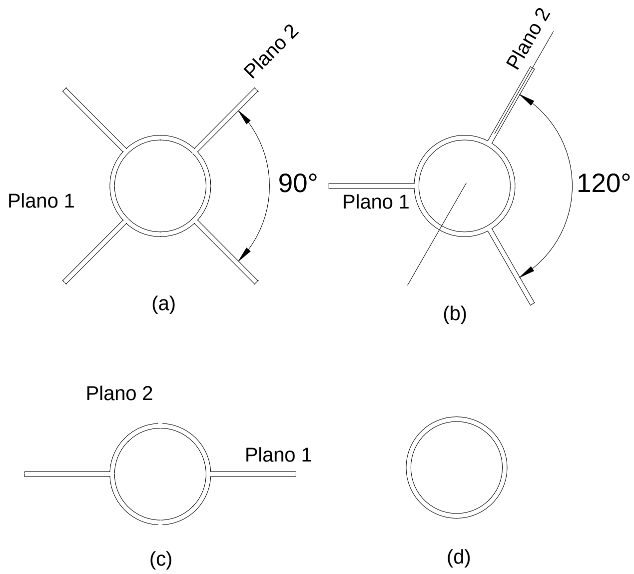


Figura 5-1 - Planos de aplicação da carga

A estaca torpedo analisada possui as dimensões apresentadas na Figura 5-2. O comprimento total da estaca é de 17.2 metros, com a carga sendo aplicada no topo formando um ângulo ω com a horizontal. Este ângulo também é um parâmetro variado entre 0º a 90º em todas as análises. O peso total da estaca estudada é igual a 850 kN e o peso específico do solo é 6.0 kN/m^3 em todos os casos analisados. A penetração da estaca é de 16 metros, não importando a resistência do solo adotada. Esta consideração pode não ser realista, mas foi adotada para manter a comparação entre os casos possíveis, como será apresentado no estudo de cravabilidade a seguir.

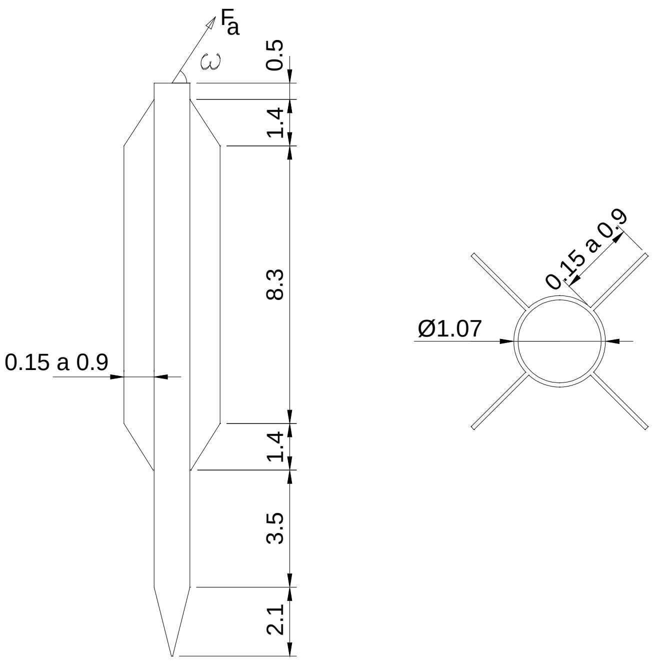


Figura 5-2 – Dimensões da estaca torpedo analisada.

5.1.1 Estudo de cravabilidade

Conforme visto no item 3.1 desta tese, a profundidade de cravação da estaca está ligada, entre outros fatores dinâmicos, à resistência não drenada do solo, assim como a geometria da âncora. Com o intuito de verificar a influência direta da resistência não drenada, procurou-se adotar a mesma penetração de topo da estaca para todos os casos analisados, que foi de 16 metros. Neste item, será apresentado um estudo de cravabilidade, utilizando o modelo de True (1976) para verificar se tal hipótese é válida.

A partir da teoria descrita no item 3.1 foi elaborado um programa em FORTRAN de análise dinâmica não linear (Bathe, 1996), onde a cada passo são aplicadas as forças de reação do solo, quando a estaca está penetrando e de arrasto da água, quando a estaca ainda está fora do solo. O programa desenvolvido discretiza a estaca em elementos de pórtico espacial e leva em consideração a variação das propriedades das seções da estaca.

Os parâmetros do solo argiloso em estudo foram obtidos em Kunitaki (2006), estes parâmetros são resumidos a seguir:

Tabela 5-2 – Parâmetros do modelo de cravação

S_e - Taxa de deformação empírica	5,0
C_e - Coeficiente de deformação do solo	0,02
S_{ti} - Sensibilidade	2,5
N_c – Fator de resistência de ponta	9

Para todas as resistências não drenadas, foram utilizados os mesmos dados acima. Com o intuito de apenas avaliar a viabilidade dos modelos, foram analisados apenas a estaca com 4 aletas, que é o modelo originalmente proposto. Lembrando que as resistências não drenadas utilizadas são resumidas na Tabela 5-1. Para todos os casos, inicialmente foi adotada uma altura de queda igual a 20 metros. Os resultados obtidos para a o deslocamento ao longo do tempo são apresentados na Figura 5-3, já a Figura 5-4 apresenta a variação da velocidade ao longo do deslocamento da estaca.

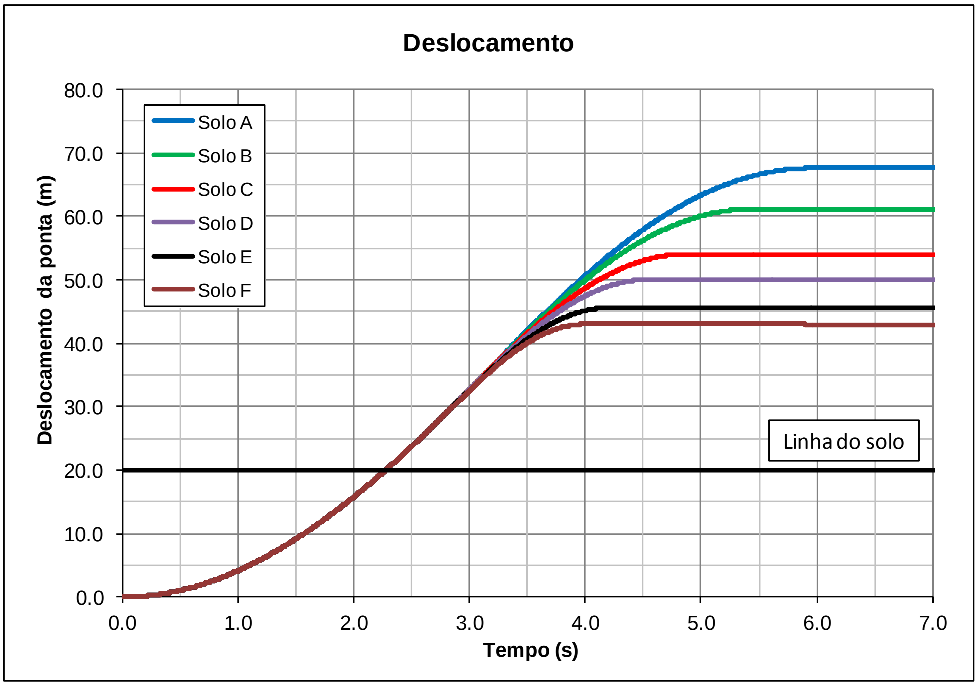


Figura 5-3 – Deslocamento (a partir do repouso) ao longo do tempo para o estudo de cravabilidade (comprimento total da estaca = 17 metros)

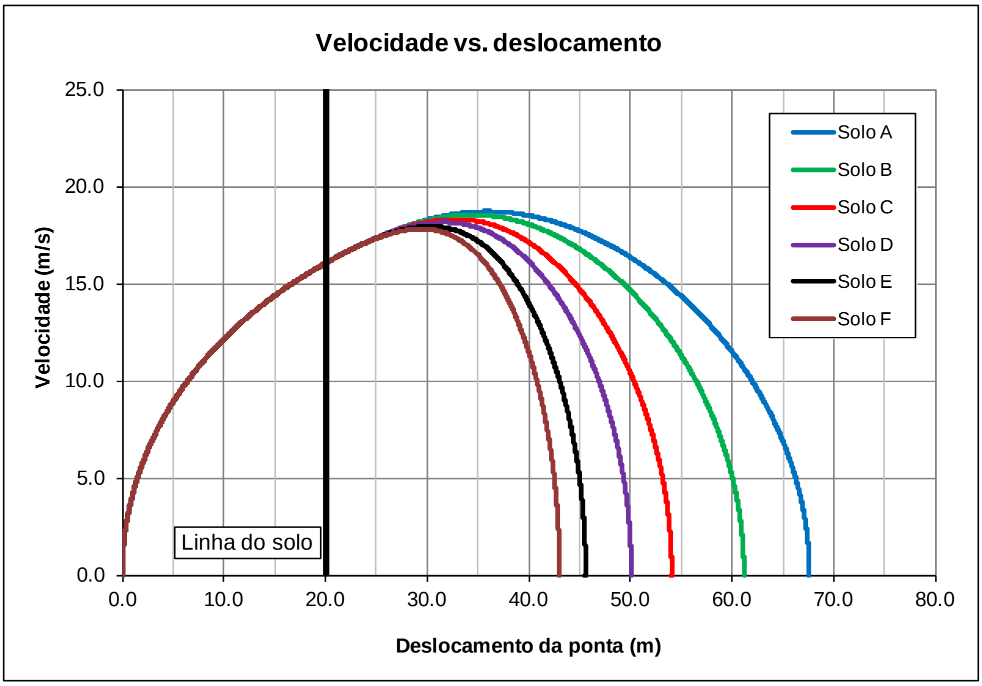


Figura 5-4 – Variação da velocidade ao longo do deslocamento

Observa-se que todos os modelos utilizados possuem a mesma formulação para predição do comportamento no trecho fora do solo, já que todas as curvas são coincidentes. Conforme o esperado, conforme a resistência do solo aumenta, a estaca para numa menor profundidade. Observa-se, pela Figura 5-5, que a profundidade de cravação não varia linearmente com o aumento da resistência não drenada. Esta característica pode ser explicada pela dependência não linear entre estes fatores, como visto na equação 3.5.

Vale lembrar também que a penetração adotada no estudo paramétrico, que é de 16 metros, não é alcançada por parte dos solos utilizados no estudo, isto é verificado pela variação da altura de queda da estaca pela profundidade do topo, mostrado na Figura 5-6. Mesmo esta hipótese não sendo válida, foi adotada uma mesma penetração para todos os casos com o intuito de avaliar apenas a influência da resistência não drenada na capacidade de carga.

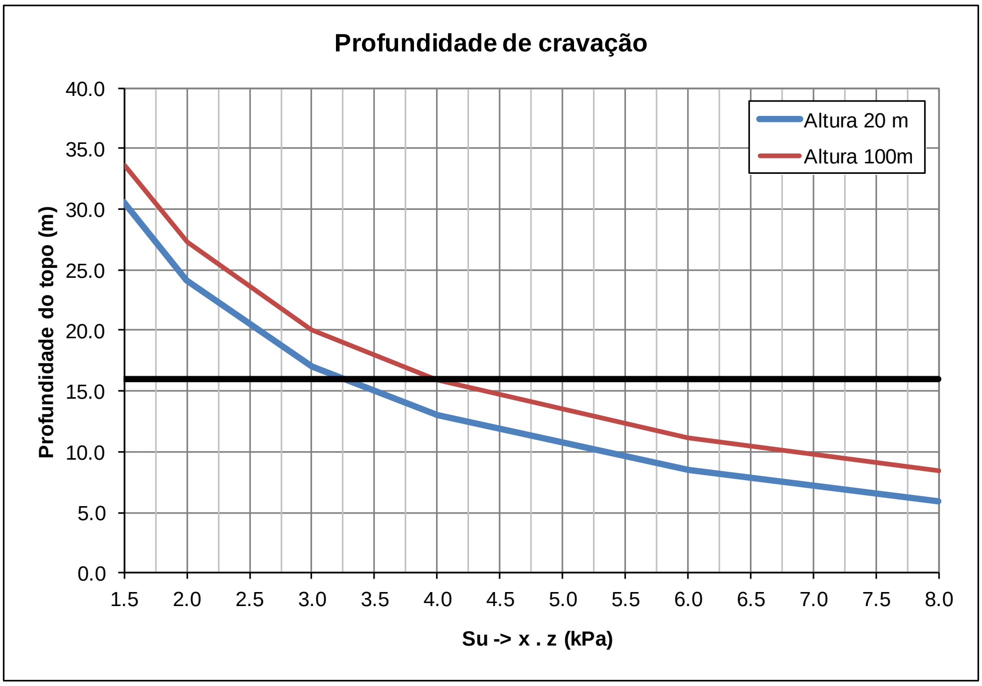


Figura 5-5 – Variação da profundidade de cravação com a resistência não drenada

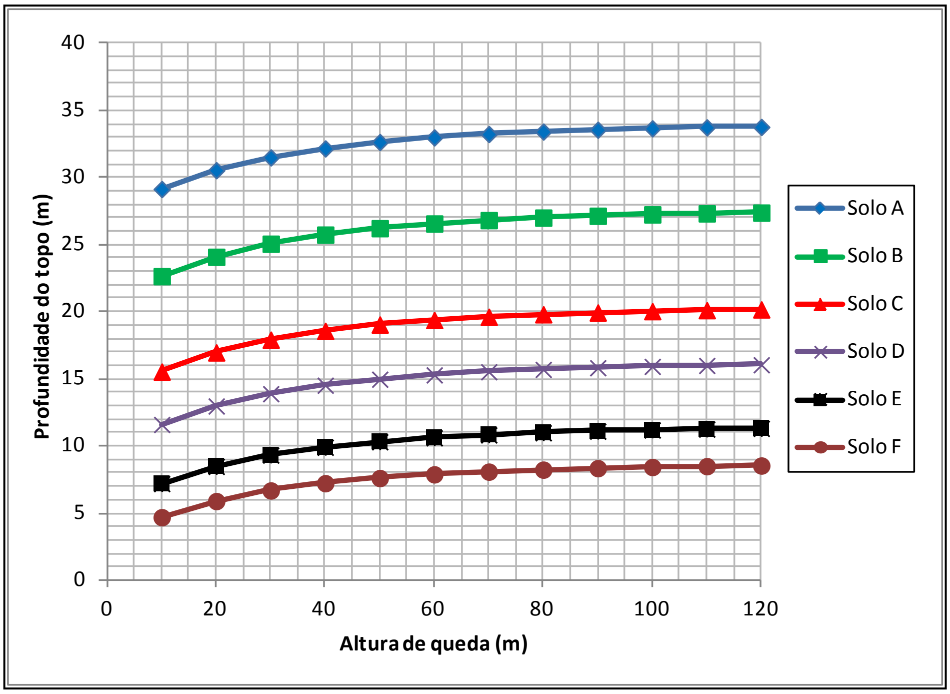


Figura 5-6 – Variação da profundidade do topo pela altura de queda

5.1.2 Resultados

Nas análises realizadas, considerou-se a carga de ruptura da estaca como o último passo de carga no qual foi alcançada a convergência. Desta forma, espera-se a obtenção de um comportamento limite ou assintótico da resposta da âncora ao carregamento aplicado. O estudo paramétrico foi dividido em diversas etapas, que serão apresentadas a seguir.

a) Efeito da resistência não drenada do solo

A comparação entre os solos estudados neste exemplo (A, B, C, D, E e F) será apresentada para o modelo de estaca com 4 aletas e o plano da carga fazendo 45 graus com as aletas (plano 1 na Figura 5-1a). Neste caso, as análises foram realizadas para 8 ângulos de inclinação da carga diferentes: 0°, 7.5°, 15°, 30º, 45°, 60°, 75° e 90°. A Figura 5-7 mostra a variação da capacidade de carga com relação ao ângulo de inclinação da estaca para as diversas resistências não drenadas analisadas.

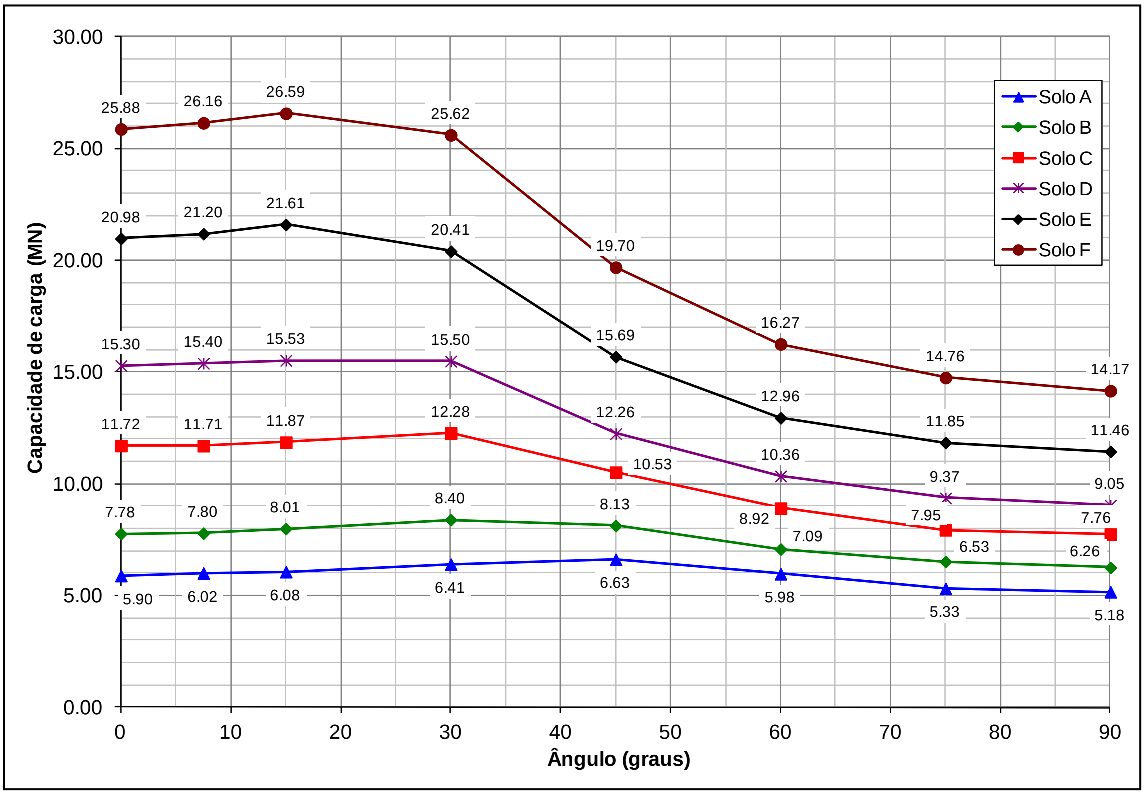


Figura 5-7 – Capacidade de carga para os diversos ângulos e resistências não drenadas

A capacidade de carga apresentada na Figura 5-7 foi determinada através da carga última obtida na análise, ou seja, a carga que representa a assíntota da curva carga *vs.* deslocamento. Conforme mencionado no item 3.3, existem outras formas de obtenção da capacidade de carga a partir da curva carga *vs.* deslocamento. Na Figura 5-8 são apresentadas duas metodologias diferentes da usual para o solo C.

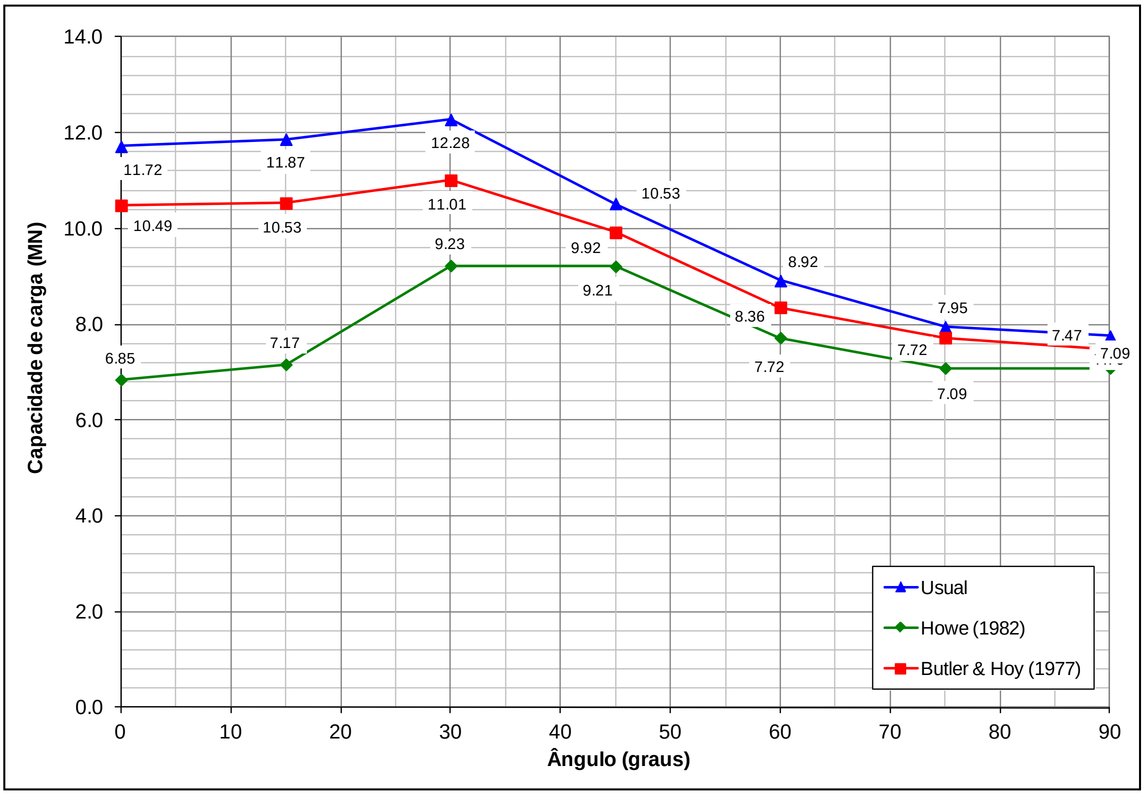


Figura 5-8 – Comparação das metodologias de obtenção da carga última – Solo C

Pode-se perceber que as maiores diferenças ocorrem para capacidades de carga referentes a ângulos de inclinação próximos da horizontal. Conforme é verificado na Figura 5-9, estas curvas apresentam menor variação da rigidez conforme o deslocamento é incrementado. Esta diferença de comportamento reflete nestas metodologias. O método proposto por Butler & Hoy (1977) tende a se aproximar da metodologia usualmente utilizada nos projetos de estacas torpedo. Já o método de Howe (1982) apresenta grande diferença para ângulos de menores inclinações, isto porque, como para estas situações a mudança de rigidez da curva não é brusca, a capacidade de carga obtida por este método se afasta da obtida pela assíntota.

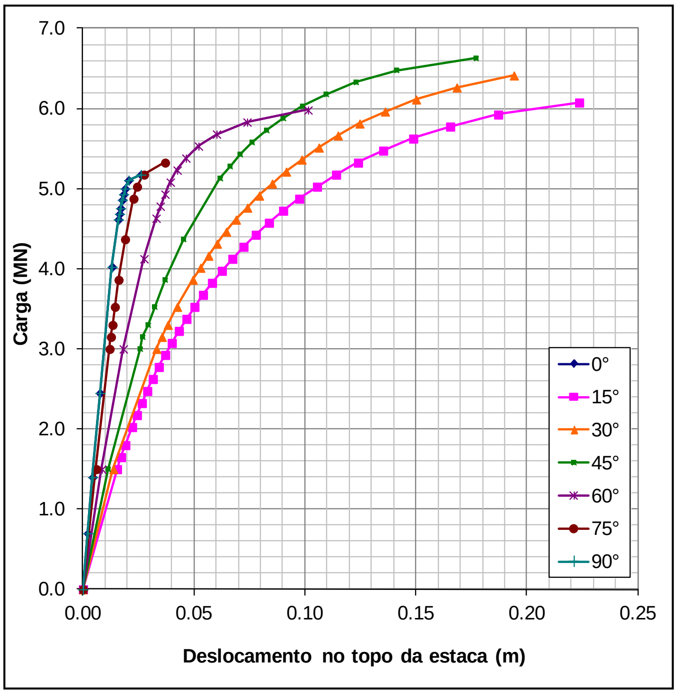


Figura 5-9 – Curvas carga *vs*. deslocamento para o solo C (*Su(z) = 3.0 z*)

A partir da curva obtida para o solo C, pode-se observar que para cargas com inclinações maiores do que 45 graus, percebe-se um comportamento assintótico da curva, mostrando uma clara ruptura do solo. Ao contrário, para ângulos menores, a curva tem um comportamento que, apesar de diminuir sua variação, não possui um patamar assintótico definido. A mesma observação é verificada em Pacheco *et al.* (2008) para fundações de linhas de transmissão.

Para as demais resistências não drenadas analisadas, o comportamento, de uma forma geral é o mesmo, como se pode observar nas Figuras 5-10, onde todas as curvas são apresentadas. A diferença entre os perfis de resistência fica por conta do ângulo de inclinação da carga onde a ruptura passa a ser comandada pelo comportamento assintótico observado.

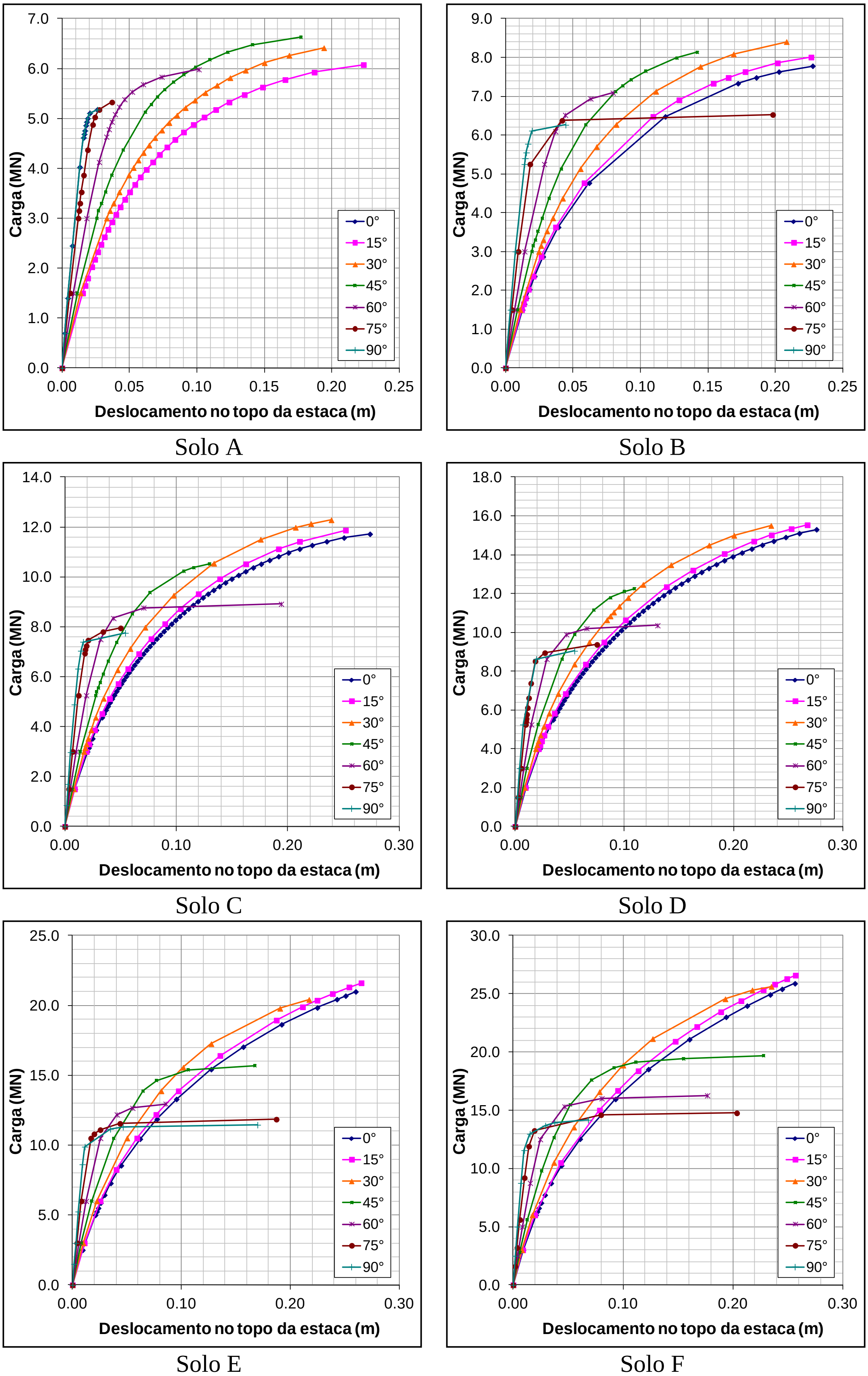


Figura 5-10 - Gráficos carga deslocamento - Solos A e F

Como mencionado anteriormente, a diferença do comportamento da carga de ruptura entre os perfis de resistência não drenada está na inclinação da carga onde aparece a ruptura por arrancamento da estaca. A Figura 5-11 corrobora esta diferença através do gráfico que mostra a razão da componente vertical da carga de ruptura pela carga de ruptura obtida para carga vertical. Conforme a razão se aproxima de 1.0, mostra-se que a ruptura tende a ser comandada pelo comportamento vertical ou de arrancamento.

A diferença de comportamento para os diversos ângulos de inclinação pode ser observada pelo volume de solo plastificado no último passo de análise, ou seja, na ruptura. Na Figura 5-12, observa-se que para ângulos menores, a mobilização de solo é maior, enquanto que para ângulos maiores uma pequena porção de solo no topo da estaca plastifica. Conforme o ângulo de aplicação da carga aumenta, a ruptura é comandada pela adesão entre o solo e a estaca além da resistência de topo da estaca, definida por uma tensão de cisalhante limite. Assim, o comportamento assintótico observado nas Figuras 5-9 e 5-10 é explicado pela ruptura por arrancamento da estaca.

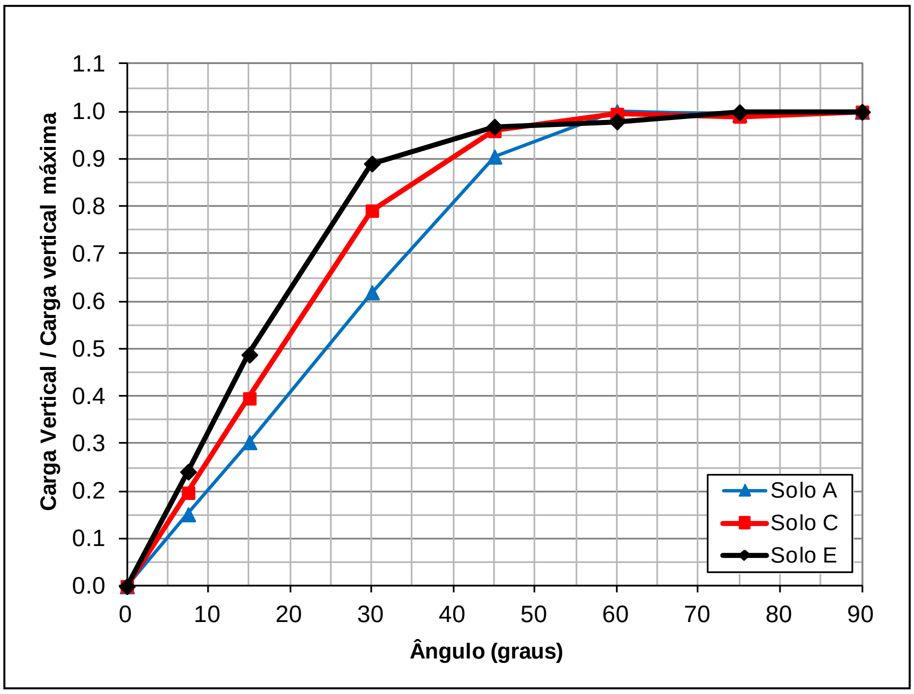


Figura 5-11 - Variação da carga vertical

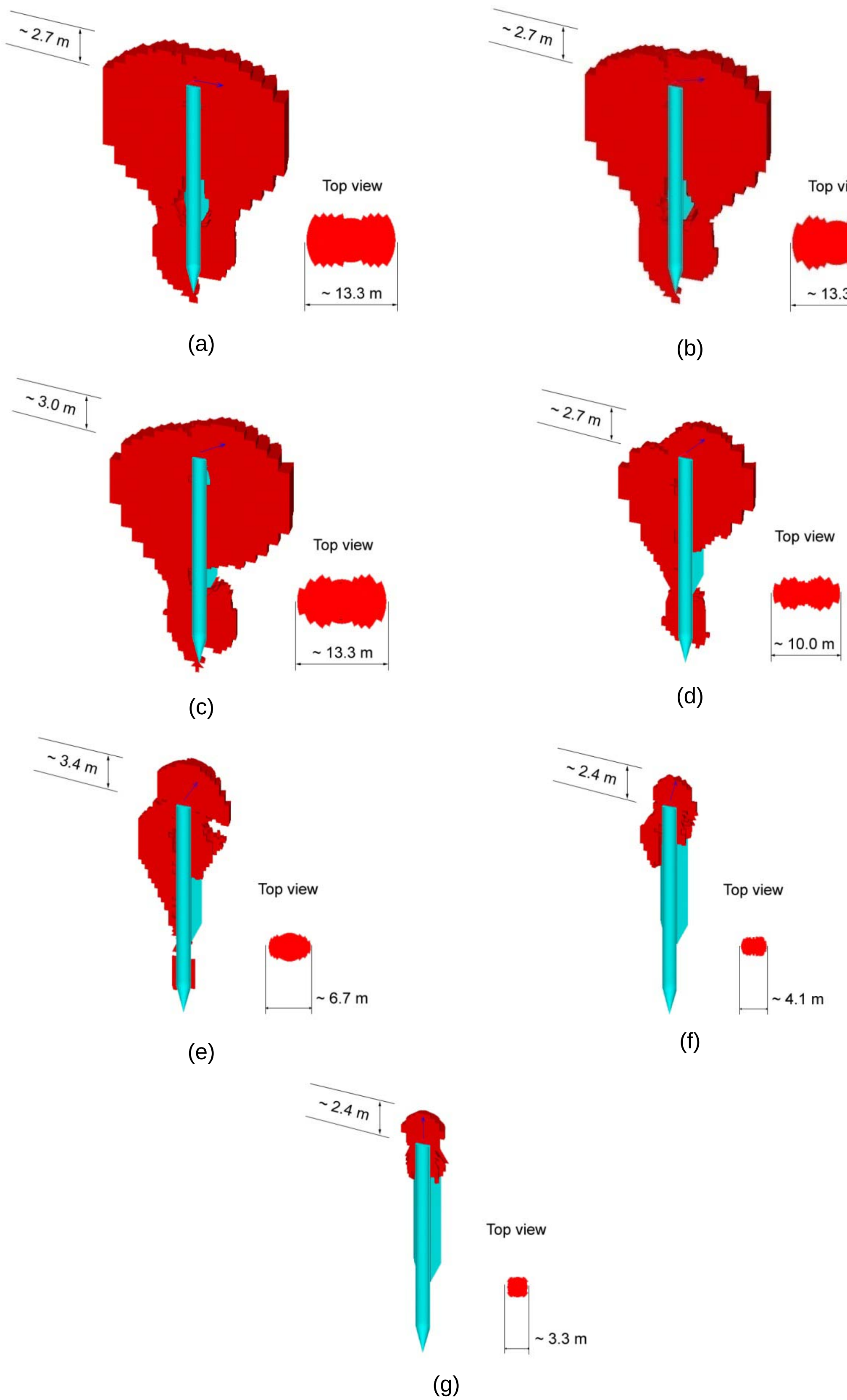


Figura 5-12 – Volume plastificado do solo C para as inclinações: (a) 0°; (b) 15°; (c) 30°; (d) 45°; (e) 60°; (f) 75°; (g) 90°

Para solos com resistência não drenada maiores, a dependência do atrito solo-estaca aparece para ângulos menores do que 45º. Isto porque, de acordo com a metodologia de cálculo da resistência ao atrito limite adotada (API, 2007), o aumento da resistência não drenada diminui o fator de adesão que multiplica S_u para obtenção de *f(z)*, ver equação 4.7.

O principal desafio de predição da capacidade de carga de uma estaca torpedo está, portanto, na compreensão do mecanismo de ruptura do solo. Quando, em um ângulo de inclinação da carga, a capacidade se aproxima da resistência limite para um carregamento vertical, pode-se dizer que o comportamento foi comandado pelo arrancamento da estaca. Ao contrário, em ângulos de inclinação menores, pode-se dizer que o mecanismo de ruptura está diretamente ligado à rotação da estaca.

b) *Efeito do módulo de elasticidade*

Com o intuito de avaliar o feito deste módulo de elasticidade na capacidade de carga da estaca torpedo, foi analisado um modelo com o solo C e três módulos de elasticidade diferentes: 550 vezes S_u; 275 vezes S_u e 180 vezes S_u. Com a carga aplicada no plano 1 no modelo com 4 aletas. A variação da capacidade de carga para estes modelos encontra-se na

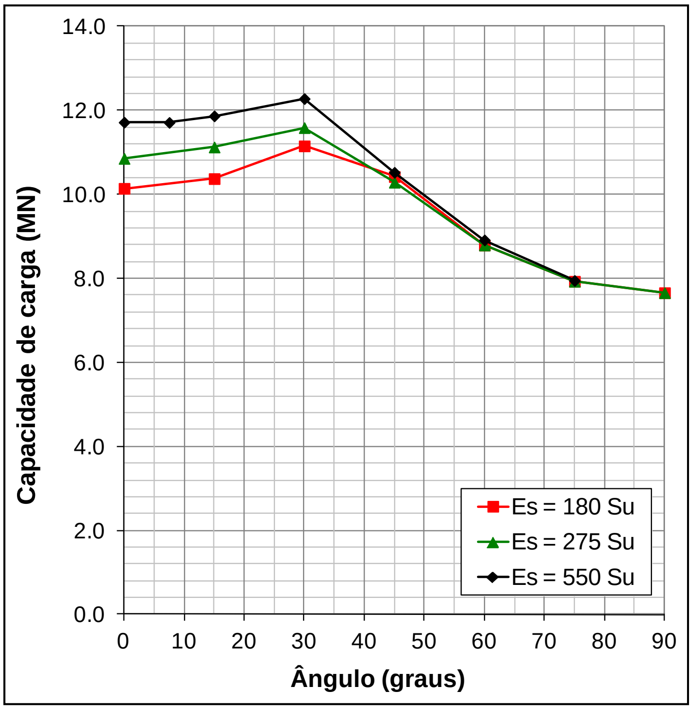


Figura 5-13 - Comparação do módulo de elasticidade – 4 aletas

Nota-se que a capacidade de carga tende a diferencia para ângulos de inclinação menores do que 40 graus. Esta diferença deve-se ao fato de, para cargas próximas da horizontal, a mobilização do solo ser mais importante do que para ângulos maiores. Isto porque para cargas próximas da vertical, a capacidade de carga passa a ser comandada pela adesão solo-estaca e a resistência do solo, que não dependem do módulo de elasticidade do solo.

c) *Efeito do plano de aplicação da carga*

O estudo paramétrico da resistência não drenada do solo foi realizado com o plano de aplicação da carga a 45° com relação às aletas (plano 1). Nesta segunda etapa, será realizado um estudo para a verificação da influência deste plano na resposta da estaca. Assim, dois modelos de estaca torpedo com quatro aletas foram analisados, um com plano a 45º com as aletas (plano 1 na Figura 5-1a) e outro com carga na direção das aletas (plano 2 Figura 5-1a). Este estudo foi realizado apenas para o solo C. A Figura 5-14 mostra os resultados obtidos.

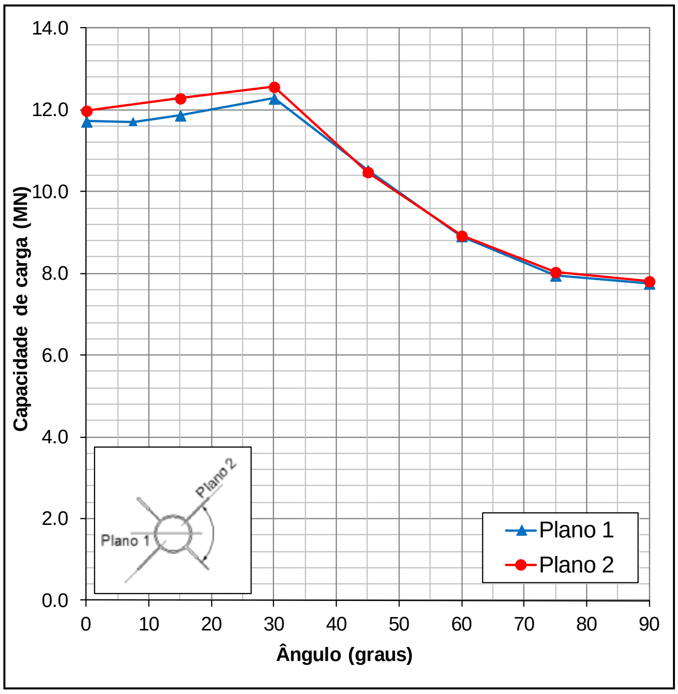


Figura 5-14 – Comparação do plano de aplicação da carga – 4 aletas

Os dois modelos apresentaram resultados muito próximos, chegando a, no máximo, 5.0% de diferença para inclinação da carga de 15 graus. Os resultados obtidos mostram que a interação entre o solo e as aletas forma uma região de solo confinado que faz a estaca se comportar aproximadamente da mesma forma nas duas situações. A Figura 5-15 mostra a região de plastificação em uma vista superior de um corte no plano das aletas para os dois modelos. Esta figura confirma a hipótese da formação da região de solo plastificado em torno das aletas.

(a) Plano 1 – 45 graus (b) Plano 2 – 90 graus

Figura 5-15 – Região de plastificação no plano das aletas (inclinação de carga 45 graus)

Assim, na evolução dos estudos a serem apresentados neste trabalho, as comparações serão realizadas no plano a 45 graus com as aletas quando o modelo for de 4 aletas. No caso do modelo com 3 aletas, as diferenças ocorrem para ângulos menores, como pode ser visto na Figura 5-16. Neste caso, foram analisados os modelos com cargas entre duas aletas (plano 1 na Figura 5-1b) e outro com carga da direção de uma das aletas (plano 2 na Figura 5-1b).

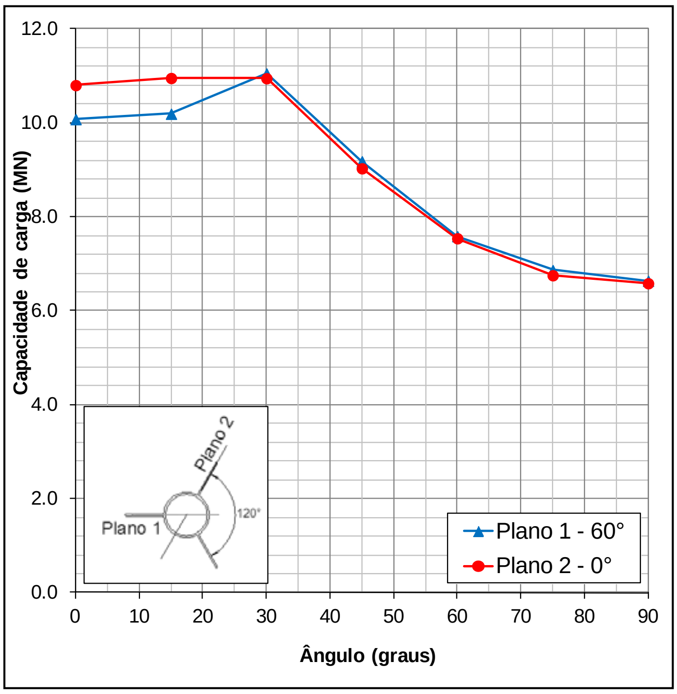


Figura 5-16 – Comparação do plano de aplicação da carga – 3 aletas

O modelo com apenas duas aletas foi analisado da mesma forma que o apresentado para os resultados anteriores. Assim como no modelo de 3 aletas, as diferenças ocorreram para ângulos de inclinação de carga próximos da horizontal, conforme o esperado. Este resultado pode ser visto pela Figura 5-17.

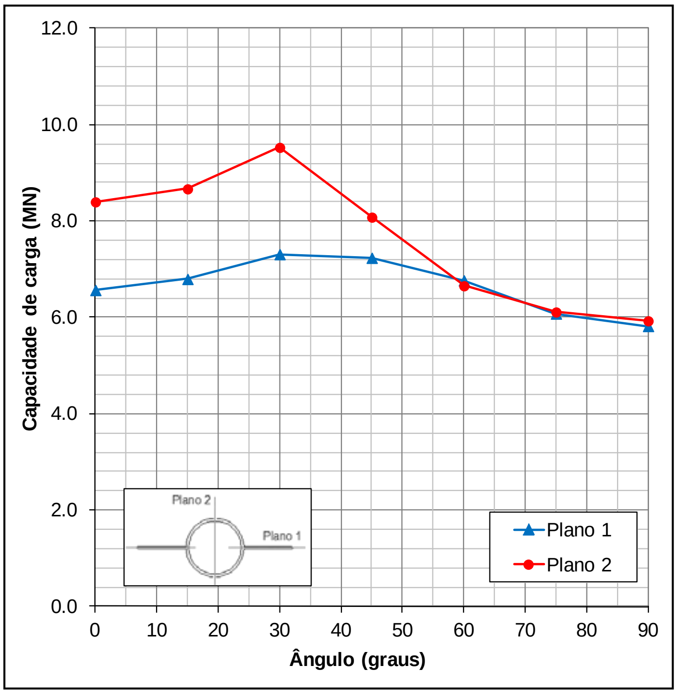
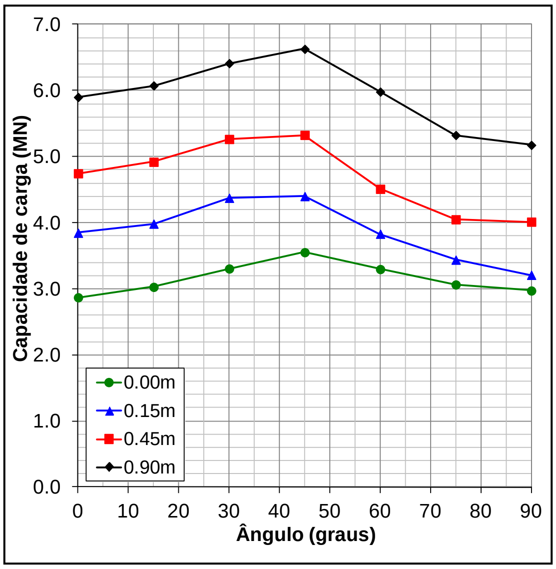


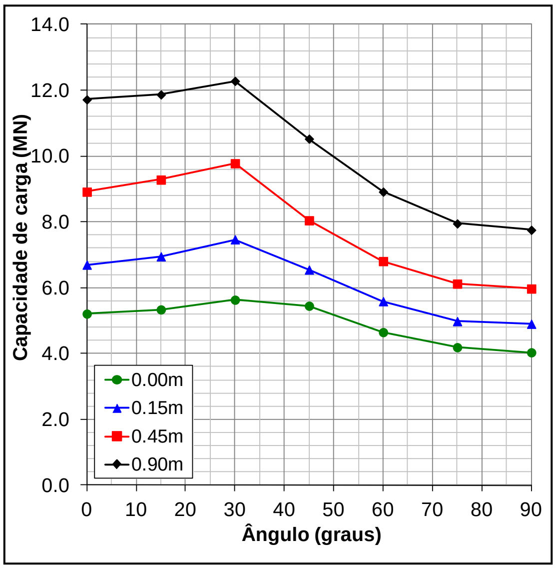
Figura 5-17 - Comparação do plano de aplicação da carga – 2 aletas

d) Efeito da largura das aletas

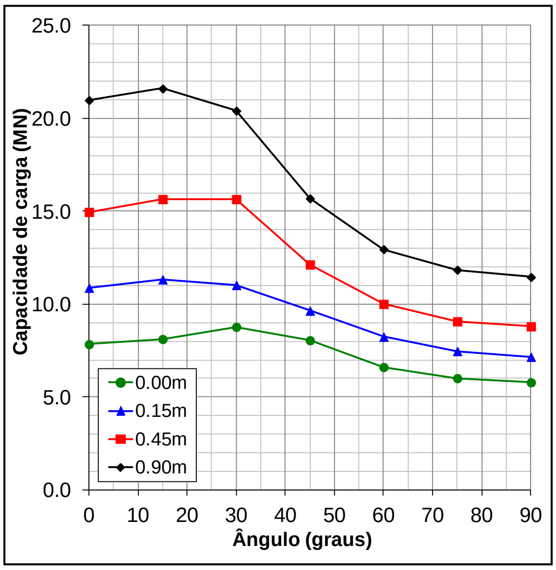
Para este estudo, foram analisadas três situações, além da anterior, com as aletas medindo 0.90 metros. As larguras foram de 0.45 metros, 0.15 metros e sem aletas. Estas análises foram realizadas para os solos A, C e E.



Solo A



Solo C



Solo E

Figura 5-18 – Capacidade de carga – variação da largura da aleta

De uma forma geral, o comportamento com relação à variação da resistência não drenada foi de acordo com o já observado no item anterior. No que diz respeito à mudança da largura da aleta da estaca, observou-se um efeito direto na capacidade de carga, já que com a diminuição da largura da aleta, diminui-se também a área de contato solo-estaca, reduzindo, assim, tanto a capacidade axial, quanto lateral da estaca torpedo.

e) Efeito do número de aletas

Mais uma vez com o intuito de avaliar a influência das aletas na capacidade de carga das estacas torpedo, foram elaborados modelos com 2, 3 e 4 aletas. Todos os modelos foram analisados para o solo C, além das aletas possuírem 0.90 metros de largura. Os modelos de 3 e 4 aletas foram analisados considerando o plano de aplicação da carga definidos como "plano 1" na Figura 5-1. Apenas o modelo de 2 aletas foi analisado nos dois planos indicados. A Figura 5-19 mostra as capacidades de carga obtidas.

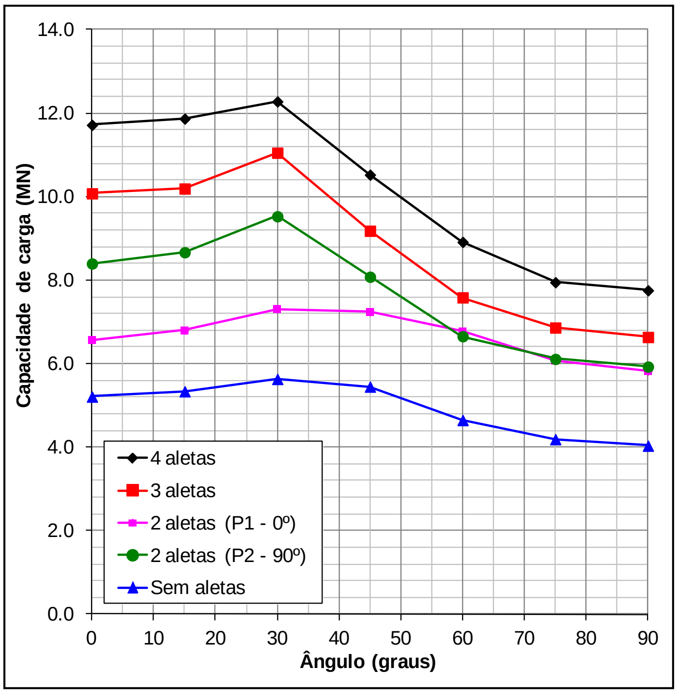


Figura 5-19 – Comparação do número de aletas

Pode-se observar que o número de aletas está diretamente ligado à capacidade de carga obtida. Esta relação fica clara devido ao aumento da área de contato entre o solo e a estaca. Numa configuração como a estaca de duas aletas, não há formação de uma região de solo confinada como visto na comparação dos planos de carregamento, havendo, assim diferença entre os planos estudados. Isto ocorre até o ângulo de 60°, a partir deste valor, as capacidades de carga tendem a se aproximar, pois a ruptura do solo passa a ocorrer devido à perda de resistência no topo da estaca e interface solo-estaca.

f) Efeito da aproximação do modelo de Drucker-Prager

Este estudo foi realizado para avaliar o efeito da adoção do método de aproximação do modelo de Mohr-Coulomb pelo de Drucker-Prager. Foram gerados dois modelos, um para o cone circunscrito ($\sigma_y = 2 \cdot Su$) e outro para o cone inscrito (referente a $\sigma_y = \sqrt{3} \cdot Su$), sendo ambos com 4 aletas (plano 1) em solo com resistência não drenada igual a *3.0z* (Solo C). A Figura 5-20 mostra os resultados obtidos

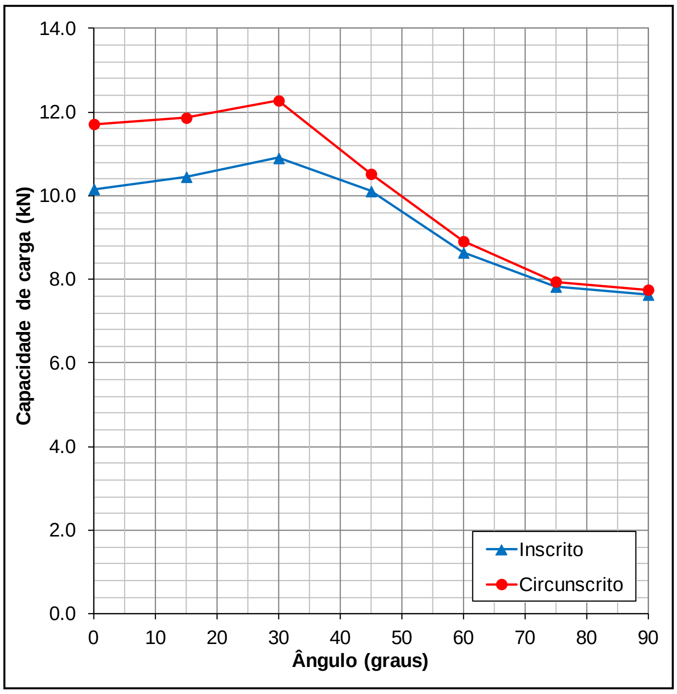


Figura 5-20 - Comparação da aproximação do modelo de Mohr-Coulomb

Mais uma vez, pode-se perceber a maior influência do atrito solo-estaca para ângulos maiores do que 60°. Nestes ângulos de inclinação da carga, a plastificação do solo não influencia tanto quanto em ângulos menores, como pode ser visto. É importante ressaltar também que para ângulos de inclinação comumente encontrados em projetos de ancoragem, como por exemplo 45º, a diferença fica em torno de 4.1%. Esta diferença chega a 12.6% para a carga com 30º de inclinação.

5.2 Comentários acerca do modelo MEF vs. Metodologia API

Neste item, é apresentada uma comparação entre a capacidade de carga determinada entre a metodologia descrita pela API-RP-2A (Apêndice D) e o método dos elementos finitos com o intuito de avaliar possíveis diferenças entre os modelos propostos. Para este estudo, foram gerados três diferentes modelos em elementos finitos e em cada um deles foi analisado considerando ou não o solo acima da estaca.

Um modelo foi gerado sem nenhuma aleta; outro com as aletas com a configuração típica e outro com o topo da aleta reta, ou seja, sem inclinação. O peso de todas as estacas é de 850 kN e todas as dimensões para a estaca com aleta inclinada são as mesmas do estudo paramétrico do item 5.1. Já a estaca com aletas retas possui as dimensões da Figura 5-21.

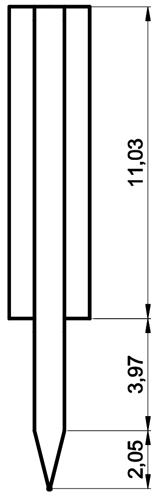
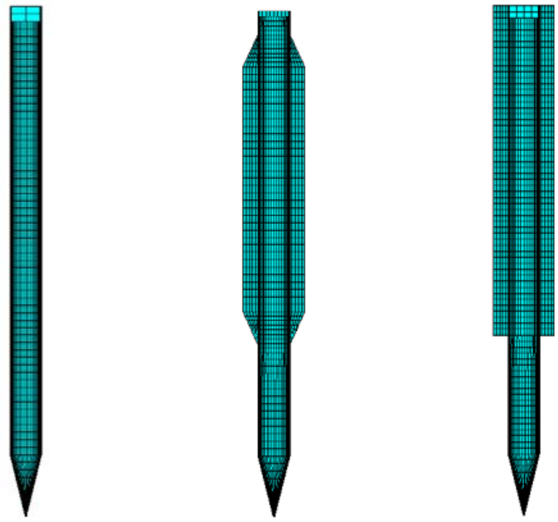


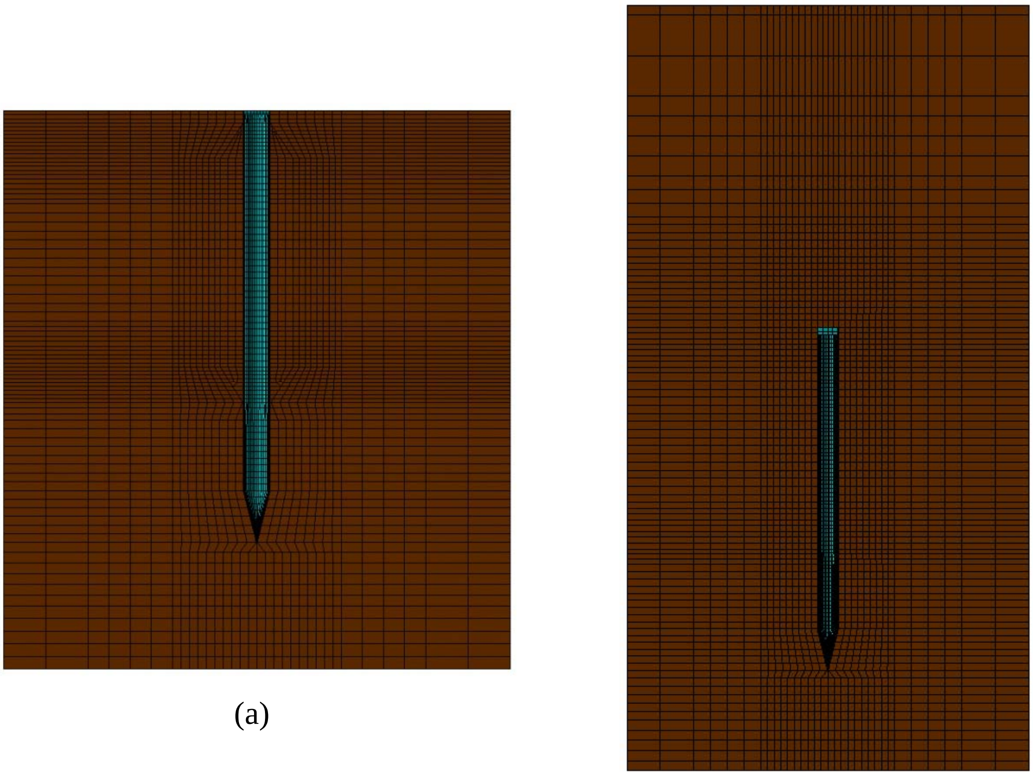
Figura 5-21 – Dimensões da estaca com aleta reta

Uma visão dos modelos das estacas é apresentada na Figura 5-22 e na Figura 5-23 encontra-se uma vista frontal da malha do solo.



(a) (b) (c)

Figura 5-22 – Modelos desenvolvidos: (a) Sem aletas; (b) Com aleta inclinada; (c) Com aleta reta



(a)

(b)

Figura 5-23 – Vista frontal da malha do solo: (a) sem solo no topo; (b) com solo no topo

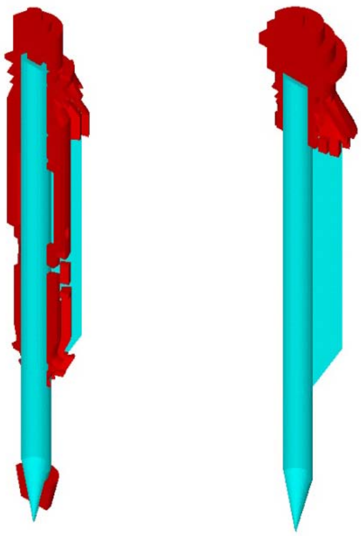
A partir dos modelos elaborados apresentados anteriormente, foram realizadas uma série de análises geotécnicas com o intuito de obter a capacidade de carga para cada uma das três estacas propostas considerando dois tipos de solos diferentes: Solo A do estudo paramétrico ($S_u(z) = 1.5z$) e solo E ($S_u(z) = 6.0z$). Assim como apresentado na Figura 5-23, foi considerado também um modelo sem penetração e outro com penetração igual a 16 metros.

Considerando o solo no topo da estaca (com penetração), apresentam-se os resultados obtidos na Tabela 5-3.

Tabela 5-3 – Resultados com o solo no topo

	Sem aleta			Com aleta inclinada			Com aleta reta		
	MEF	**API**	**Dif. (%)**	**MEF**	**API**	**Dif. (%)**	**MEF**	**API**	**Dif. (%)**
Solo A	2972	2901	2.46	5176	5200	0.47	5572	5464	1.97
Solo E	5789	5253	10.21	11456	9850	16.31	11737	10378	13.10

Pode-se perceber que as maiores diferenças ocorrem nos modelos com solo E, que é um solo com resistência não drenada mais elevada. Nestes modelos, a estaca atinge a capacidade máxima quando a resistência de topo é alcançada, Isto pode ser visto pela plastificação em torno da estaca, que é menor do que no Solo A. Isto pode ser visualizado na Figura 5-24, que mostra o volume de solo plastificado ao redor da estaca.



Solo A Solo E

Figura 5-24 – Índices de plastificação

Assim, sem considerar o solo acima da estaca, tem-se os resultados da Tabela 5-4.

Tabela 5-4 - Resultados sem considerar o solo acima da estaca

	Sem aleta			Com aleta incl.			Com aleta reta		
	MEF	**API**	**Dif. (%)**	**MEF**	**API**	**Dif. (%)**	**MEF**	**API**	**Dif. (%)**
Solo A	2674.23	2622	1.99	4860	4921	1.24	4952.5	5185	4.48
Solo E	4401.55	4395	0.15	10120	8992	12.54	9825	9520	3.20

Pode-se perceber que a partir do momento que nenhuma resistência de topo é considerada, ou seja, no modelo com a aleta reta e sem aletas, os resultados tendem a se aproximar do cálculo da API, com resultados abaixo de 5% de diferença. Nestes resultados, é possível perceber também a influência da resistência de topo apenas das aletas, gerando uma diferença de 12.5% no solo E.

De acordo com os ensaios conduzidos por Richardson *et al*. (2009), a adoção de um fator de capacidade de carga diferenciado para o topo e as aletas é mais coerente no caso de âncoras com penetração dinâmica, como é a estaca torpedo. Estes valores são 12.5 para o N_c de topo da estaca e 7.5 para o topo das aletas, considerando esta uma seção de placa. A Tabela 5-5 apresenta a comparação entre o resultado do MEF (considerando o solo no topo) e o determinado analiticamente.

Tabela 5-5 - Resultados com N_c do topo igual a 12.5 e N_c das aletas igual a 7.5

	Sem aleta			Com aleta incl.			Com aleta reta		
	MEF	API	Dif. (%)	MEF	API	Dif. (%)	MEF	API	Dif. (%)
Solo A	2972	3137	5.26	5175	5436	4.79	5571	5700	2.25
Solo E	5789	6245	7.30	11456	10842	5.67	11737	11351	3.40

Observa-se que os resultados apresentam-se muito mais próximos, principalmente para o Solo E, sendo todos os casos com diferença inferior a 10%. Assim, a adoção destes fatores de capacidade de carga, apesar de apresentar um pequeno aumento na diferença para o Solo A, mostra-se uma melhor solução para a estaca torpedo.

5.3 Capacidade de carga de estacas torpedo inclinadas

Nos modelos desenvolvidos no item anterior, a inclinação da estaca é compensada no ângulo de aplicação da carga, ou seja, considera-se que a inclinação não influencia a distribuição da resistência do solo ao longo da âncora, apenas o ângulo da carga. Esta hipótese tradicional torna o procedimento de geração da malha em elementos finitos mais simples (Brandão *et al*., 2006).

Neste item, será realizado um estudo paramétrico similar ao apresentados no item anterior, sendo que serão estudados diversos ângulos de inclinação da estaca e da carga aplicada no topo da mesma. No fim deste estudo, espera-se obter dados suficientes para a compreensão do comportamento da estaca torpedo considerando a inclinação da mesma.

5.3.1 Descrição dos casos

A estaca torpedo analisada neste caso é ligeiramente diferente da apresentada no item anterior. Esta diferença está apenas em alguns detalhes geométricos que não afetam os mecanismos de ruptura da estaca, descritos no item anterior. A geometria da estaca é representada na Figura 5-25.

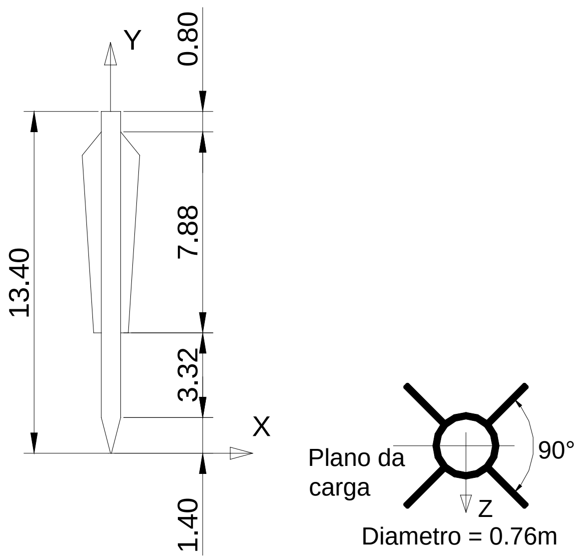


Figura 5-25 – Dimensões da estaca torpedo estudada (em metros)

Os comprimentos das aletas variam de 0.3 metros na base a 0.75 metros. A espessura da parede do tubo e das aletas é de 0.038 metros, enquanto que o peso submerso total da estaca é de 300kN. Foram realizadas análises paramétricas com a variação do ângulo de aplicação da carga (F_a, na Figura 5-26) considerando 4 diferentes configurações da âncora: com 0, 5, 10 e 15 graus de inclinação com a vertical (ângulo θ na Figura 5-26). Cabe aqui ressaltar que no caso onde a estaca é modelada na vertical, a aproximação consiste na soma do ângulo β com o η, como apresentado na Figura 5-26 pela letra grega ρ.

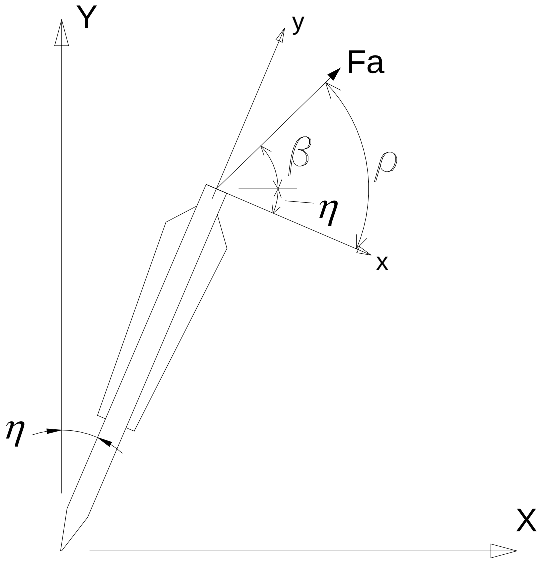


Figura 5-26 – Configuração da estaca inclinada

Assim como no estudo paramétrico anterior, a estaca é cravada em um solo puramente coesivo, sendo que a resistência não drenada é igual a:

$$S_u(z) = 7.4 \cdot \text{kPa} + 1.8 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{m}} \cdot z \tag{5.1}$$

e o módulo de elasticidade do solo igual a:

$$E(z) = 550 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{m}} \cdot S_u(z) \tag{5.2}$$

O peso específico submerso do solo é igual a 6,0 kN/m^3 e a estaca é cravada numa profundidade de 7,9 metros.

5.3.2 Descrição do modelo

O modelo utilizando o método dos elementos finitos foi elaborado da mesma forma que o apresentado no item anterior para a estaca representada verticalmente com a única diferença no tipo de elemento adotado. Devido à topologia irregular da malha do solo, optou-se pela utilização de elementos hexaédricos de 20 nós. Uma visão geral da malha é apresentada na Figura 5-27.

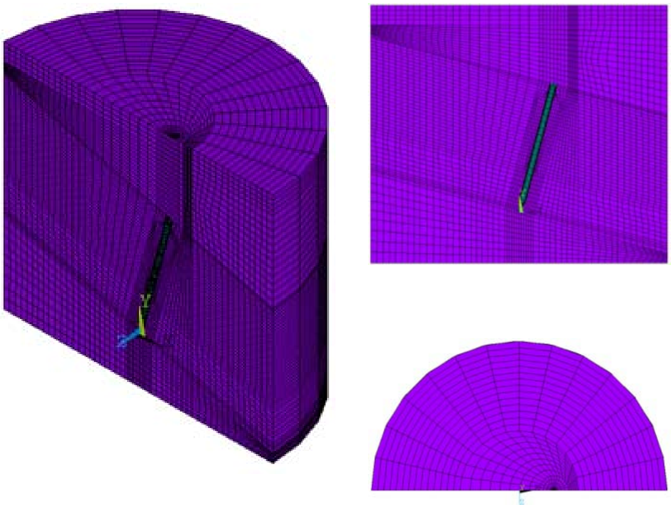


Figura 5-27 – Visão geral da malha em elementos finitos (Inclinação 15 graus)

O diâmetro do modelo é igual a 20 metros, e o comprimento de maciço de solo abaixo da estaca é igual a 5 metros. A profundidade do topo é medida da linha central da estaca, mesmo inclinada. Os tamanhos de elementos variam de 0,10 metros a 0,25 metros, sendo o maior refinamento nas regiões de maior plastificação do solo, ou seja, no topo e na base da estaca.

A malha da estaca também é representada por elementos hexaédricos de 20 nós, com tamanhos em torno de 0,25 m. Como as análises realizadas neste estudo não tem por objetivo a verificação de tensões ao longo da estaca, não é necessário um grande refinamento desta entidade. A Figura 5-28 mostra uma visão da malha da estaca empregada nestas análises.

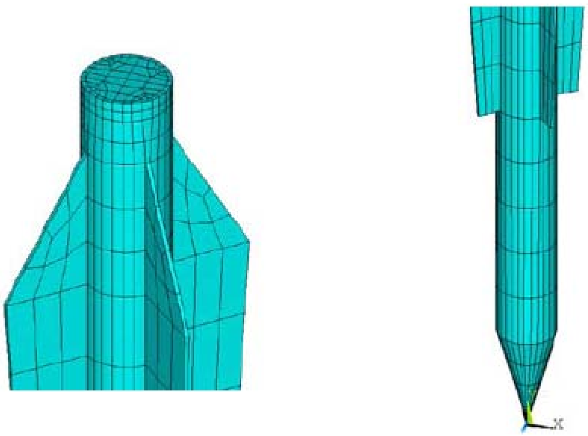


Figura 5-28- Visão geral do topo e da base da malha da estaca

5.3.3 Análise dos resultados

Conforme visto no exemplo anterior, a ruptura geotécnica da estaca torpedo é definida por dois diferentes mecanismos:

- Plastificação do solo no entorno da estaca, com grande mobilização do solo no entorno da estaca;
- Pouca plastificação do solo no entorno da estaca e com ruptura caracterizada pelo arrancamento da estaca

As análises realizadas com o modelo desenvolvido neste capítulo também conduzem às mesmas formas de ruptura. Para tal comparação, pode-se tomar o ângulo relativo ρ (ver Figura 5-26) que indica a inclinação entre o topo da estaca e a carga aplicada. Este ângulo é o mesmo adotado nos projetos de estaca torpedo para levar em consideração a inclinação da mesma. Assim, pode-se observar que para ângulos relativos menores (com inclinação próxima à horizontal) há uma maior mobilização de solo ao redor da estaca com grande plastificação. Já para ângulos maiores, existe uma menor plastificação, com rompimento geotécnico definido pelo atrito solo-estaca.

Assim como os resultados encontrados no estudo paramétrico com a estaca na vertical, a partir de certa inclinação de carga, a ruptura geotécnica ocorre de forma assintótica, com uma clara definição de um patamar na curva carga *vs.* deslocamento. Este comportamento é visto nos resultados obtidos nas análises realizadas considerando os ângulos de inclinação da estaca igual a 5°, 10° e 15°, mostrados nas Figuras 5-29 a 5-31. Já na Figura 5-32, são apresentadas as curvas de carga *vs.* deslocamento das análises considerando a estaca perfeitamente na vertical para este mesmo caso.

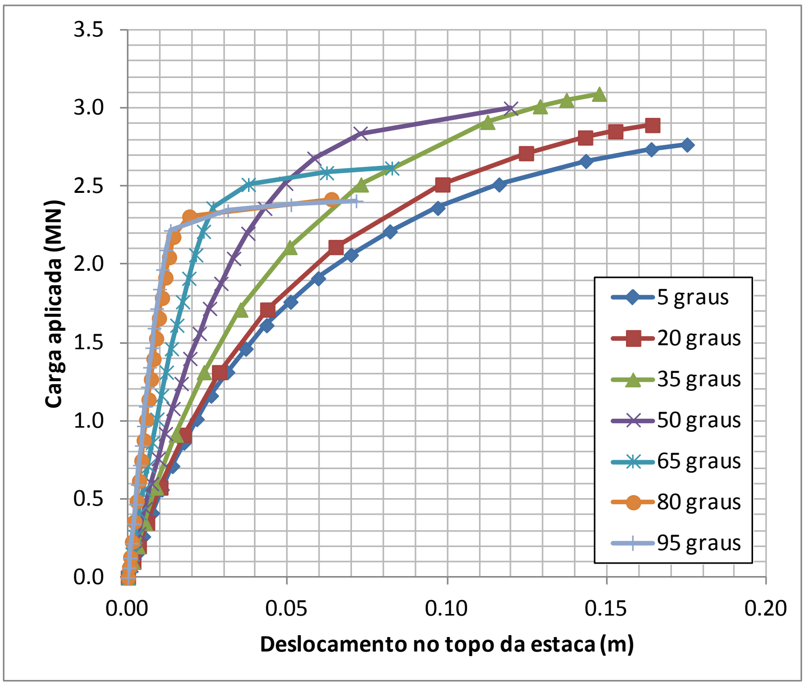


Figura 5-29 – Carga vs. deslocamento (estaca inclinada a 5°)

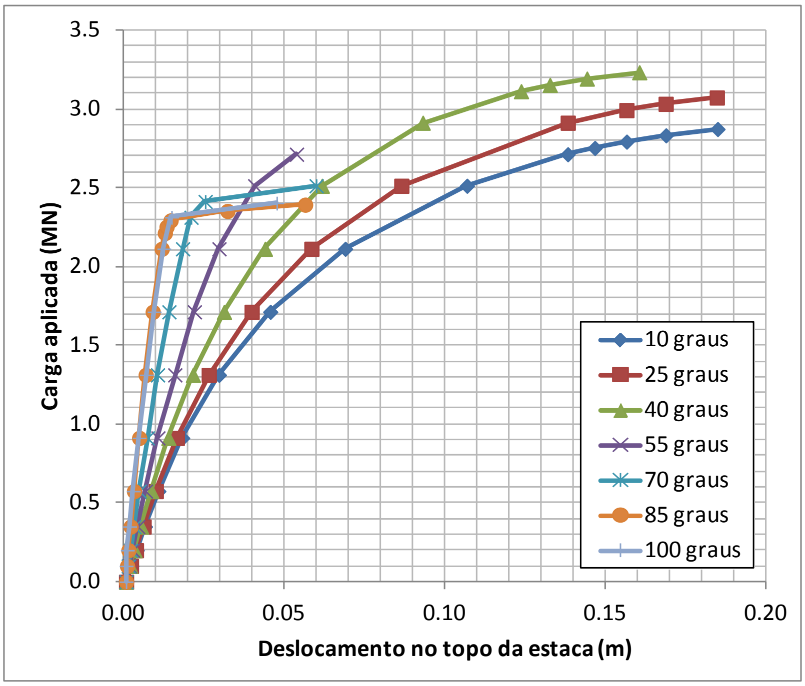


Figura 5-30 – Carga vs. deslocamento (estaca inclinada a 10°)

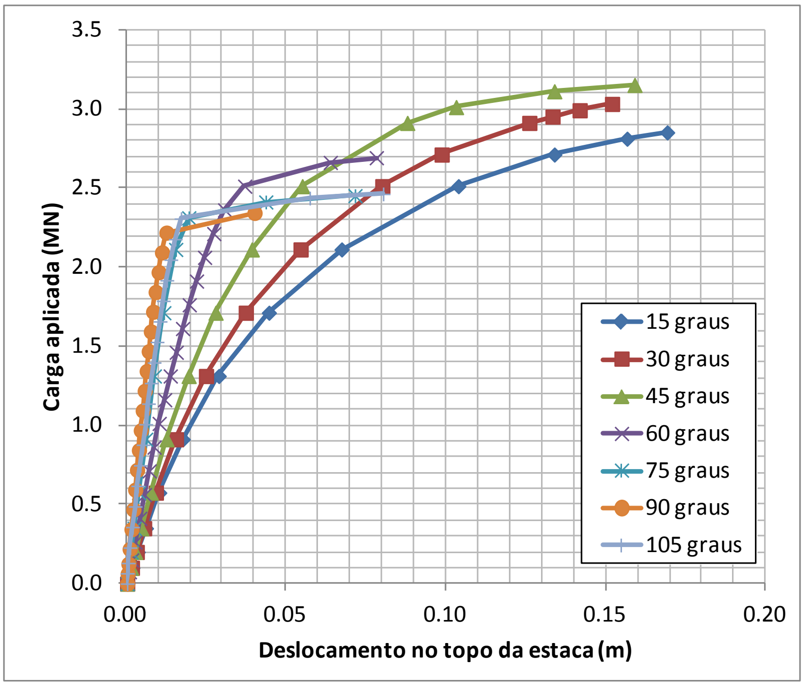


Figura 5-31 – Carga vs. deslocamento (estaca inclinada a 15°)

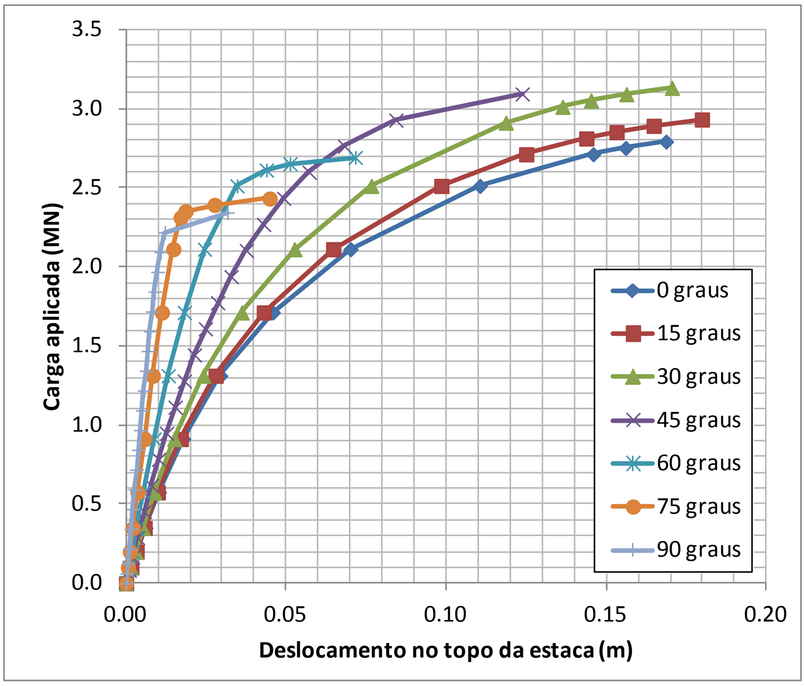
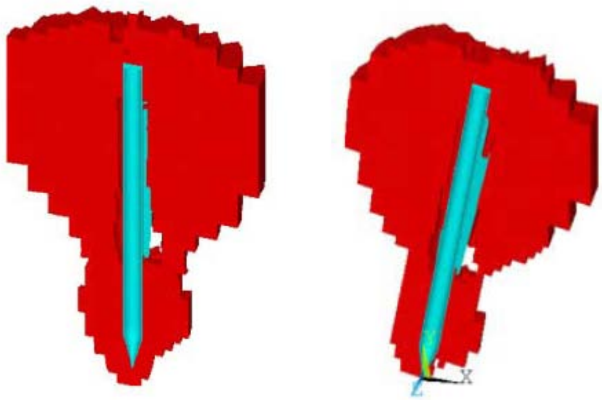


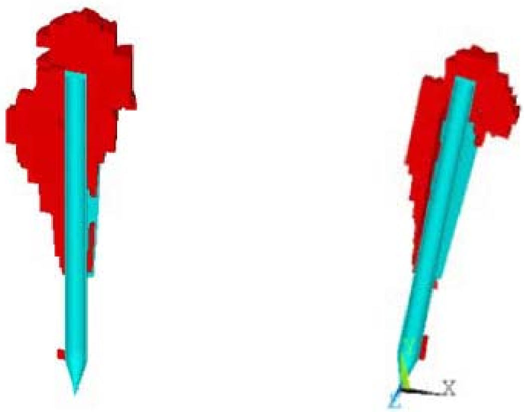
Figura 5-32 - Carga vs. deslocamento (estaca vertical)

Pode-se perceber que, qualitativamente, todos os casos apresentam o mesmo comportamento para ângulos relativos iguais. Isto quer dizer que a inclinação da estaca não influencia a forma de ruptura geotécnica. Esta hipótese é confirmada pelas superfícies de ruptura do solo apresentadas nas Figuras 5-33, 5-34 e 5-35. É possível perceber que para ângulos relativos próximos, o volume de solo plastificado ao redor da estaca é similar. Pode-se perceber que existe um ângulo de inclinação de carga que há uma mudança no comportamento da ruptura do solo. Este valor, neste exemplo estudado, está por volta de 40 graus de inclinação de carga, ou seja, abaixo deste valor, a mobilização de solo ao redor da estaca é maior, com comportamento da curva carga *vs.* deslocamento sem apresentar clara ruptura.



(a) (b)

Figura 5-33 – Superfície de ruptura do solo: (a) estaca vertical, $\rho = 15°$; (b) estaca com inclinação 10°, $\rho = 10°$



(a) (b)

Figura 5-34 - Superfície de ruptura do solo: (a) estaca vertical, $\rho = 60°$; (b) estaca com inclinação 10°, $\rho = 60°$

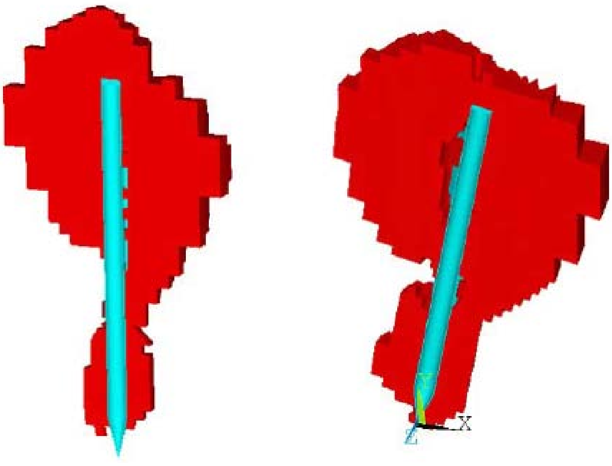


Figura 5-35 - Superfície de ruptura do solo: (a) estaca vertical, $\rho = 135°$; (b) estaca com inclinação $10°$, $\rho = 135°$

Comparando as capacidades de cargas para cada ângulo de inclinação ρ, mostrado na Figura 5-36, pode-se perceber que existe uma pequena diferença entre as cargas obtidas para mesmos ângulos relativos.

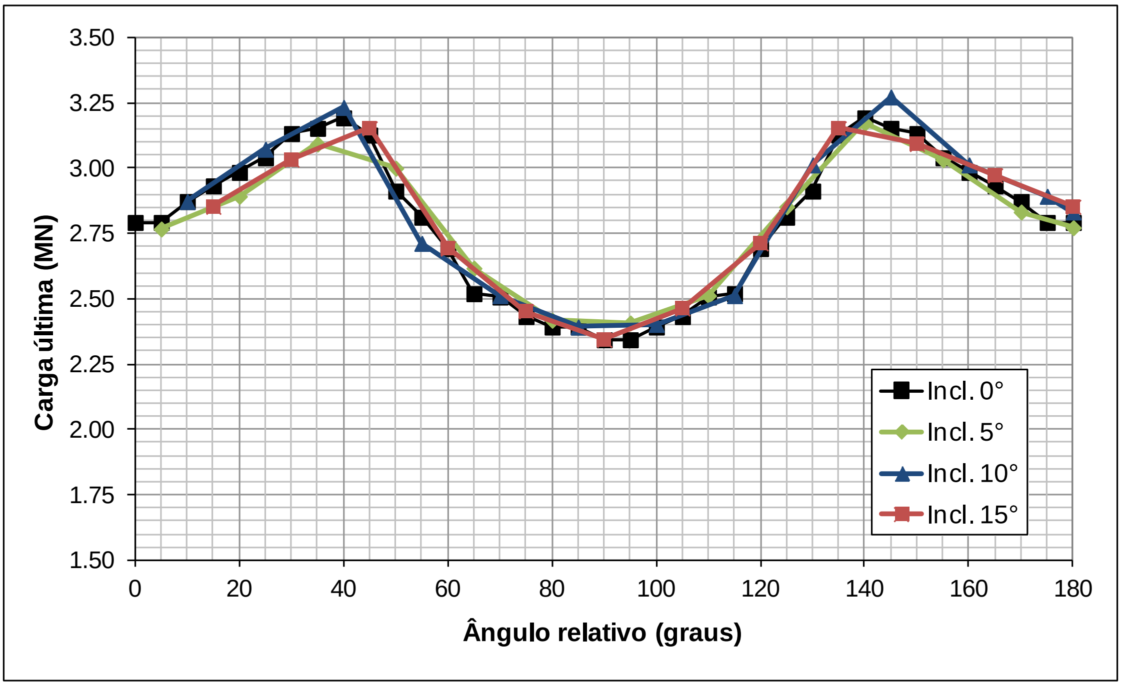


Figura 5-36 – Variação da carga última pela inclinação da carga aplicada (ρ)

Percebe-se que existe uma diferença entre a carga calculada com o modelo representativo da estaca vertical pelas cargas calculadas com a estaca inclinada. Esta diferença surge principalmente nas inclinações de carga menores do que 40 graus. Estas diferenças percentuais são apresentadas nas Tabelas 5-6 a 5-8, onde os valores negativos indicam que a carga com o modelo de estaca inclinada é menor que o modelo com estaca na vertical

Tabela 5-6 – Diferenças percentuais (Estaca inclinada em 5°)

Ângulo (°)	Carga (kN)	Dif (%)
5	2768	-0.90
20	2893	-3.07
35	3093	-1.90
50	3000	3.00
65	2618	3.87
80	2418	1.09
95	2408	2.73
110	2513	0.21
125	2853	1.42
140	3173	-0.63
155	3033	-0.25
170	2833	-1.39
180	2773	-0.72

Tabela 5-7 - Diferenças percentuais (Estaca inclinada em 10°)

Ângulo (°)	Carga (kN)	Dif (%)
10	2873	0.00
25	3073	1.07
40	3233	1.25
55	2713	-3.56
70	2513	0.21
85	2393	0.00
100	2403	0.42
115	2513	-0.30
130	3013	3.43
145	3273	3.81
160	3013	0.96
175	2893	3.58
180	2833	1.43

Tabela 5-8 - Diferenças percentuais (Estaca inclinada em 15°)

Ângulo (°)	Carga (kN)	Dif (%)
15	2853	-2.73
30	3033	-3.19
45	3153	0.82
60	2693	0.00
75	2453	0.82
90	2344	0.00
105	2464	1.27
120	2713	0.74
135	3153	0.82
150	3093	-1.28
165	2973	1.36
180	2853	2.15

Observa-se que, de uma forma geral, os valores tendem a pequenas diferenças. Vale lembrar que a carga última obtida aqui é igual a última carga de convergência da análise, o que representaria o ponto onde os deslocamentos teriam um grande aumento para um incremento de carga. Ou seja, seria uma assíntota da curva carga *vs*. deslocamento. Assim, esta hipótese de obtenção da carga última pode não ser representativa da realidade, pois está diretamente ligada à capacidade do modelo e o software utilizado em convergir num próximo incremento de carga. Isto explicaria assim as pequenas diferenças, principalmente nas cargas com menores ângulos de inclinação e com ruptura por grande mobilização de solo, já que estes tendem a não apresentar curvas de carga vs. deslocamento com comportamento assintótico.

A análise de resultados deste exemplo também permite concluir que existe uma tendência geral de compatibilidade ao se substituir o modelo com a estaca inclinada pelo modelo com a estaca na vertical. Uma forma visual de verificar isso é através de um mapa onde é realizada uma comparação entre duas configurações e cada ângulo de inclinação através da diferença máxima das duas curvas de carga vs. deslocamento. Isto significa que, quanto menor for o erro da linha i,j da tabela apresentada a seguir, maior é a correlação entre as duas curvas. Visualmente, significa que células com cores próximas de verde apresentam um resultado mais próximo, ao contrário das células com cor vermelha.

Nestas figuras, observa-se que para ângulos de inclinação de carga menores, ou seja, abaixo de 40 graus, existe uma maior dispersão na proximidade dos valores. Isto pode significar que a modelagem com a estaca vertical pode não representar uma resposta satisfatória e que seria necessária a modelagem da estaca com sua inclinação real nestes casos.

	β	Estaca vertical																			ρ
	↓	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	↓
Estaca inclinada a 5 graus	0°	0.069	0.073	0.084	0.103	0.129	0.167	0.216	0.280	0.358	0.458	0.591	0.750	0.952	1.244	1.537	1.966	2.438	2.846	3.152	5°
	15°	0.047	0.039	0.025	0.043	0.067	0.103	0.150	0.211	0.285	0.381	0.507	0.658	0.850	1.126	1.404	1.810	2.258	2.645	2.934	20°
	30°	0.152	0.148	0.138	0.122	0.090	0.059	0.024	0.070	0.135	0.219	0.331	0.464	0.633	0.877	1.122	1.481	1.876	2.218	2.473	35°
	45°	0.315	0.312	0.304	0.291	0.264	0.238	0.213	0.171	0.118	0.046	0.077	0.185	0.322	0.519	0.718	1.008	1.328	1.604	1.811	50°
	60°	0.505	0.503	0.497	0.487	0.468	0.450	0.431	0.400	0.363	0.311	0.254	0.177	0.080	0.096	0.238	0.448	0.678	0.877	1.027	65°
	75°	0.674	0.673	0.669	0.663	0.653	0.641	0.625	0.606	0.582	0.551	0.514	0.465	0.403	0.323	0.223	0.099	0.072	0.201	0.295	80°
	90°	0.711	0.709	0.706	0.700	0.692	0.681	0.668	0.651	0.630	0.602	0.568	0.525	0.471	0.400	0.311	0.202	0.078	0.047	0.111	95° / 85°
	105°	0.572	0.570	0.565	0.557	0.540	0.524	0.507	0.480	0.447	0.404	0.355	0.289	0.206	0.099	0.054	0.229	0.424	0.595	0.720	110° / 70°
	120°	0.385	0.382	0.375	0.363	0.337	0.314	0.290	0.249	0.203	0.141	0.068	0.056	0.178	0.354	0.531	0.790	1.074	1.321	1.505	125° / 55°
	135°	0.207	0.203	0.194	0.179	0.152	0.122	0.093	0.043	0.054	0.130	0.233	0.356	0.513	0.739	0.966	1.298	1.664	1.980	2.217	140° / 40°
	150°	0.090	0.083	0.071	0.050	0.021	0.056	0.102	0.156	0.227	0.317	0.437	0.581	0.764	1.028	1.292	1.680	2.106	2.475	2.752	155° / 15°
	165°	0.042	0.046	0.055	0.076	0.103	0.141	0.194	0.251	0.329	0.427	0.554	0.710	0.908	1.192	1.483	1.897	2.358	2.756	3.055	170° / 10°
	175°	0.057	0.061	0.071	0.092	0.119	0.158	0.212	0.271	0.350	0.449	0.577	0.738	0.939	1.224	1.522	1.940	2.407	2.812	3.115	180° / 0°

Figura 5-37 – Mapa de diferença nas curvas para a estaca inclinada a 5°

	β	Estaca vertical																			ρ
	↓	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	↓
Estaca inclinada a 10 graus	0°	0.562	0.614	0.543	0.551	0.620	0.725	0.765	1.014	1.132	1.407	4.823	6.894	14.339	15.054	50.753	8.087	10.130	18.482	10.039	10°
	15°	0.458	0.507	0.440	0.448	0.512	0.610	0.647	0.880	0.990	1.246	4.434	6.367	13.315	13.982	47.297	7.480	9.386	17.182	9.302	25°
	30°	0.293	0.298	0.312	0.335	0.366	0.411	0.471	0.616	0.711	0.931	3.671	5.333	11.305	11.879	40.517	6.290	7.928	14.629	7.856	40°
	45°	0.482	0.488	0.503	0.530	0.570	0.622	0.688	0.777	0.886	1.026	1.197	1.413	1.689	9.011	2.494	4.667	5.940	4.287	5.884	55°
	60°	0.567	0.565	0.560	0.552	0.535	0.519	0.501	0.474	0.441	0.398	0.348	0.395	0.555	5.641	1.022	2.759	3.604	2.048	3.567	70°
	75°	0.706	0.704	0.701	0.695	0.687	0.675	0.661	0.645	0.623	0.594	0.561	0.516	0.460	2.149	0.297	0.782	1.183	0.693	1.165	85°
	90°	0.704	0.703	0.700	0.695	0.688	0.677	0.664	0.646	0.624	0.596	0.562	0.519	0.463	0.394	0.304	0.195	0.071	0.109	0.168	100° / 80°
	105°	0.686	0.685	0.681	0.676	0.667	0.656	0.642	0.624	0.600	0.571	0.535	0.489	0.430	0.354	0.260	0.274	0.458	0.614	0.675	115° / 65°
	120°	0.545	0.543	0.538	0.530	0.518	0.502	0.481	0.454	0.420	0.378	0.375	0.327	0.278	0.343	0.537	0.758	0.998	1.218	1.302	130° / 50°
	135°	0.381	0.386	0.367	0.355	0.342	0.328	0.295	0.280	0.235	0.194	0.265	0.324	0.777	0.860	4.997	1.173	1.478	1.730	1.827	145° / 35°
	150°	0.307	0.311	0.298	0.285	0.269	0.246	0.213	0.193	0.179	0.268	0.372	0.673	2.251	2.402	9.968	1.462	1.789	3.129	2.189	160° / 20°
	165°	0.274	0.280	0.255	0.238	0.227	0.212	0.172	0.175	0.242	0.341	0.453	0.966	2.821	2.999	11.892	1.601	1.933	3.853	2.369	175° / 5°
	170°	0.275	0.279	0.265	0.252	0.235	0.210	0.175	0.180	0.249	0.347	0.460	0.968	2.825	3.003	11.904	1.611	1.944	3.858	2.385	180° / 0°

Figura 5-38 – Mapa de diferença nas curvas para a estaca inclinada a 10°

	β	Estaca vertical																			ρ
	↓	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	↓
Estaca inclinada a 5 graus	0°	0.268	0.292	0.285	0.307	0.337	0.392	0.441	0.576	0.671	0.838	1.712	2.155	2.937	3.402	4.672	21.561	30.246	6.130	8.837	15°
	15°	0.194	0.199	0.211	0.233	0.262	0.304	0.360	0.434	0.520	0.672	1.468	1.871	2.582	3.006	4.161	19.528	27.430	5.488	7.950	30°
	30°	0.263	0.260	0.250	0.235	0.210	0.183	0.156	0.207	0.279	0.407	1.077	1.416	2.015	2.371	3.344	16.276	22.927	4.460	6.533	45°
	45°	0.446	0.444	0.438	0.427	0.403	0.383	0.363	0.366	0.450	0.558	0.689	0.856	1.287	1.557	2.295	12.105	17.150	3.142	4.714	60°
	60°	0.623	0.621	0.617	0.610	0.596	0.582	0.567	0.544	0.514	0.476	0.432	0.376	0.443	0.613	1.078	7.266	10.449	1.841	2.604	75°
	75°	9.254	9.291	9.400	9.586	9.858	10.218	10.679	11.289	12.049	13.018	14.196	15.699	17.606	0.421	23.151	27.021	31.462	35.505	0.787	90°
	90°	0.670	0.669	0.665	0.659	0.650	0.639	0.624	0.604	0.580	0.549	0.511	0.463	0.404	0.325	0.210	0.092	0.254	0.266	0.321	105° / 75°
	105°	0.565	0.563	0.559	0.551	0.539	0.524	0.505	0.479	0.446	0.405	0.360	0.302	0.233	0.130	0.271	0.466	0.727	0.867	0.950	120° / 60°
	120°	0.401	0.399	0.393	0.382	0.366	0.346	0.318	0.282	0.238	0.183	0.113	0.175	0.306	0.481	0.854	6.375	9.214	1.483	2.216	135° / 45°
	135°	0.288	0.285	0.277	0.265	0.247	0.222	0.189	0.147	0.099	0.183	0.282	0.424	0.777	0.987	1.561	9.184	13.105	2.219	3.441	150° / 30°
	150°	0.199	0.203	0.183	0.166	0.151	0.130	0.092	0.149	0.218	0.312	0.446	0.683	1.099	1.348	2.025	11.031	15.662	2.802	4.246	165° / 15°
	165°	0.178	0.182	0.161	0.143	0.128	0.107	0.133	0.190	0.261	0.358	0.514	0.761	1.198	1.457	2.166	11.593	16.440	2.980	4.491	180° / 0°

Figura 5-39 - Mapa de diferença nas curvas para a estaca inclinada a 15°

Por fim, pode-se concluir que como as diferenças obtidas entre as capacidades de carga com a estaca vertical e a estaca inclinada são pequenas, não chegando a 4%, e que não existe grande perda na modelagem deste tipo de problema com a consideração da estaca vertical. Isto porque, como visto, a modelagem das duas formas levam às mesmas conclusões com relação ao comportamento da interação solo-estaca na ruptura geotécnica, ou seja, continuam existindo duas formas distintas de ruptura: uma comandada pela plastificação do solo ao redor da estaca e outra comandada pelo atrito solo-estaca.

Capítulo 6 – Interpolação polinomial da capacidade de carga

O processo de análise geotécnica de uma estaca torpedo consiste numa série de análises com diferentes inclinações de cargas sendo aplicadas no topo da estaca para que seja determinada uma curva de capacidade de carga como as apresentadas no item 5.1.2 para os diversos casos do estudo paramétrico.

Muitas das vezes esta série de análises serve apenas como pré-dimensionamento de uma âncora a ser instalada. Logo, empregar um número grande de análises demanda um tempo grande a ser ocupado no cronograma de um projeto de estacas torpedo. Desta forma, torna-se imprescindível a elaboração de uma ferramenta que auxilie o projetista a reduzir este tempo de análise para uma determinada configuração de estaca torpedo.

A partir dos resultados do estudo paramétrico apresentado no Capítulo 5, pode-se observar que as curvas de capacidade de carga apresentam um padrão que pode ser ajustado através de um polinômio interpolador. Assim, não seria necessária a análise de diversos casos para obter a resposta de uma estaca torpedo em solo coesivo.

Apara a obtenção de um resultado analítico através da interpolação das capacidades de carga, foram elaboradas duas abordagens distintas: uma com um polinômio de uma variável e outra com duas variáveis que serão descritas mais adiante. A seguir, neste capítulo, serão apresentadas as formulações para o ajuste polinomial utilizando o método dos mínimos quadrados considerando uma e duas variáveis. Em seguida apresenta-se a metodologia para obtenção dos polinômios interpoladores nas duas abordagens considerando os resultados do estudo paramétrico. Por fim, as metodologias serão aplicadas em alguns casos de análise.

6.1 Método dos mínimos quadrados

O ajuste dos dados obtidos nas análises paramétricas utiliza o processo dos mínimos quadrados para a determinação de um polinômio interpolador que melhor se adapta ao conjunto de pontos dados. A seguir serão apresentadas as formulações para um polinômio com uma variável e outro com duas variáveis.

6.1.1 Polinômio com uma variável

O Método dos Mínimos Quadrados (Press, 1987) define o erro quadrático como:

$$EQM = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - F(x_i) \right]^2 \tag{6.1}$$

sendo, y_i e x_i o i-ésimo par de pontos a ser interpolado;

n o número de pontos;

$F_i(x)$ é a função interpoladora, aqui será utilizado um polinômio de grau m-1:

$$F_i(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \ldots + a_m x^{m-1} \tag{6.2}$$

Escrevendo de outra forma, tem-se:

$$F_i(x) = \sum_{k=1}^{m} a_k G_k(x) \tag{6.3}$$

onde, G_k(x) são funções qualquer, sendo que no caso do polinômio aqui descrito, fica:

$$G_k(x) = x^{k-1} \tag{6.4}$$

Assim, o menor valor de D será obtido quando é minimizado em relação às constantes a_k. Minimizando os valores das constantes, tem-se:

$$\frac{\partial D}{\partial a_k} = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - F_i(x_i) \right] \left[\frac{\partial F_i(x_i)}{\partial a_k} \right] = 0 \text{, para } k = 1,..,m \tag{6.5}$$

logo,

$$\sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \sum_{j=1}^{m} a_j G_j(x_i) \right] \cdot G_k(x_i) = 0 \text{, para } k = 1,..,m \tag{6.6}$$

Por manipulação algébrica, pode escrever a equação acima como:

$$\sum_{j=1}^{m} \left\{ a_j \sum_{i=1}^{n} \left[G_j(x_i) \cdot G_k(x_i) \right] \right\} = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i G_k(x_i) \right] \text{, para } k = 1,..,m \tag{6.7}$$

ou, matricialmente:

$$\sum_{j=1}^{m} \delta_{k,j} a_j = C_k \tag{6.8}$$

onde:

$$\delta_{k,j} = \sum_{i=1}^{n} G_j(x_i) \cdot G_k(x_i) \tag{6.9}$$

$$C_k = \sum_{i=1}^{n} y_i G_k(x_i) \tag{6.10}$$

Desta forma, escreve-se:

$$\begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} & \delta_{1,3} & \cdots & \delta_{1,m} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} & \delta_{2,3} & \cdots & \delta_{2,m} \\ \delta_{3,1} & \delta_{3,2} & \delta_{3,3} & \cdots & \delta_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m,1} & \delta_{m,2} & \delta_{m,3} & \cdots & \delta_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \tag{6.11}$$

Para a solução do sistema de equações 6.11 foi elaborado um programa em FORTRAN utilizando os dados do conjunto de análises a ser avaliado.

6.1.2 Polinômio com duas variáveis

Primeiramente, define-se o polinômio com duas variáveis:

$$F(x) = \sum_{k=1}^{m} a_k G_k(x_1, x_2) \tag{6.12}$$

onde, para cada coeficiente a_k, tem-se uma função $G_k(x_1,x_2)$ associada, sendo:

$G_k(x_1, x_2) = x_1^{\,q} \cdot x_2^{\,r}$, com q e r variando entre 0 e p. Sendo p definido como o grau de cada variável.

Esta definição vem da multiplicação de dois polinômios da seguinte forma

$$M(x_1, x_2) = \left(a_1 + a_2 x_1 + a_3 x_1^{\,2} + \ldots + a_{p+1} x_1^{\,p}\right) \cdot \left(b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_2^{\,2} + \ldots + b_{p+1} x_2^{\,p}\right) \tag{6.13}$$

onde, multiplicando os termos, obtém-se um número de coeficientes m igual a:

$$m = (p+1)^v$$

com *v* igual ao número de variáveis do problema.

O desenvolvimento do sistema de equações é análogo ao realizado para o caso de uma variável, resultando, para um caso geral de um número *v* de variáveis:

$$\delta_{k,j} = \sum_{i=1}^{n} G_j(X_i^1, \ldots, X_i^v) \cdot G_k(X_i^1, \ldots, X_i^v) \tag{6.14}$$

$$C_k = \sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot G_k(X_i^1, \ldots, X_i^v) \tag{6.15}$$

6.2 Ajuste dos coeficientes dos polinômios

Nesta tese, foi utilizado como base de dados o conjunto de análises da estaca torpedo com 4 aletas e com carregamento no plano 1 (ver Figura 5-1a) cravada nos solos A, B, C, D, E e F (referenciados por Modelo 1 A a F). Além destes casos do estudo paramétrico, foram utilizados os resultados do exemplo apresentado no item 5.3, sendo que apenas os resultados considerando a estaca perfeitamente na vertical foi englobado (referenciado por Modelo 2). Somando os 48 casos do estudo paramétrico com os 7 casos do exemplo de aplicação da estaca inclinada, ficam disponíveis 55 pares de pontos x_i, y_i para o ajuste do polinômio.

A idéia é utilizar apenas dados de entrada do modelo e do solo, para, a partir dos coeficientes já calculados obter a curva de capacidade de carga para todos os ângulos de inclinação. Assim, os conjuntos de pontos utilizados na determinação dos coeficientes serão compostos do ângulo de inclinação e da capacidade de carga normalizada pelo termo:

$$H(\omega) = \left(C_0 \cdot \cos(\omega)^2 + C_{90} \cdot \mathrm{sen}(\omega)^2\right) \tag{6.16}$$

onde, ω é o respectivo ângulo de inclinação da carga;

C_0 é a capacidade de carga da estaca para o ângulo de 0º, obtida por uma outra interpolação polinomial ou através de uma análise com MEF;

C_{90} é a capacidade de carga da estaca para o ângulo de 90º, obtida através de interpolação polinomial ou através de análise.

Para o polinômio que determina a capacidade de carga vertical, utiliza-se o fator F_{90}, calculado por:

$$F_{90} = \int_0^L C_V(z) \cdot \alpha(z) \cdot S_u(z) dz \tag{6.17}$$

onde, $C_v(z)$ é o perímetro da seção da estaca a uma profundidade z de seu topo (linha em contato com o solo) e L_e é o comprimento da estaca. Vale lembrar que o F_{90} é a resistência de atrito solo-estaca vertical. Como existe alguma diferença entre a resistência de topo determinada numa análise via MEF e a obtida através da formulação analítica, como visto no item 5.2, optou-se por não incluir a resistência de topo através do fator N_c e sim diretamente através de um polinômio interpolado.

Logo, o polinômio que determina a capacidade de carga vertical (em kN) é:

$$C_{90}(F_{90}) = -1.22845 \cdot 10^{-8} \cdot F_{90}{}^{3} + 2.52884 \cdot 10^{-4} \cdot F_{90}{}^{2} - 1.49609 \cdot 10^{-1} F_{90} + 1686.9 + P_e$$

sendo P_e, o peso total da estaca

Da mesma forma, define-se um fator de entrada para o polinômio de carga horizontal:

$$F_0 = \int_0^L C_L(z) \cdot S_u(z) dz \tag{6.18}$$

onde, $C_L(z)$ (em metros) é o diâmetro equivalente a uma profundidade z do topo. O diâmetro equivalente é a soma do diâmetro do tubo mais duas vezes o comprimento de cada aleta, se houver. F_0 tem unidade de força.

Logo, o polinômio que determina a capacidade de carga horizontal (em kN) é:

$$C_0(F_0) = -1.66569 \cdot 10^{-8} \cdot F_{90}{}^{3} - 7.47902 \cdot 10^{-5} \cdot F_{90}{}^{2} + 5.30002 F_{90} + 139.393$$

Assim, o polinômio interpolador a função de capacidade de carga, escolhida para ser um polinômio do 6º grau, é dada por:

$$C(\omega) = H(\omega) \cdot \left(a_1 + a_2\omega + a_3\omega^2 + a_4\omega^3 + a_5\omega^4 + a_6\omega^5 + a_7\omega^6\right) \tag{6.19}$$

Foi desenvolvido um programa em Fortran com o intuito de determinar os coeficientes da equação (6.19), assim como os coeficientes dos polinômios para a carga horizontal e vertical. Como dito anteriormente, todos os pares ângulo *vs*. carga obtidos nas análises com as diversas inclinações de carga e resistências não drenadas do solo. Assim, foram obtidos os coeficientes da Tabela 6-1.

Tabela 6-1 – Resumo dos coeficientes do polinômios obtidos

Coeficientes	Coeficientes obtidos
a_1	1.00E+00
a_2	-3.06E-01
a_3	3.34E+00
a_4	-6.59E+00
a_5	4.73E+00
a_6	-1.15E+00
a_7	1.00E+00

Quando é verificada a diferença do polinômio gerado com os resultados obtidos nas análises anteriores ocorrem algumas diferenças, com é visto na Tabela 6-2.

Tabela 6-2 – Diferenças (%) entre o calculado com o polinômio e a análise

Caso	Inclinação de maior dif. (graus)	Diferença máxima (%)
Mod1. - A	60	7.30
Mod1. - B	45	6.05
Mod1. - C	30	2.73
Mod1. - D	45	6.96
Mod1. - E	45	12.60
Mod1. - F	45	10.07
Mod2	45	6.49

De uma maneira geral, alguns resultados apresentaram uma diferença maior do que 10% sendo, no máximo, igual a 12.6%. A seguir, são mostrados os gráficos que confrontam os resultados obtidos pelo estudo paramétrico com as curvas determinadas pelo polinômio com coeficiente médio.

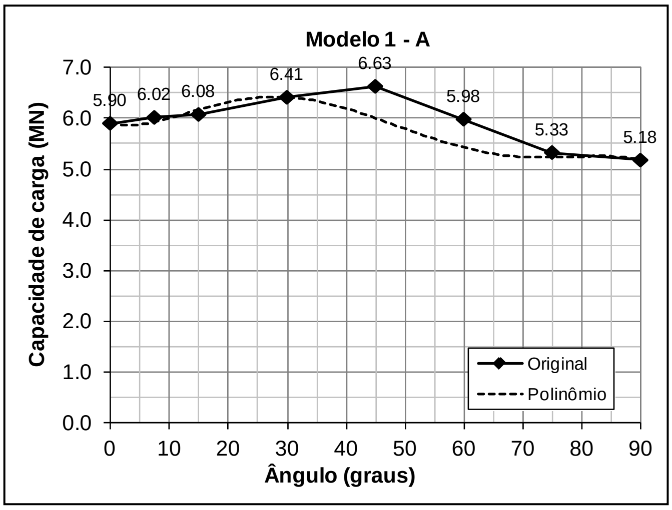


Figura 6-1 – Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 A (1 var)

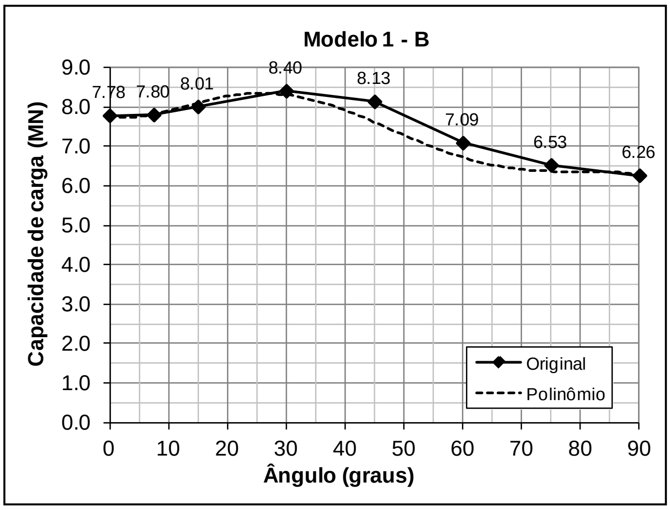


Figura 6-2– Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 B (1 var)

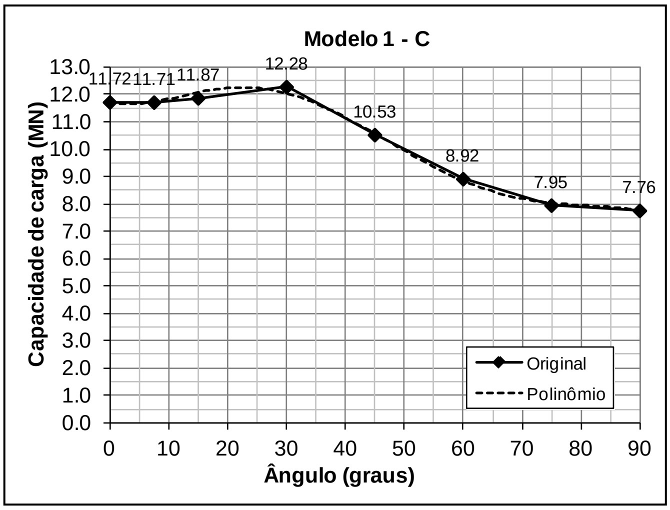


Figura 6-3 – Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 C (1 var)

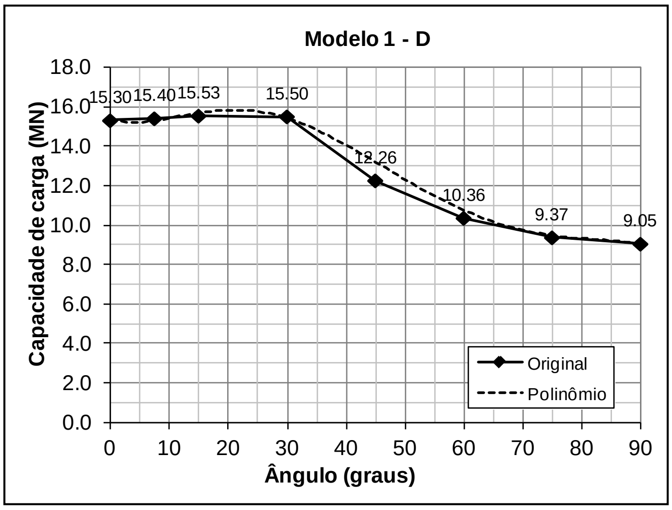


Figura 6-4 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 D (1 var)

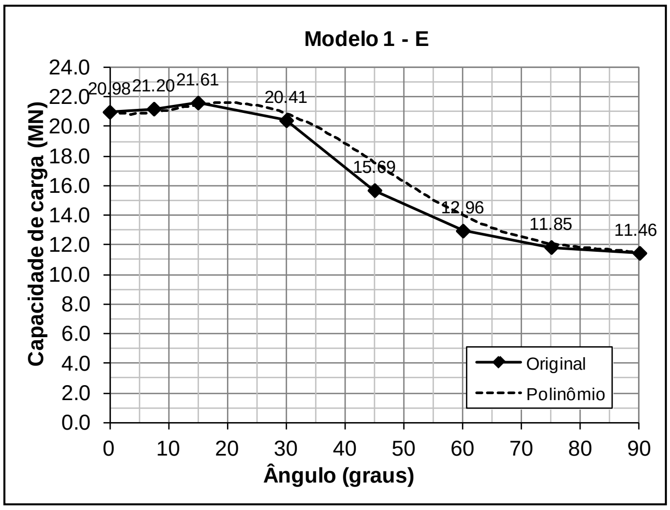


Figura 6-5 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 E (1 var)

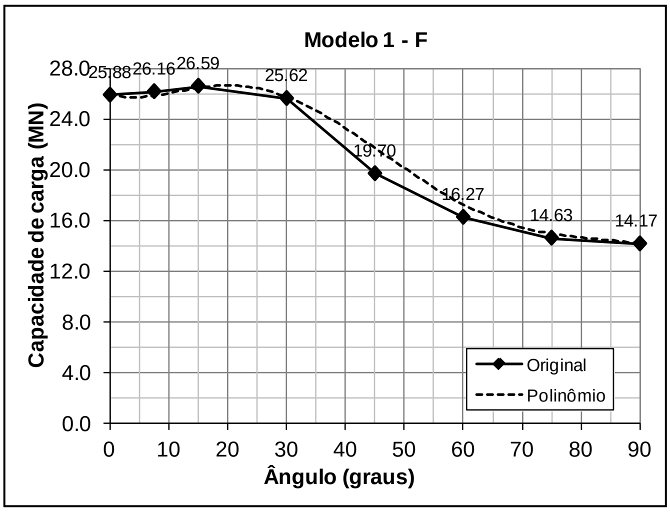


Figura 6-6 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 F (1 var)

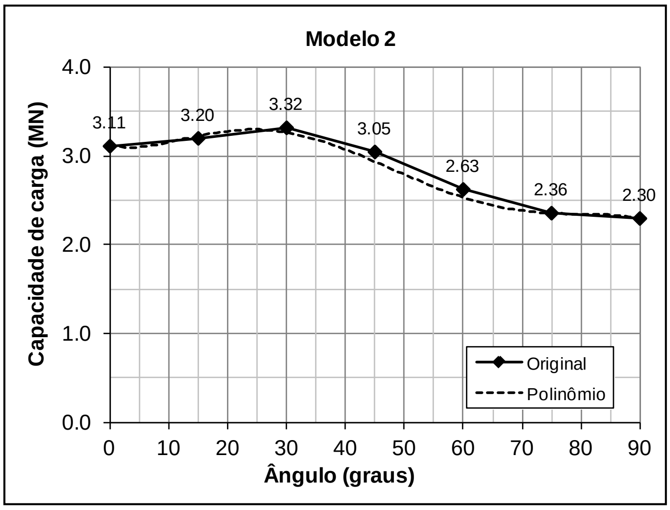


Figura 6-7 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 2 (1 var)

Nota-se que as maiores diferenças ocorrem para os solos A e F, apesar das curvas obtidas com os polinômios seguirem a mesma tendência do resultado original. Assim, como esta metodologia proposta não conseguiu, através dos parâmetros dados, captar, de forma eficiente, o comportamento global de ruptura da estaca. Isto é observado pela diferença de comportamento das curvas obtidas pelo polinômio e as cargas originais, tanto para o solo A, quanto o F.

Tendo em vista esta dificuldade, é proposta a utilização de um polinômio com duas variáveis do 5º grau, ou seja, sendo o valor de p igual a cinco na equação 6.13, resultando num total de 36 coeficientes a serem determinados. Uma das variáreis é o ângulo de inclinação α e outra a razão entre a carga horizontal e vertical (C_0/C_{90}). Esta razão será chamada de R_c. O polinômio resultante, com os coeficientes e os graus das variáveis é mostrado na Tabela 6-3.

Tabela 6-3 – Coeficientes e grau do polinômio

Índice	Coeficiente	grau	
		α	R_c
1	-6.60329E+01	0	0
2	2.16867E+02	0	1
3	-2.78108E+02	0	2
4	1.76650E+02	0	3
5	-5.55498E+01	0	4
6	6.91477E+00	0	5
7	1.10098E+03	1	0
8	-3.63993E+03	1	1
9	4.79051E+03	1	2
10	-3.13915E+03	1	3
11	1.02422E+03	1	4
12	-1.33087E+02	1	5
13	-1.20035E+03	2	0
14	3.15003E+03	2	1
15	-3.08903E+03	2	2
16	1.35777E+03	2	3
17	-2.34313E+02	2	4
18	4.41487E+00	2	5
19	1.15281E+03	3	0
20	-1.95332E+03	3	1
21	1.51382E+02	3	2
22	1.44889E+03	3	3
23	-9.65679E+02	3	4
24	1.87963E+02	3	5
25	-1.22241E+03	4	0
26	2.61881E+03	4	1
27	-1.58119E+03	4	2
28	-1.71238E+02	4	3
29	4.45179E+02	4	4
30	-1.07764E+02	4	5
31	4.47291E+02	5	0
32	-1.11518E+03	5	1
33	9.88020E+02	5	2
34	-3.34104E+02	5	3
35	6.99045E+00	5	4
36	1.22858E+01	5	5

As maiores diferenças entre os pontos determinados no estudo paramétrico e os calculados através do polinômio encontram-se na Tabela 6-4. E os gráficos com as curvas de cargas vs ângulo de aplicação encontram-se nas Figuras 6-8 a 6-14.

Tabela 6-4 – Diferenças entre a carga obtida pelo polinômio e a carga original

Solo	Inclinação de maior dif. (graus)	Diferença máxima (%)
A	45	1.46
B	0	3.47
C	15	1.40
D	45	2.67
E	45	2.27
F	45	2.16

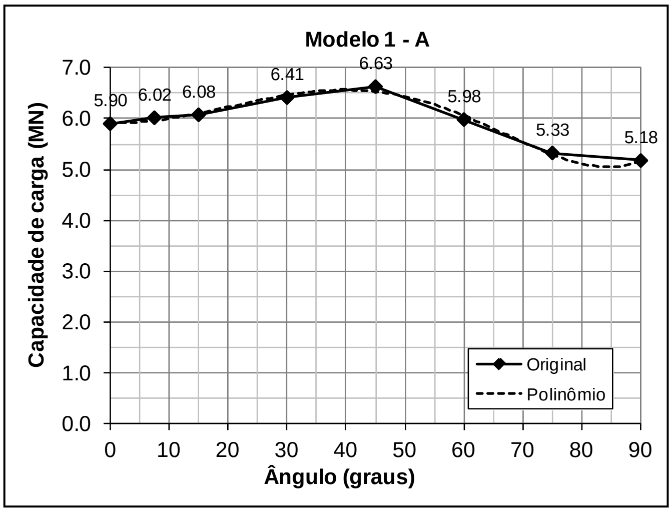


Figura 6-8 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 - A (2 var.)

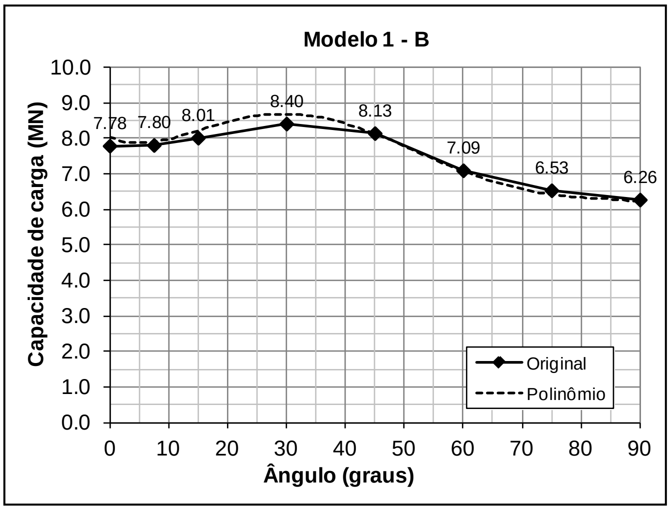


Figura 6-9 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 - B (2 var.)

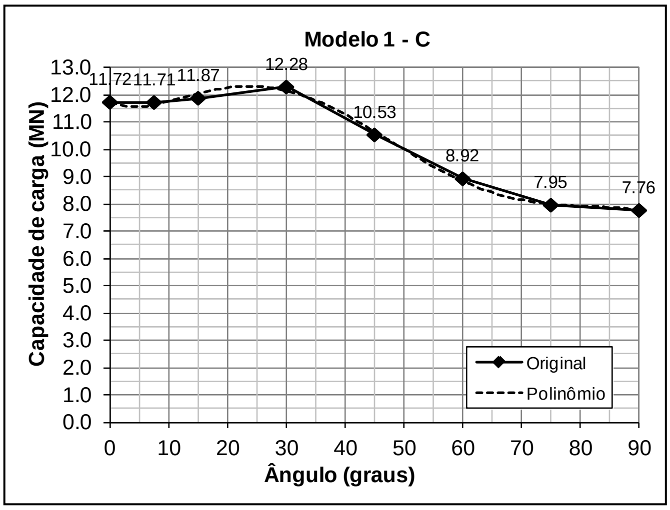


Figura 6-10 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 - C (2 var)

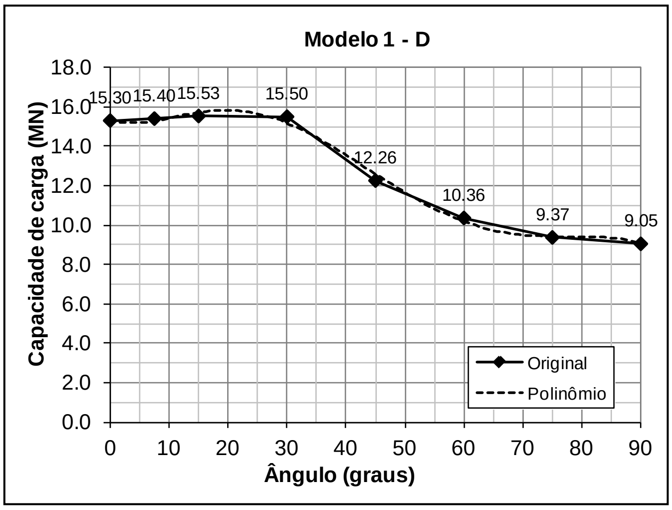


Figura 6-11 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 - D (2 var)

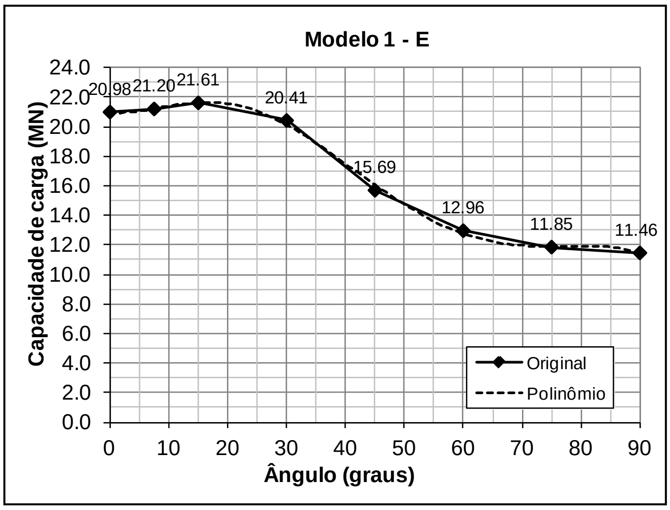


Figura 6-12 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 - E (2 var)

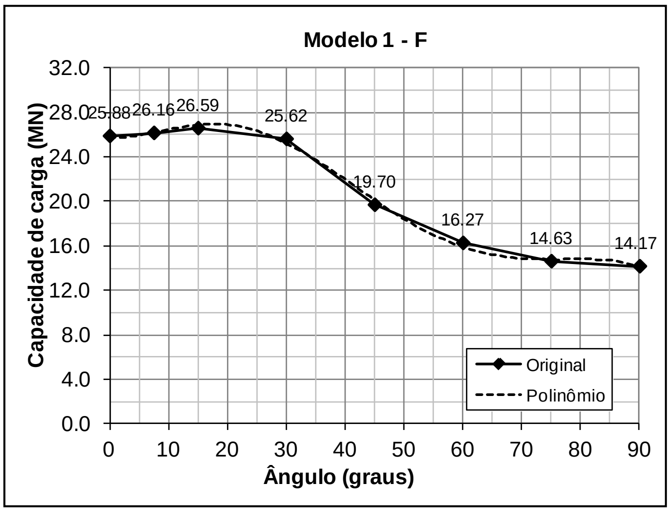


Figura 6-13 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 1 - F (2 var)

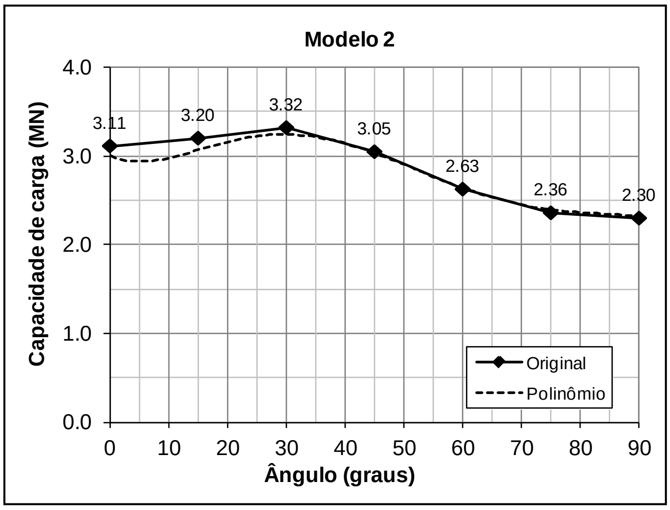


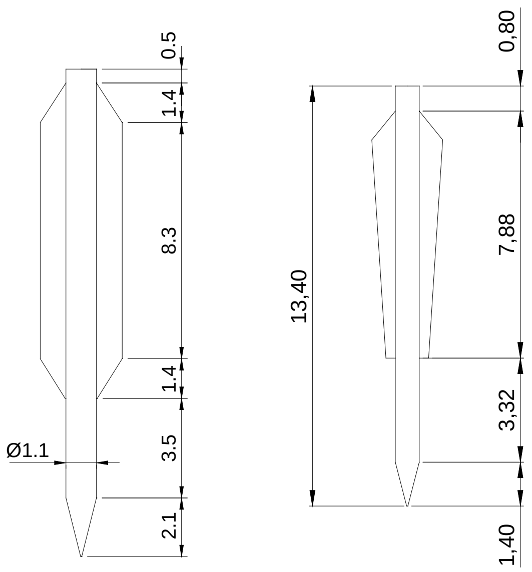
Figura 6-14 - Carga original *vs* Polinômio – Modelo 2 (2 var)

Os resultados com este polinômio apresentaram um resultado muito bom, tanto quando é comparado com os pontos calculado, quanto no comportamento geral da curva. De uma forma geral, o polinômio apresentou maiores diferenças no Modelo 1 – B e no Modelo 2. Em todos os outros, a aplicação de um polinômio com duas variáveis se mostrou muito mais vantajosa, isto por que, a introdução da variável que é a razão entre a carga horizontal e vertical permitiu introduzir no modelo o diferencial da curva nos dois extremos. Assim, no próximo item, o polinômio aqui determinado será utilizado em alguns outros casos de análise.

6.3 Aplicação da interpolação em casos gerais

No item anterior, pode-se perceber que a aplicação do polinômio com duas variáveis permitiu a predição da capacidade de carga com maior precisão. Mas cabe ressaltar que o polinômio foi testado nos próprios casos que originaram a calibração. Neste item, o modelo matemático mostrado será confrontado com casos fora do conjunto de calibração.

Os casos estudados apresentam penetração e solo diferentes dos utilizados no item anterior. As duas estacas torpedo apresentadas nesta tese foram analisadas para diferentes tipos de solo. As dimensões destas estacas são apresentas novamente na Figura 6-15.



(a) Estaca A (b) Estaca B

Figura 6-15 – Estacas utilizadas na aplicação do polinômio

A estaca A foi analisada para duas situações diferentes, cada uma com um mesmo perfil de resistência não drenada diferenciando a penetração. O solo das análises da estaca A se encontra na Tabela 6-5. A estaca B foi analisada para o mesmo perfil de resistência não drenada ($S_u(z)$ = 1.825 z + 7.4 kPa), mas com duas penetrações diferentes: 10.8 m e 11.3 m. Os solos utilizados nas análises com a estaca A são:

Tabela 6-5 – Solo utilizados nas análises da estaca A

$S_u(z)$ = 2.3 z (1 m < z < 10 m) $S_u(z)$ = 5 + 2.3 z (10 m < z < 22 m) $S_u(z)$ = 2.3 z (22 m < z < 32 m) $S_u(z)$ = 6.6 z –121.5 (z > 32 m)
Penetrações: 12 m e 14 m

Desta forma, os resultados obtidos apresentaram uma diferença máxima de 10.4%, como visto na Tabela 6-6. Este resultado mostra que a maior dificuldade reside na predição da capacidade de carga para 0 e 90 graus. Quando estas duas cargas possuem uma boa previsão, o comportamento da curva é bastante próximo do resultado da análise em MEF, como pode ser visto pelas Figuras 6-16 a 6-19.

Tabela 6-6 – Resultados do polinômio com duas variáveis

Caso	Dif. Máx (%)	Ângulo
Estaca A - Pen. 12m	10.4	90
Estaca A - Pen. 14m	8.2	90
Estaca B - Pen. 11.3m	8.8	90
Estaca B - Pen. 10.8m	9.3	90

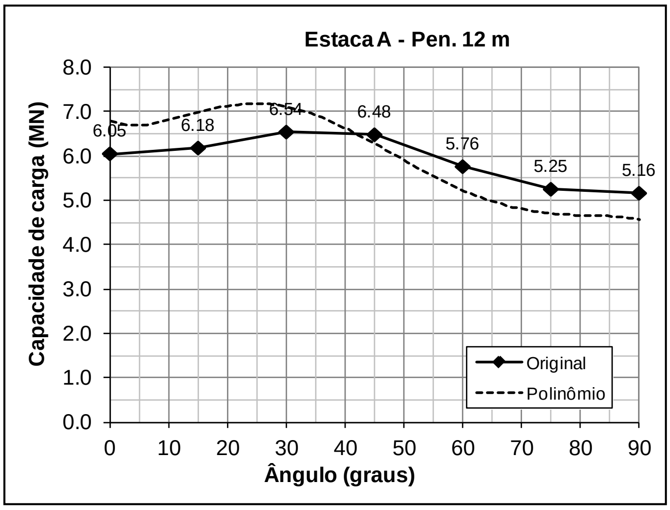


Figura 6-16 – Resultados para a Estaca A – Penetração 12 metros

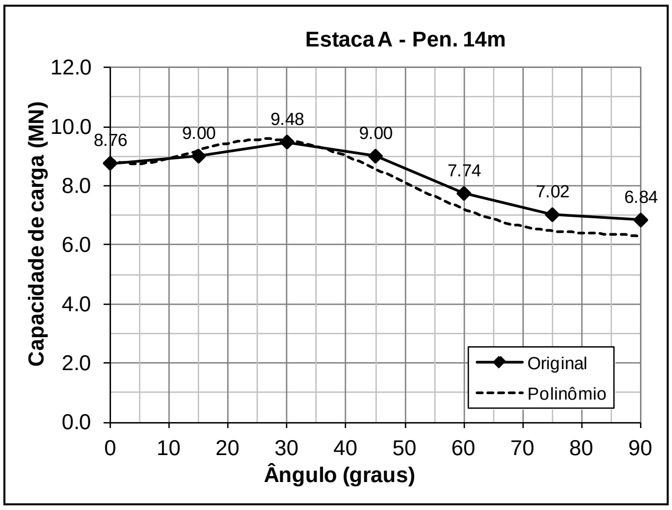


Figura 6-17 – Resultados para a Estaca A – Penetração 12 metros

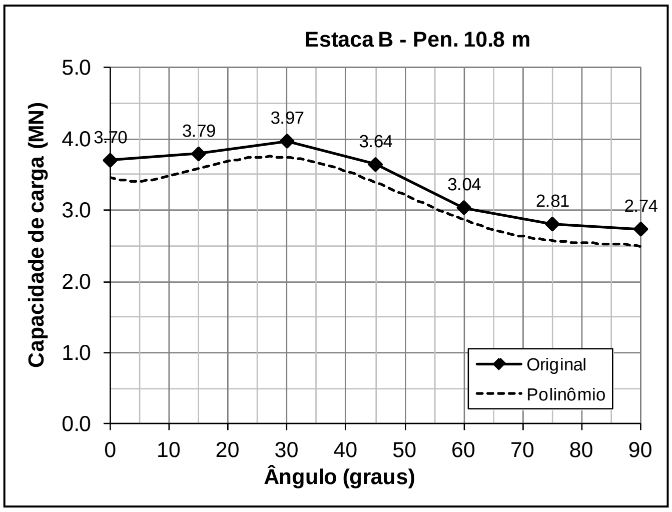


Figura 6-18 – Resultados para a Estaca A – Penetração 12 metros

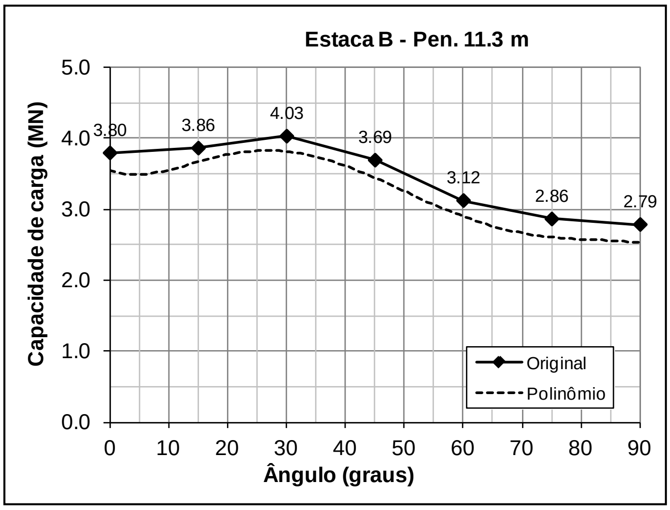


Figura 6-19 – Resultados para a Estaca A – Penetração 12 metros

Cabe ressaltar que a diferença entre os resultados interpolados e os obtidos por análise são pequenos se levarmos em conta o fato de que nenhuma análise foi realizada e todas as curvas de capacidade de carga foram obtidas apenas com os dados de entrada do modelo. Para uma análise preliminar de um projeto, isto diminui o esforço computacional a praticamente zero, já que o resultado calculado com um polinômio é instantâneo.

Ainda assim, na tentativa de obter melhores respostas economizando esforço computacional, foi realizada uma interpolação onde as capacidades de carga horizontal e vertical não foram interpoladas e sim obtidas através do modelo MEF. Como pode-se perceber pela Tabela 6-7, as respostas se tornam muito próximas, com erros menores do que 5%. Observa-se também que o comportamento das curvas de capacidade de carga estão muito próximo.

Tabela 6-7 - Resultados do polinômio com duas variáveis, sem interpolação das cargas vertical e horizontal

Caso	Dif. Máx (%)	Ângulo
Estaca A - Pen. 8m	2.7	60
Estaca A - Pen. 14m	1.7	60
Estaca B - Pen. 11.3m	1.9	60
Estaca B - Pen. 10.8m	1.3	45

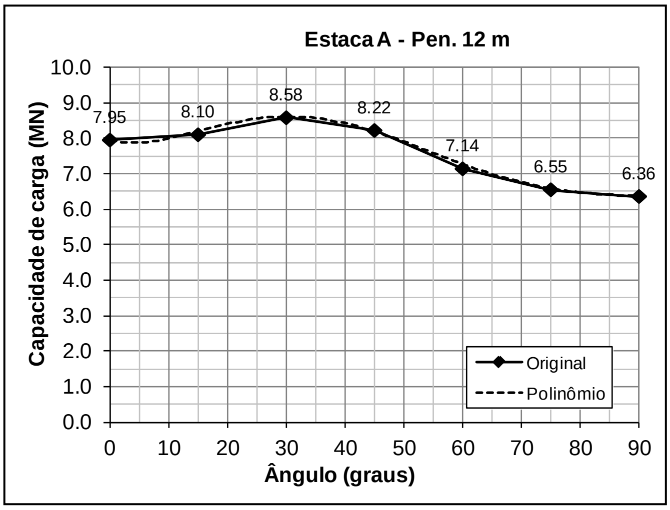


Figura 6-20 - Resultados para a Estaca A – Penetração 12 metros (2 análises)

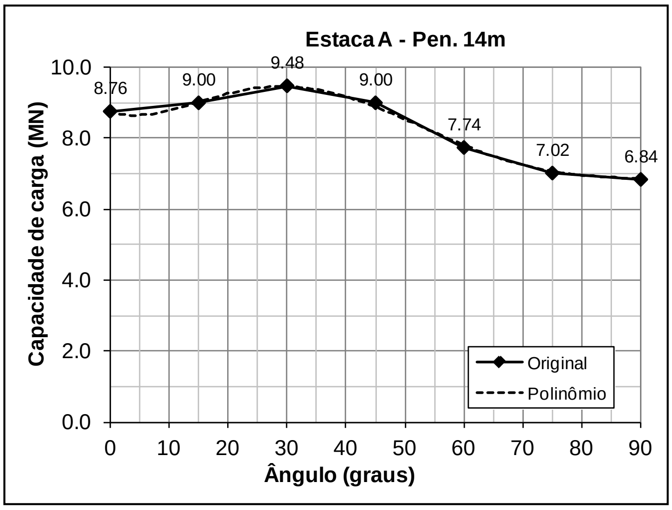


Figura 6-21 - Resultados para a Estaca A – Penetração 14 metros (2 análises)

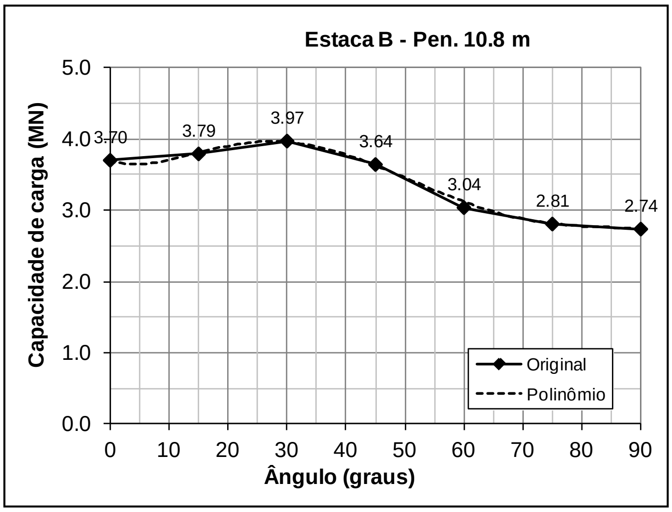


Figura 6-22 - Resultados para a Estaca B – Penetração 10.8 metros

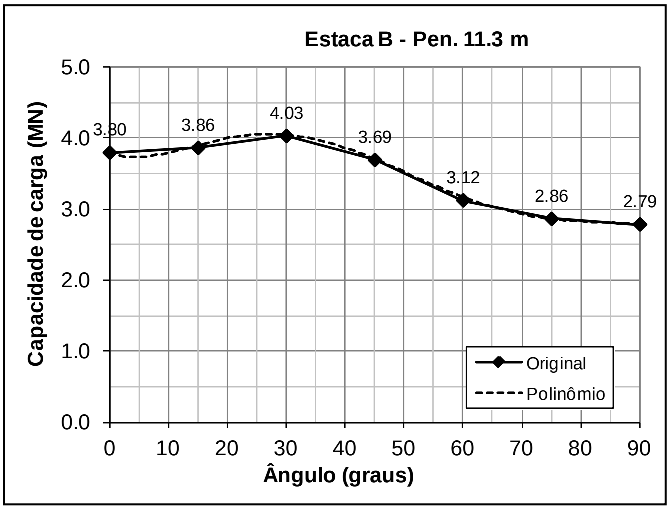


Figura 6-23 - Resultados para a Estaca B – Penetração 11.3 metros

Mesmo necessitando realizar apenas duas análises, os resultados se mostraram muito satisfatórios, com erros mínimos e comportamento muito próximo da análise real. Um procedimento deste tipo economiza mais de 70% do tempo de análise para uma análise geotécnica completa, já que apenas 2 análises de 7 necessárias serão realizadas. Tendo em vista o ganho computacional e de tempo, a interpolação polinomial apresentada é de extrema importância para reduzir o custo de um projeto, seja utilizando nenhuma análise ou apenas duas.

Capítulo 7 – Comparação com resultado experimental

Ao longo dos capítulos anteriores, foram apresentadas as teorias que compõem o desenvolvimento do modelo baseado no método dos elementos finitos para a solução do problema de interação solo-estrutura de ancoras do tipo torpedo. Neste capítulo, será apresentada uma comparação do modelo proposto com resultados obtidos experimentalmente pela PETROBRAS.

7.1 Modelo utilizado

O ensaio realizado consiste em avaliar a tração máxima obtida para o arrancamento da estaca através de uma célula de carga localizada na linha de ancoragem, na altura da superfície do solo. No ensaio realizado, também foi possível determinar a inclinação da estaca torpedo após a instalação. Através do valor da carga obtida no topo da linha de ancoragem e no topo da estaca foi possível determinar a inclinação da carga aplicada no topo. Esta determinação foi realizada pela PETROBRAS de acordo com o exposto no item 3.2 desta Tese.

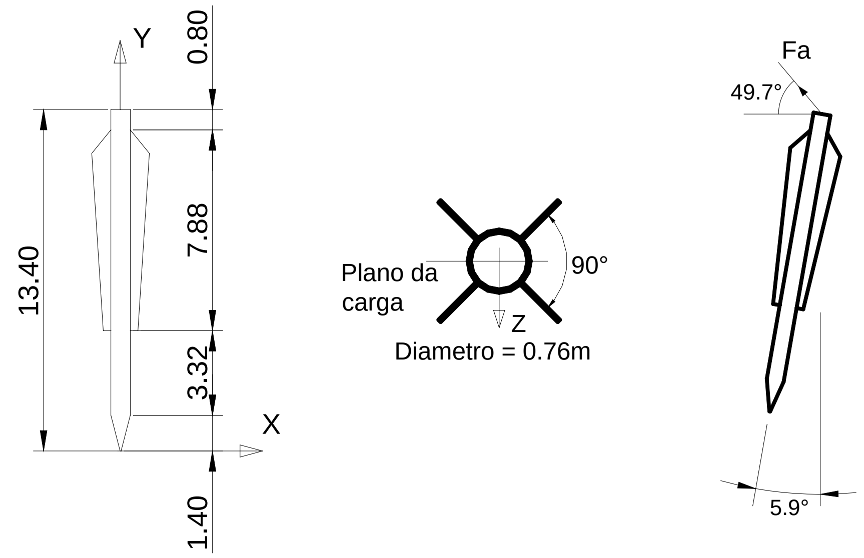
A estaca utilizada nos ensaios possui a geometria do estudo paramétrico com a estaca inclinada apresentada no item 5.3. Para a condição do ensaio, a estaca apresenta a configuração mostrada na Figura 7-2. O solo onde a estaca foi cravada, com penetração de topo igual a 7.9 metros, é o mesmo utilizado no estudo paramétrico. O perfil de resistência admitido para este solo é:

$$S_u(z) = 7.4 \cdot \text{kPa} + 1.8 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{m}} \cdot z \qquad (7.1)$$

e o módulo de elasticidade do solo é admitido igual a:

$$E(z) = 550 \cdot \frac{\text{kPa}}{\text{m}} \cdot S_u(z) \qquad (7.2)$$

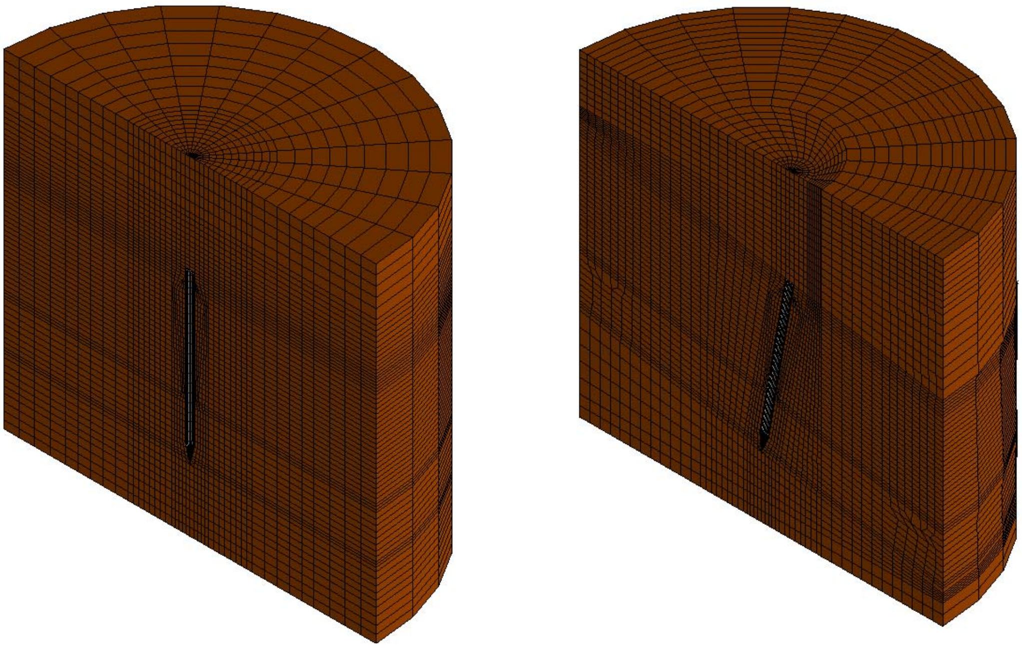
com peso específico submerso do solo igual a 6.5 kN/m^3.



(a) (b)

Figura 7-1 – Esquema da estaca utilizada no ensaio: (a) Dimensões; (b) Inclinação da estaca e da carga aplicada

Duas condições foram levadas em consideração: uma com a estaca modelada totalmente na vertical, considerando o ângulo de inclinação proveniente da instalação na inclinação da carga aplicada no topo; outra com a estaca modelada com a inclinação observada na instalação, que é igual a 5.9 graus. Os modelos analisados para as duas condições estão apresentados na Figura 7-2.



(a) (b)

Figura 7-2 – Modelos utilizados na comparação com o ensaio: (a) modelo com estaca vertical; (b) modelo com estaca inclinada

Da mesma forma que no estudo paramétrico, foram empregados elementos finitos hexaédricos de 20 nós para a representação do solo e da estaca. Estes elementos são referenciados no ANSYS® como SOLID186 e são capazes de considerar a não linearidade física e geométrica. A análise realizada consiste em aplicar o carregamento no topo da estaca até que não haja convergência pelo aumento do deslocamento incremental da análise. Assim, fica caracterizada a ruptura geotécnica do modelo.

7.2 Resultados obtidos

Foi realizada uma análise com cada modelo proposto, um modelo possui a inclinação de 5.9 graus e outro modelo com a estaca perfeitamente na vertical. Nos dois modelos, foi realizada uma análise de carga última, onde a carga é aplicada no topo da estaca com a inclinação levando em consideração a inclinação para cada modelo, conforme mostrado na Figura 7-1c.

A carga última obtida para o ensaio realizado foi igual a 3077 kN. Para os modelos numéricos, os resultados das análises obtidas estão apresentados na Tabela 7-1. Nesta tabela, o resultado com os dois modelos em MEF (estaca vertical e inclinada) são comparados com o ensaio. Também são apresentados os resultado com o polinômio interpolador considerando as cargas verticais e horizontais interpoladas (Pol. 1) e considerando as cargas verticais e horizontais dadas pela análise em MEF (Pol. 2)

Tabela 7-1 – Resultados obtidos no ensaio *vs*. modelo numérico

	Ensaio	Est. Vert.	Dif. (%)	Est. Inclin.	Dif. (%)	Pol. 1	Dif. (%)	Pol. 2	Dif. (%)
Carga (kN)	3077	3142	2.13	2975	-3.32	3049	-0.91	3074	-0.09

As diferenças percentuais dos modelos em MEF estudados para o resultado do ensaio chegaram a, no máximo, 3.32 %. Pode-se perceber também que esta diferença é pequena se comparado ao modelo com a estaca na vertical, que é o mesmo resultado obtido no estudo paramétrico do capítulo anterior. Na comparação com a interpolação polinomial apresentada nesta tese, a diferença foi menor, chegando a 0.91 %. Estes resultados próximos mostraram que o modelo numérico desenvolvido ao longo da tese apresenta uma boa concordância com o ensaio, para as condições analisadas. Cabe ressaltar que o fenômeno estudado apresenta uma grande complexidade e apenas um exemplo de comparação pode não ser suficiente para a correta representação numérica do fenômeno

Capítulo 8 – Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

Esta tese apresentou aspectos do projeto de âncoras do tipo estaca torpedo utilizadas em plataformas offshore. Ao longo do trabalho foram apresentadas as principais características desta âncora, incluindo suas aplicações e etapas determinantes do seu projeto. Desta forma, objetivou-se descrever em um único texto, as dificuldades enfrentadas pelo projetista ao especificar uma estaca torpedo para certa situação.

O projeto de estacas do tipo torpedo possui uma característica peculiar, devido à sua característica inovadora, já que não existem procedimentos eficientes de cálculo analítico da capacidade de carga desta estaca. Assim, esta tese apresentou uma metodologia de cálculo baseado no método dos elementos finitos utilizando a modelagem tridimensional para a obtenção do comportamento da âncora quando submetida a diversas condições de carregamento.

A partir do modelo desenvolvido, foi possível conduzir um estudo paramétrico com o intuito de avaliar o comportamento da estaca torpedo no que diz respeito à variação do perfil de resistência não drenada, módulo de elasticidade do solo e parâmetros geométricos, como comprimento e configurações das aletas.

No estudo paramétrico conduzido podem-se determinar claramente dois diferentes mecanismos de ruptura da estaca torpedo: um relacionado à grande mobilização de solo ao redor da estaca, com grandes deslocamentos; outro com pouca mobilização de solo e curva carga vs. deslocamento assintótica.

O primeiro mecanismo de ruptura do solo está ligado à aplicação de cargas no topo da estaca com ângulos de inclinação baixos, até 45 graus com a horizontal. Nestes casos, a estaca tende a girar e a ruptura está ligada a uma grande plastificação do solo ao redor da mesma. Este comportamento tende a apresentar uma maior dificuldade de determinação de uma carga de ruptura, já que a curva de capacidade vs. deslocamento da estaca não possui um ponto para grande aumento do deslocamento para um pequeno aumento da carga, ou seja, um comportamento assintótico

Em contrapartida, para carregamentos no topo da estaca com inclinações maiores do que 45 graus com a vertical, a ruptura tende a ser mais brusca, com a curva de deslocamento apresentando comportamento assintótico. Dependendo do perfil de resistência não drenada, o comportamento assintótico ocorre para ângulos menores, como 45 graus, por exemplo. Este comportamento está relacionado às maiores resistências não drenadas, já que em casos como este, pelo solo ser rígido, o arrancamento da estaca pelo vencimento do atrito limite entre o solo e a estaca tende a comandar a ruptura.

A forma de plastificação e o arrancamento da estaca também apresentam algumas diferenças com metodologias clássicas de cálculo da resistência de topo da âncora. Conforme visto no estudo paramétrico, o cálculo da resistência de topo com o fator N_c igual a 9, como é utilizado correntemente não é aplicável na estaca torpedo. Esta proposição também é comentada em Richardson *et al.* (2009), onde novos valores de N_c são propostos para âncoras cravadas dinamicamente.

A cravação dinâmica da estaca torpedo também tem como conseqüência a inclinação da âncora com respeito à horizontal. Assim, em outro estudo paramétrico apresentado, foi possível verificar que a proposição de modelos perfeitamente na vertical para a determinação da capacidade de carga de estacas torpedo, como é realizado normalmente no projeto destas âncoras, é ligeiramente a favor da segurança para ângulos de inclinação de carga acima de 30 graus com a horizontal. Esta hipótese é totalmente viável, já que estas estacas apresentam ângulo de inclinação de carga acima deste valor quando instaladas.

Os modelos propostos para a determinação da capacidade de carga através do método dos elementos finitos apresentam um grande esforço computacional para serem resolvidos, e à medida que análises deste tipo tendem a representar a resposta com níveis de plastificação do solo muito altos, estas análises demandam um esforço computacional muito grande.

Assim, a partir do estudo paramétrico conduzido, foi possível determinar uma tendência de comportamento da curva de carga vs. ângulo de aplicação para os diversos perfis de resistência não drenada do solo assim como as diversas geometrias testadas. Logo, esta tese apresentou uma metodologia de predição da capacidade de carga de uma estaca do tipo torpedo através da calibração de polinômios interpoladores. A aplicação de polinômios deste tipo na avaliação da resposta de uma estaca qualquer representa uma redução de até mais de 70% do tempo computacional empregado normalmente. Isto com uma dispersão de valores da ordem de 5%

Este esforço computacional pode ser reduzido a valores ainda menores se todos os parâmetros de entrada do modelo matemático forem apenas geométricos e geotécnicos. Desta forma, nenhuma análise numérica é conduzida mas o erro do método chega a pouco mais de 10%. Este tipo de metodologia de predição é de extrema importância para o projetista de estaca torpedo, isto por que diversas configurações podem ser testadas sem que exija um tempo computacional muito grande, agilizando o processo de pré-dimensionamento destas estruturas.

Por fim, a partir de dados de um ensaio realizado pela PETROBRAS, foi conduzido um estudo comparativo dos resultados obtidos experimentalmente com o modelo desenvolvido ao longo da tese. Como visto, a maior diferença ficou em 3.32 %. Esta diferença é muito pequena se comparada à complexidade do fenômeno simulado, o que mostra que a metodologia de análise apresentada nesta tese é de grande importância para a aplicação de estacas torpedo. Assim, torna-se imprescindível a comparação com outras situações para correta validação do modelo

8.1 Sugestões para trabalhos futuros

Nesta tese foi apresentado um modelo de estaca torpedo cravada em solo argiloso saturado. Como sugestão para continuidade do estudo apresentado nesta Tese, é proposta a elaboração de um modelo de estaca torpedo em solo granular, utilizando o critério de ruptura de Drucker-Prager modificado apresentado no Capítulo 2. Este modelo é utilizado para simular o comportamento de deformações plásticas permanentes em solos submetidos a um carregamento compressivo.

Através deste modelo, será possível elaborar um estudo paramétrico similar ao apresentado nesta tese, englobando também solos granulares. Assim, seria possível a calibração de um polinômio interpolador que também tenha a capacidade de prever a capacidade de carga em solos granulares. Desta forma, é possível englobar todos os problemas de estacas torpedo numa única formulação.

Conforme descrito no Capítulo 3, a previsão do tempo de adensamento do solo afetado pela cravação da estaca torpedo é muito importante para o projeto destas âncoras. Este tipo de formulação numérica pode vir a ser importante, principalmente para a determinação de parâmetros de solo mais próximos da realidade.

Outro aspecto importante do projeto de estaca torpedo apontado na tese refere-se ao cálculo da capacidade de carga vertical da estaca. Para o correto cálculo, deve-se utilizar o fator de capacidade de carga N_c diferente do usualmente utilizado que é igual a 9. No trabalho de Richardson *et al.* (2009), sugere-se o valor de 12.5 para o topo da estaca e 7.5 para o topo das aletas. Estes valores mostraram um melhor ajuste com o valor numérico, mas sugerem-se novos estudos experimentais da estaca torpedo para a obtenção de novos parâmetros ou correção do atual modelo utilizado nas análises.

Outras sugestões mais abrangentes para a continuidade desta tese envolvem a avaliação da dinâmica de linha de ancoragem no trecho entre a superfície do solo e o topo da estaca. Desta forma é possível avaliar o amortecimento imposto pelo solo e assim determinar a influencia da dinâmica da linha de ancoragem na âncora.

Outra sugestão envolve a determinação de novos coeficientes de segurança baseados em confiabilidade, conforme Sagrilo *et al.* (2010). Como os modelos propostos neste trabalho apresentam melhor capacidade de predição da capacidade de carga, é possível utilizar coeficientes de segurança menores nos atuais projetos de estacas torpedo.

A melhoria da modelagem geotécnica do problema exposto nesta tese é um fator fundamental. Alguns aspectos podem ser considerados na análise, assim como a sucção, o efeito de velocidade do carregamento e a adoção de modelos de ruptura mais complexos.

Referências bibliográficas

AGUIAR, C. S. *Interação solo-estrutura de fundações offshore do tipo estaca*. Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005

AGUIAR, C. S., SOUSA, J. R. M., ELLWANGER, G. B., PORTO, E. C., MEDEIROS JR, C. J., FOPPA, D. *Undrained load capacity of torpedo anchors in cohesive soil*. Proceedings of the OMAE Conference, Hawaii. 2009

ALMEIDA, M. S. S., A *Análise Elasto-Plástica de Túneis pelo Método dos Elementos Finitos.* Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1977.

ANSYS, INC. ANSYS, Inc. Theory Reference (version 11.0). 2007

API. *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms -Working Stress Design (RP 2A-WSD)*, 20th ed., American Petroleum Institute, USA. 2005

BANG, S., TAYLOR, R. J., JIE, Y., KIM, H., *Analysis of Anchor Mooring Line in Cohesive Seafloor*. Transportation Research Record, No. 1526, 1996.

BANG, S., *Use of Suction Piles for Mooring of Mobile Offshore Bases.* Quarterly Progress Report to the Office of Naval Research, Sep., 1999.

BANG, S., HAN, H., AYLOR, R.J. *Development and validation of mooring line analysis in cohesive seafloor*. Tenth International Offshore and Polar Engineering Conference, ISOPE. 2000

BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. New Jersey, Prentice-Hall. 1996.

BAZARAA, M. S., SHERALI, H. D., SHETTY, C. M. *Nonlinear Programming - Theory and Algorithms*, John Willey & Sons, Inc. 1993

BELYTSCHKO, T., LIU, W. K., AND MORAN, B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, England, John Wiley & Sons Ltd, 2000.

BELYTSCHKO, T., NEAL, M. O. *Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangean Methods*. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 31, pp. 547-72. 1991

BUTLER, H. D; HOY, H. E. *Users manual for the Texas quick-load method for foundation load testing*. Federal Highway Administration. Office of development, Washington. 1977.

BRANDÃO, F. E. N., HENRIQUES, C. C. D., ARAÚJO, J. B., FERREIRA, O. C. G., AND AMARAL, C. S., *Albacora Leste Field Development – FPSO P-50 Mooring System Concept*. Proceedings of the 38th Offshore Technology Conference, 18243, Houston. 2006

CHEN, W. F., AND BALADI, G. Y., *Soil Plasticity: Theory and Implementation*, 1st ed., Elsevier Science Publishers B. V., Netherlands. 1985

COSTA, R. G. B. *Análise Paramétrica das Condições de Ancoragem de Plataformas Offshore Utilizando Estacas Torpedo a partir de Modelos em Elementos Finitos*. Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008

DÉCOURT, L; QUARESMA FILHO, A. R. *Estabelecimento das curvas carga – recalque de fundações através de provas de carga em mini placa*. In: III seminário de engenharia de fundações especiais e geotecnia, 1996.

DET NORSKE VERITAS. *Technical Report – Joint Industry Project – Deep Water Anchors User´s Manual DIGIN Ver5.3.* Report Nº 96-3637 – Revision Nº03, 1998.

DRUCKER, D. C., PRAGER, W. *Solid mechanics and plastic analysis for limit design.* Quarterly of Applied Mathematics, 10(2), 157-165. 1952

DRUCKER, D. C., GIBDON, R. E., HENKNEL, D. J. *Soil mechanics and work hardening theories of plasticity*. Trans. ASCE, Vol. 122, pp 338-346. 1957

ELTAHER, A., RAJAPAKSA, Y., AND CHANG, K. T. *Industry trends for design of anchoring systems for deepwater offshore structures.* Proc., Offshore Technology Conf., OTC No. 15265. 2003

FERNANDES, A. C., SANTOS, M. F., ARAÚJO, J. B., ALMEIDA, J. C. L., DINIZ, R., AND MATOS, V., 2005, *Hydrodynamic Aspects of the Torpedo Anchor Installation*. Proceedings of the ASME 24th OMAE Conference, 67201, Halkidiki, Greece.

FREEMAN, T. J., HOLLISTER, C. D., *Modelling waste emplacement and the physical changes to the sediment barrier*. Proc. Int. Conf. Oceanology. 1988.

HAN, L.H., ELLIOTT, J.A., BENTHAM, A.C., MILLS, A., AMIDON, G.E., HANCOCK, B.C.. *A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders*. International Journal of Solids and Structures, 45, 3088–3106. 2008.

HENRIQUES JR., P. R. D., FOPPA, D., PORTO, E. C., AND MEDEIROS JR., C. J., A *New Torpedo Pile Conception for High Mooring Loads and Application in a Floating Production Unity in the Pre-Salt Area*. Proceedings of the Rio Oil & Gas Expo and Conference 2010, IBP3355_10, Rio de Janeiro. 2010

HINTON, E., OWEN, D. R. J., *Finite elements in plasticity: theory and practice.* Pineridge Press, 1980.

HUGHES, T. J. R. *The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic*. New Jersey. Prentice-Hall. 1987

JEANJEAN, P. *Set-up characteristics of suction anchors for soft Gulf of Mexico clays: Experience from field installation and retrieval*. Proc., Offshore Technology Conf., OTC No. 18005. 2006

KOMURKA, V. E., WAGNER, A. B., *Estimating soil/Pile set-up*. Wisconsin highway research program – final report. 2003.

KUNITAKI, D. M. K. N., 2006, *Tratamento de Incertezas no Comportamento Dinâmico de Estacas Torpedo para Ancoragem de Sistemas Flutuantes na Explotação de Petróleo Offshore*, Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

LACEO/COPPE/UFRJ. *Desenvolvimento e aperfeiçoamento de ferramentas numéricas para projeto de estaca torpedo*. Relatório técnico. Rio de Janeiro, Setembro, 2010

LU, C. *Determination of Cap Model Parameters using Numerical Optimization Method for Powder Compaction*. Dissertation, Maquette University. 2010.

LUENBERGER, D. G. *Linear and Non Linear Programming*, Addison-Wesley Publishing Company. 1989

MEDEIROS JR, C. J. *Low Cost Anchor System for Flexible Risers in Deep Waters*. Offshore Technology Conference, 2002.

MELO, B. N. *Análise da provas de carga à compressão à luz do conceito de rigidez*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 2009.

MIRZA, U. A. A., *Pile short-term capacity in clays*. Proceedings of the Ninth International Offshore and Polar Conference, Brest, France, Vol I. pp. 693-699. 1999

MORISON, J. R., O'BRIEN, M. P., JOHNSON J. W., et al., *The Force exerted by Surface Waves on Piles*, Petroleum Transactions, AIME, v. 189, pp. 149-154, 1950.

O'LOUGHLIN, C. D., RANDOLPH, M. F., RICHARDSON, M., *Experimental an Theoretical Studies of Deep Penetration Anchors*. Proc. Offshore Technology Conference. Paper OTC16841. 2004.

PACHECO, M. P., DANZIGER, F. A. B., AND PINTO, C. P. *Design of Shallow Foundations under Tensile Loading for Transmission Lines Towers: An Overview*, Engineering Geology, 101(3-4), pp. 226-35. 2008

POTTS, D. M., ZDRAVKOVIC, L. *Finite element analysis in geotechnical engineering*. Vol. 1 e 2. London, Thomas Telford, 1999.

PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A. *Numerical recipes in Fortran 77: The art of scientific computing*. Cambridge. 1987

QUARANTA NETO, F., 2002, *Modelagem de Problemas Contacto-Impacto Empregando Formulações Penalizadas do Método dos Elementos Finitos*. Tese de DSc., Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

RANDOLPH, M.F., CARTER, J.P., AND WROTH, C.P. *Driven Piles in Clay – the effects of Installation and Subsequent Consolidation*. Géotechnique 29, No. 4, pp. 361-393. 1979

RICHARDSON, M. D., O'LOUGHLIN, C. D., RANDOLPH, M. F., GAUDIN, C. *Setup following installation of Dynamic anchors in normally consolidated clay*. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 135(4), pp. 487-496. 2009.

ROSCOE, K. H., BURLAND, J. B. *On the generalized stress-strain behavior of "wet" clay*. Eng. plasticity, Cambridge University Press, pp 535-609. 1968

ROSCOE, K.H., SCHOFIELD, A.N., WROTH , C.P. *On the yielding of soils,* Geotechnique, 8,22-53. 1958.

ROWE, R. K., DAVIES, E. H., *The Behaviour of Anchor Plates in Clay*. Géotechnique, 32(1), pp. 9-23. 1982

SAGRILO, L. LIMA, E. C. P., S., SOUSA, J. R. M., PORTO, E. C., FERNANDES, J. V. V., FOPPA, D. *Reliability-based design of torpedo anchors.* Proceedings of the OMAE Conference, Shanghai. 2010

SILVA, U. A., GALGOUL, N. S., MEDEIROS JR, C. J. *Análise Dinâmica de Estacas Torpedo. Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solo e Engenharia Geotécnica*. 2006

SERPA, A. L. *Problema de contato com atrito utilizando o método do lagrangeano aumentado*. Tese de Doutorado. UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1996.

SIMO, J. C., RIFAI, M. S. *A Class of Mixed Assumed Strain Methods and the Method of Incompatible Modes*. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 29. pp. 1595–1638 . 1990.

SIMO, J. C., ARMERO, F. *Geometrically Non-linear Enhanced Strain Mixed Methods and the Method of Incompatible Modes*. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 33. pp. 1413–1449. 1992.

SIMO, J. C., ARMERO, F., TAYLOR, R. L. *Improved Versions of Assumed Enhanced Strain Tri-Linear Elements for 3D Finite Deformation Problems*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 10. pp. 359–386. 1993

SMITH, E. A. L., 1960, *Pile Driving Analysis by the Wave Equation*, JSMFD, ASCE, vol. 86, n. SM4, pp 35-61

SOUSA, J. R. M., de AGUIAR, C. S., ELLWANGER, G. B., PORTO, E. C., FOPPA, D., MEDEIROS JR., C. J., 2011, *Undrained Load Capacity of Torpedo Anchors Embedded in Cohesive Soils*, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 133(2).

TERZAGHI, K. V., *The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear.* Proceedings 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, pp. 54-56. 1936.

TIMOSHENKO, S. P., GODIER, J. N. *Theory of Elasticity*. New York, McGraw-Hill, 1951

TRUE, D. G., *Undrained Vertical Penetration into Ocean Bottom Soils*. Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, California, 1976.

WANG, G., SITAR, N. *Numerical Analysis of Piles in Elasto-Plastic Soils Under Axial Loading.* Proceedings of the ASCE Engineering Mechanics Conference, Newark, 2004

WODEHOUSE, J., GEORGE, B., LUO, Y., *The Development of a FPSO for the Deepwater Gulf of Mexico*, Proceedings of the 39th Offshore Technology Conference, 18560, Houston. 2007

WRIGGERS, P., KORELC, P., *On the enhanced strain methods for small and finite deformation on solids*. Comput. Mech. 18(6), pp. 413-428. 1996

YANG, N. C. Relaxation *of Piles in Sand and Inorganic Silt*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, March, ASCE, pp.395-409. 1970

ZEUCH, D. H., GRAZIER, J. M., ARGÜELLO, J. G., AND EWSUK, K. G.. *Mechanical Properties and Shear Failure Surfaces for Two Alumina Powders in Triaxial Compression.* Journal of Materials Science, 36, 2911-24. 2001

ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR R. L. *The Finite Element Method*. London, Butterwoth Heinemann, 1967

Apêndice A. Derivadas dos invariantes de tensões

Aqui serão apresentadas as equações para o cálculo as derivadas dos invariantes de tensões utilizadas na determinação da matriz constitutiva elasto-plástica $\left[\mathbf{D}^{ep}\right]$. As equações são expressas em termos das tensões efetivas; para o caso de tensões totais, o cálculo é análogo.

- Tensão média:

$$\left\{\frac{\partial p'}{\partial \sigma'}\right\} = \frac{1}{3}\{1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^{\mathrm{T}} \tag{A.1}$$

- Tensão desviatória:

$$\left\{\frac{\partial J}{\partial \sigma'}\right\} = \frac{1}{2J}\{\sigma'_x - p' \quad \sigma'_y - p' \quad \sigma'_z - p' \quad 2\tau_{xy} \quad 2\tau_{xz} \quad 2\tau_{yz}\}^{\mathrm{T}} \tag{A.2}$$

- Ângulo de Lode:

Lembrando que:

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\left(2\frac{\sigma'_2 - \sigma'_3}{\sigma'_1 - \sigma'_3} - 1\right)\right] = \frac{1}{3}\mathrm{sen}^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{\det \mathbf{s}}{J^3}\right) \tag{A.3}$$

onde:

$$\det \mathbf{s} = \begin{vmatrix} \sigma'_x - p' & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma'_y - p' & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma'_z - p' \end{vmatrix} \tag{A.4}$$

logo,

$$\left\{\frac{\partial \theta}{\partial \sigma'}\right\} = \frac{\sqrt{3}}{2\cos 3\theta \cdot J^3}\left[\frac{\det \mathbf{s}}{J}\left\{\frac{\partial J}{\partial \sigma'}\right\} - \left\{\frac{\partial(\det \mathbf{s})}{\partial \sigma'}\right\}\right] \tag{A.5}$$

Apêndice B. Aproximação do critério de Mohr-Coulomb

O critério de Drucker-Prager pode aproximar a superfície cônica hexagonal do critério de Mohr-Coulomb desde que se escolha adequadamente os parâmetros α e k_{DP}, na função de escoamento reproduzida a segui. Basicamente, duas aproximações são sugeridas (Wang and Sittar, 2004), como apontado na Figura 2-17.

$$F_{DP} = \sqrt{J_2} + \alpha \cdot I_1 - k_{DP} = 0$$

Em função dessas aproximações, os parâmetros α e k_{DP} indicados na equação anterior são calculados em função do ângulo de atrito interno do solo e da coesão, c, do solo. Esses parâmetros, juntamente com o parâmetro β, função do ângulo de dilatância ψ, são indicados na Tabela C.1.

Tabela B.1 – Parâmetros para aproximação entre o critério de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb (Wang and Sittar, 2004).

Aproximação	Parâmetros para o critério de Drucker-Prager		
	α	β	k_{DP}
Cone circunscrito (extensão)	$\dfrac{2 \cdot \text{sen}(\phi)}{\sqrt{3} \cdot [3 + \text{sen}(\phi)]}$	$\dfrac{2 \cdot \text{sen}(\psi)}{\sqrt{3} \cdot [3 + \text{sen}(\psi)]}$	$\dfrac{6 \cdot c \cdot \cos(\phi)}{\sqrt{3} \cdot [3 + \text{sen}(\phi)]}$
Cone circunscrito (compressão)	$\dfrac{2 \cdot \text{sen}(\phi)}{\sqrt{3} \cdot [3 - \text{sen}(\phi)]}$	$\dfrac{2 \cdot \text{sen}(\psi)}{\sqrt{3} \cdot [3 - \text{sen}(\psi)]}$	$\dfrac{6 \cdot c \cdot \cos(\phi)}{\sqrt{3} \cdot [3 - \text{sen}(\phi)]}$
Cone inscrito	$\dfrac{\text{sen}(\phi)}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3 + \text{sen}^2(\phi)}}$	$\dfrac{\text{sen}(\psi)}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3 + \text{sen}^2(\psi)}}$	$\dfrac{3 \cdot c \cos(\phi)}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3 + \text{sen}^2(\phi)}}$

Para solos coesivos, o ângulo de atrito interno é nulo e, assim, o parâmetro α também é nulo em qualquer uma das aproximações mostradas na Tabela C.1. Por conseqüência, a parcela hidrostática associada ao critério de ruptura de Drucker-Prager, é eliminada, ficando da seguinte maneira:

$$F_{DP} = \sqrt{J_2} + k_{DP}$$

onde, em condições não drenadas, c pode ser substituído por Su, assim, tem-se:

$k_{DP} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \cdot S_u$ para o cone circunscrito

$k_{DP} = \cdot S_u$ para o cone inscrito

Já o critério de von Mises, pode ser escrito da seguinte forma:

$$F_{VM} = \sqrt{J_2} + k_{VM}$$

sendo, $k_{VM} = \dfrac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$

com σ_y igual à tensão de escoamento do material

Fazendo $k_{DP} = k_{VM}$, pode-se dizer que o modelo de Drucker-Prager é equivalente ao modelo de von Mises, considerando:

- Para o cone circunscrito (extensão ou compressão): $\sigma_y = 2 \cdot Su$
- Para aproximações pelo cone inscrito: $\sigma_y = \sqrt{3} \cdot Su$

Apêndice C. Capacidade Vertical em solos coesivos

Neste item será apresentada a forma de cálculo da capacidade de carga axial de uma estaca. Esta metodologia clássica é proposta pela API (2007). A capacidade de carga de uma estaca é determinada por duas parcelas: uma resistência ao atrito lateral solo-estaca e uma resistência de ponta ou topo, de acordo com o tipo de carregamento aplicado.

Para o cálculo da resistência lateral ou de atrito da estaca, admite-se a hipótese de adesão limitada, ou seja, que a máxima tensão cisalhante admissível na interface de contato é dada por (API, 2007):

$$f(z) = \alpha(z) \cdot S_u(z) + K_0 \cdot p_0(z) \cdot \tan(\delta) \tag{8.6}$$

onde p_o é a tensão efetiva no solo no ponto em questão; α é o fator de adesão; e δ é o ângulo de atrito entre a estaca e o solo, dado por:

$$\delta = \phi - 5^{\circ} \tag{8.7}$$

já K_0 é o coeficiente de empuxo no repouso, igual a:

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \tag{8.8}$$

$$f(z) = \alpha(z) \cdot S_u(z) \tag{8.9}$$

Uma das opções para cálculo do fator de adesão é aquela proposta pela API (2007):

$$\alpha(z) = \begin{cases} 0.5 \cdot \psi(z)^{-0.5}, \ \psi(z) \le 1.0 \\ 0.5 \cdot \psi(z)^{-0.25}, \ \psi(z) > 1.0 \end{cases} \tag{8.10}$$

onde:

$$\psi(z) = \frac{S_u(z)}{p_o(z)} \tag{8.11}$$

Assim, a resistência ao atrito lateral total será dada pela integral da tensão cisalhante máxima ao longo de toda a estaca:

$$Q_l = \int_0^L f(z) CI \cdot dz$$

onde L é o comprimento total da estaca e *CI* é o perímetro das seções da estaca, no caso de uma estaca torpedo devem ser somados os comprimentos das aletas.

A segunda parcela da capacidade de carga axial é dada pela resistência de ponta ou de topo que é igual a:

$$Q_p = N_c A_s S_u$$

onde N_c é o coeficiente de resistência de ponta, usualmente adotado igual a 9 para estacas cravadas em solos coesivos, A_s é a área da seção da estaca e S_u é a resistência não drenada na referida profundidade. No Apêndice D é apresentada uma planilha MathCAD com os cálculos detalhados da capacidade de carga de estaca torpedo.

O valor de N_c, de acordo com Richardson *et al.* (2009), para estacas torpedo tendem a apresentar valores distintos. Esta diferença é devido à geometria da estaca, tendo em vista que os valores de coeficientes determinados pela API são referentes a uma estaca de seção circular.

Apêndice D. Planilha de cálculo API-RP-2A

$tf := 1000 kgf$ $\quad kN := 1000 N$ $\quad kPa := 1 \dfrac{kN}{m^2}$

Dados da estaca:

- Diâmetro externo da estaca: $D_t := 1.067 \cdot m$

$n_{aleta} := 4$ $\quad e_{aleta} := 0.038 m$

- Profundidade de topo $\quad Prof_{topo} := 10.0 m$

- Trechos

$trecho1 := 3.485 m$

$trecho2 := 1.385 m$

$trecho3 := 8.26 m$

$trecho4 := 1.385 m$

$trecho5 := 0.485 m$

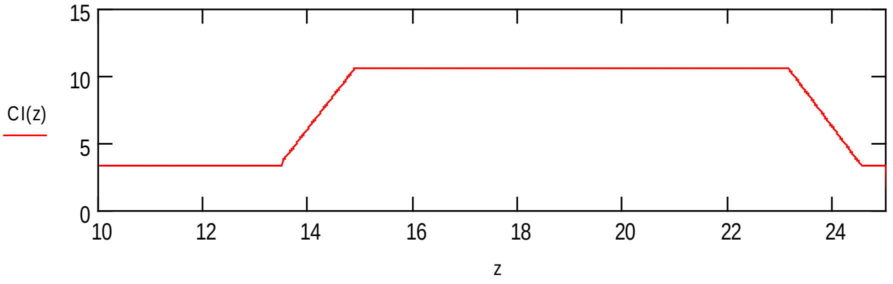
$L := trecho1 + trecho2 + trecho3 + trecho4 + trecho5$

$L = 15 m$

Trecho 1:	$x1 := Prof_{topo}$	a	$x2 := x1 + trecho1$	Trecho reto	$L_{1i} := 0.0 m$	$L_{1f} := 0.0 m$
Trecho 2:	$x2 = 13.485 m$	a	$x3 := x2 + trecho2$	Trecho com aleta de 0.125m a 0.45m	$L_{2i} := 0.03 m$	$L_{2f} := 0.90 m$
Trecho 3:	$x3 = 14.87 m$	a	$x4 := x3 + trecho3$	Trecho com aleta de 0.45m a 0.45m	$L_{3i} := 0.90 m$	$L_{3f} := 0.90 m$
Trecho 4:	$x4 = 23.13 m$	a	$x5 := x4 + trecho4$	Trecho com aleta de 0.45m a 0.0m	$L_{4i} := 0.90 m$	$L_{4f} := 0.0 m$
Trecho 5:	$x5 = 24.515 m$	a	$x6 := x5 + trecho5$	Trecho reto	$L_{5i} := 0.0 m$	$L_{5f} := 0.0 m$

- A variação do diãmetro ao longo da estaca é:

$$Cl(z) := \begin{cases} D_t \cdot \pi + \left[\left(\dfrac{L_{1f} - L_{1i}}{x2 - x1}\right) \cdot (z - x1) + L_{1i}\right] \cdot 2 \cdot n_{aleta} & \text{if } x1 \le z < x2 \\ D_t \cdot \pi + \left[\left(\dfrac{L_{2f} - L_{2i}}{x3 - x2}\right) \cdot (z - x2) + L_{2i}\right] \cdot 2 \cdot n_{aleta} & \text{if } x2 \le z < x3 \\ D_t \cdot \pi + \left[\left(\dfrac{L_{3f} - L_{3i}}{x4 - x3}\right) \cdot (z - x3) + L_{3i}\right] \cdot 2 \cdot n_{aleta} & \text{if } x3 \le z < x4 \\ D_t \cdot \pi + \left[\left(\dfrac{L_{4f} - L_{4i}}{x5 - x4}\right) \cdot (z - x4) + L_{4i}\right] \cdot 2 \cdot n_{aleta} & \text{if } x4 \le z < x5 \\ D_t \cdot \pi + \left[\left(\dfrac{L_{5f} - L_{5i}}{x6 - x5}\right) \cdot (z - x5) + L_{5i}\right] \cdot 2 \cdot n_{aleta} & \text{if } x5 \le z < x6 \\ 0.0 m & \text{otherwise} \end{cases}$$



Dados do Solo: argila com coesão variável

- Peso específico submerso (no nosso caso o peso específico submerso não varia com a profundidade, só a a resistência não drenada) :

$$\gamma(z) := 6.0\frac{kN}{m^3}$$

- Resistência não-drenada (coesão aparente), sendo z = 0

$$Su(z) := \left| \begin{array}{l} (2.0 \cdot z) \cdot \frac{kPa}{m} \quad \text{if} \quad 0 \le z < 10m \\ (6m + 2.0z) \cdot \frac{kPa}{m} \quad \text{if} \quad 10m \le z < 17.5m \\ (18m + 1.2z)\frac{kPa}{m} \quad \text{if} \quad 17.5m \le z < 27.5m \\ 95kPa \quad \text{if} \quad 27.5m \le z < 35m \\ 75kPa \quad \text{if} \quad z \ge 35m \end{array} \right.$$

- Pressão efetiva: $Po(z) := \gamma(z) \cdot z$

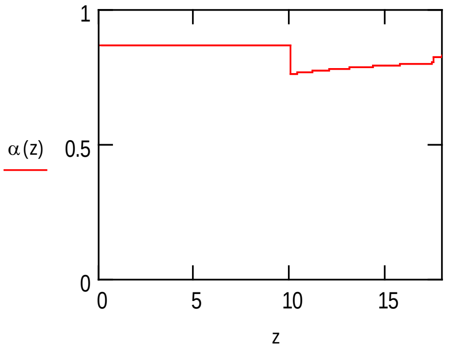
Cálculo da resistência última

O fator α pode ser determinado pela equação 6.4.2-2 da API-RP2A (Pág. 57):

$$\psi(z) := \frac{Su(z)}{Po(z)}$$

$$\alpha(z) := \left| \begin{array}{l} 0.5 \cdot \psi(z)^{-0.25} \quad \text{if} \quad \psi(z) > 1 \\ 0.5 \cdot \psi(z)^{-0.5} \quad \text{if} \quad \psi(z) \le 1 \end{array} \right.$$

$$\alpha(z) := \left| \begin{array}{l} \alpha(z) \quad \text{if} \quad \alpha(z) \le 1 \\ 1 \quad \text{otherwise} \end{array} \right.$$



O Atrito lateral limite é obtido usando a equação 6.4.2-1 da API-RP2A (Pág. 57):

$$\mathrm{flim}(z) := \alpha(z)\cdot \mathrm{Su}(z)$$

Portanto, a capacidade de resistência lateral Qc da estaca na profundidade z é:

$$\mathrm{Qct}(z) := \int_{x1}^{z} \mathrm{flim}(z)\cdot \mathrm{Cl}(z)\,dz$$

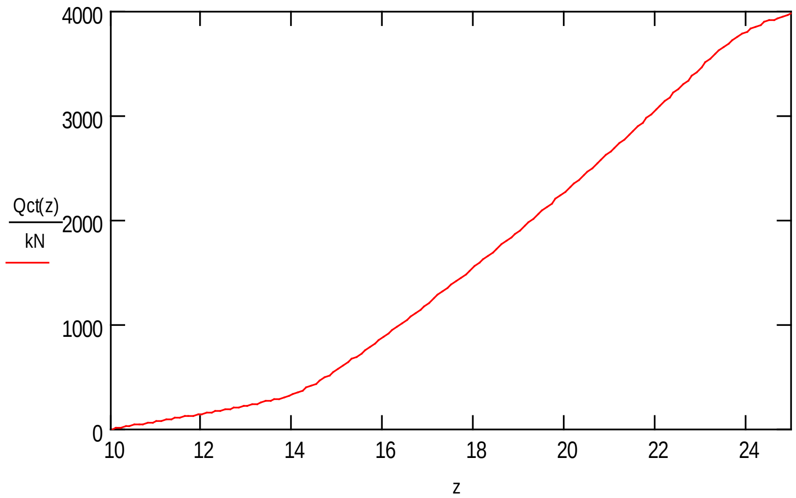
A resistência total lateral é:

$$\mathrm{Qlt} := \int_{x1}^{x6} \mathrm{flim}(z)\cdot \mathrm{Cl}(z)\,dz$$

$$\mathrm{Qlt} = 3974.421\,\mathrm{kN}$$

Gráfico de Resistência Lateral

$$z := x1, x1 + 0.1\mathrm{m} .. x6$$



Cálculo da resistência de topo

Área da seção transversal cheia da estaca: $As := \pi \frac{D_t^2}{4}$ $As = 0.894 \ m^2$

Sendo: $Nc := 9$ (API-RP-2A - pág. 58)

A resistência de topo é dada por:

$$Qp := As \cdot Nc \cdot Su(x1)$$

$$Qp = 209.235 \ kN$$

Peso da estaca

$$P_p := 850 \ kN$$

Resistência total

$$R_t := Qp + Qt + P_p$$

$$R_t = 5033.656 \ kN$$