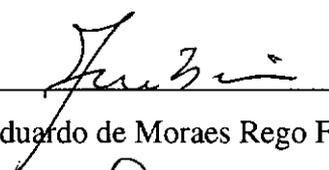


**DESENVOLVIMENTO DE FUNÇÕES DE FLUÊNCIA PARA O CONCRETO,  
DESDE AS PRIMEIRAS IDADES**

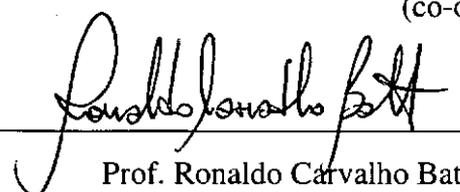
**Robson Luiz Gaiofatto**

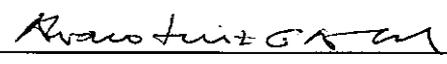
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

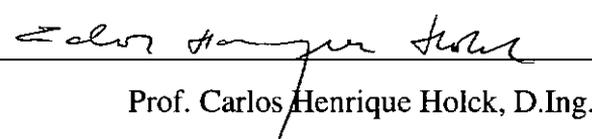
Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Eduardo de Moraes Rego Fairbairn, D.Ing.  
(Presidente)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Paulo Chavez de Resende Martins, D.ECP.  
(co-orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Ronaldo Carvalho Batista, Ph.D.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Álvaro Luiz Gayoso Coutinho, D.Sc.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Carlos Henrique Holck, D.Ing.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
DEZEMBRO DE 1995

GAIOFATTO, ROBSON LUIZ

Desenvolvimento de funções de fluência para o concreto, desde as primeiras idades  
[Rio de Janeiro], 1995.

XXII, 210p. 29,7cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Civil, 1995)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Análise reológica dos concretos

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série).

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE FUNÇÕES DE FLUÊNCIA PARA OS CONCRETOS,  
DESDE AS PRIMEIRAS IDADES

Robson Luiz Gaiofatto

Dezembro, 1995

Orientador: Prof. Eduardo de Moraes Rego Fairbairn

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho de tese consiste na apresentação e análise de uma pesquisa experimental sobre o comportamento reológico do concreto desde as poucas idades.

Inicialmente apresentamos o desenvolvimento e os resultados de pesquisas experimentais realizadas no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ durante os últimos cinco anos sobre o comportamento diferido dos concretos de traços variados, desde os considerados comuns até aqueles concretos denominados de CAD (Concreto de Alto Desempenho). Em seguida apresentamos o desenvolvimento de uma metodologia para o ajuste de uma função de fluência que descreva o comportamento reológico do concreto desde as primeiras horas a idades elevadas, assim como outros parâmetros característicos como Resistência à Compressão e Módulo de Elasticidade.

O objetivo deste trabalho, além da geração de uma base de dados sobre reologia de concretos elaborados no Brasil, especialmente no Rio de Janeiro, incluindo concretos dosados com microssilica, foi o preenchimento de uma grande lacuna existente na Engenharia, nos projetos de grandes estruturas de concreto especificamente, que é a ausência de uma função que possa descrever o comportamento das deformações diferidas do concreto desde as primeiras idades, imediatamente após o final da pega, até a elevadas idades.

Esta pesquisa abrangeu conjuntos de ensaios de fluência, retração, relaxação, resistência à compressão, módulo de deformação longitudinal e liberação de calor, desde idades de 9 horas após a concretagem até 28 dias, em 28 tipos de concretos, comuns, aditivados com superplastificantes e/ou com microssílica.

Os resultados destes ensaios foram utilizados para comparações com diversas funções da literatura, obtendo-se parâmetros de comparações e aferições de qualidade destas funções. Constatou-se que a função de fluência mais utilizada para prever (e ajustar) o comportamento do concreto a poucas idades não pode ter um emprego universal visto que existem incoerências teóricas em sua formulação. Os dados obtidos foram principalmente utilizados no desenvolvimento de uma metodologia de desenvolvimento de equações reológicas, baseadas na cadeia de Kelvin, que se propõem a descrever fluência e relaxação de quaisquer concretos em quaisquer idades, inclusive para quaisquer idades de carregamento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctoral of Science (D.Sc.).

DEVELOPMENT OF CREEP FUNCTIONS TO THE CONCRETES, SINCE THE  
EARLY AGES

Robson Luiz Gaiofatto

DECEMBER, 1995

Thesis Supervisors: Eduardo de Moraes Rego Fairbairn

Department: Civil Engineering

This thesis presents an experimental research on creep of concrete since the early ages.

Firstly, the development of the experimental work performed at the Structural Laboratory of COPPE/UFRJ, and the results of the rheological tests are presented. This experimental program has been performed for the last 5 years. Normal concretes and High performance concretes were tested. Next, in this thesis it is presented a methodology to fit the creep curves and also other ageing characteristic parameters, such that strength and Young modulus.

It is well known that creep functions that can simulate the behaviour of concrete since the early ages are not available in the bibliography, particularly in the case of the concretes generally used in Brazil. The experimental results obtained from the research work developed for the present thesis can then contribute to establish a data base that will help the researchers on new creep functions for the concretes at early ages.

The experimental work consisted on creep tests, shrinkage tests, relaxation tests, strength and Young Modulus tests, together with temperature monitoring since very early ages (9 hours) until 28 days. We analysed 28 types of concretes, including normal and high performance, were analysed. Special additives such that superplasticizers were used on the composition of the silica fume concretes.

The experimental results have been compared with rheological functions available in the bibliography. We found that the creep function that is mostly used to predict (and also to fit) the creep behaviour of concrete at early ages (The Byfors-Pfefferle model) should not be used universally since there is a lack of objectivity in its formulation.

A methodology for fitting the creep data, based mainly on a Kelvin chain model is proposed. Even if other series of tests are needed to establish a prediction model for concrete at early ages we found that the Kelvin chain model can be used as a first approach to the simulation of the phenomenon.

## Agradecimentos:

Este trabalho foi viabilizado basicamente devido:

À dedicação e orientação do professor Eduardo de Moraes Rego Fairbairn;

Ao professor Ronaldo Carvalho Batista, pelo apoio e especialmente pelo incentivo nas horas necessárias;

Aos professores, Paulo Chaves, Álvaro e Carlos Holck, pela dedicação e incentivo de forma geral;

Ao professor Ney Roitman, chefe do Laboratório de Estruturas, aos funcionários e amigos do Laboratório pelas tantas ajudas e colaborações;

Aos professores e funcionários da COPPE/UFRJ e aos amigos que “viraram” algumas noites colaborando fisicamente nos ensaios;

À Mayara, Mariana e Caroline, meus anjos, pelas muitas e muitas horas sacrificadas para as pesquisas e estudos;

À CAPES pelo apoio financeiro;

À SIKA S.A. pelo fornecimento gratuito de todos os aditivos utilizados e informações técnicas sobre os mesmos, especialmente na pessoa do Eng. Jorge Luis Cardoso (gerente de vendas da filial Rio);

A todos aqueles que colaboraram de alguma forma para a realização deste sonho em forma de trabalho.

# ÍNDICE

Resumo	
Abstract	
Índice	
I - Introdução	1
II - Concretos	6
II.1 - Características físicas	6
II. 1.1 - Grau de Hidratação (grau de maturidade)	6
II. 1.2 - Resistência à compressão	8
II. 1.3 - Módulo de Elasticidade	11
II. 1.4 - Resistência à tração	13
II. 1.5 - Coeficiente de Poisson	14
II.2 - Os concretos de Alto Desempenho (CAD)	14
III - Os fenômenos reológicos	18
III.1 - O concreto jovem	19
III.2 - Retração	20
III.3 - Fluência	26
III.4 - Relaxação	32
III.5 - Temperatura	34
IV - Modelagem numérica da fluência	36
IV.1 - Descrição dos modelos matemáticos	36
IV.1.1 - Modelagem Numérica baseada na Formulação Integral	39
IV.1.2 - Modelagem Numérica baseada na Formulação Diferencial	43
IV.2 - A cadeia de Kelvin	50
IV.3 - Modelagem integral e diferencial	53
V - Ensaio de Laboratório	55
V.1 - Dosagens	55
V.2 - Procedimentos de mistura e moldagem	57
V.3 - Resistência à compressão	59

V.4 - Módulo de elasticidade	59
V.5 - Fluência	61
V.6 - Relaxação	64
V.7 - Retração	66
V.8 - Temperatura interna	67
VI - Resultados dos ensaios de laboratório	68
VII - Funções de fluência e relaxação	120
VII.1 - Funções da literatura (Byfors, Bazant (Model B3), CEB-FIP/90)	120
VII.2 - Metodologia sugerida	123
VII.3 - Obtenção das curvas de relaxação (metodologia habitual)	125
VIII - Metodologia de análise empregada	128
VIII.1 - Resistência à compressão	128
VIII.2 - O módulo de elasticidade	129
VIII.3 - Metodologia para fluência	129
VIII.4 - Aplicação do modelo de Kelvin para fluência	131
VIII.5 - Geração das curvas de relaxação pelo modelo de Maxwell	132
IX - Resultados das análises	133
IX.1 - Curvas de resistência à compressão	133
IX.2 - Curvas de módulo de elasticidade	138
IX.3 - Curvas de fluência comparadas com CEB-FIP/90	143
IX.4 - Curvas de fluência comparadas com a função de Byfors	151
IX.5 - Curvas de fluência pela série de Dirichlet - Cadeia de Kelvin	164
IX.6 - Curvas de relaxação pela série de Dirichlet - Cadeia de Maxwell	174
X - Conclusões	180
XI - Bibliografia	186

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O concreto é um material que apresenta o fenômeno de envelhecimento, ou seja, suas propriedades evoluem em função do estado de avançamento da reação de hidratação entre o cimento e a água.

Do ponto de vista de uma análise dos efeitos diferidos, como fluência e relaxação, o fenômeno do envelhecimento impõe a consideração da dependência das funções que descrevem estes fenômenos em relação a um parâmetro que chamamos idade de carregamento, para o qual utilizamos a nomenclatura  $t'$ . Sendo assim, contrariamente a outros materiais como os metais, cuja descrição do comportamento reológico depende apenas da diferença entre o tempo atual (que chamaremos de  $t$ ) e a idade  $t'$  (ou seja, o comportamento é função de  $t-t'$ ), o concreto deve ter suas funções de fluência e relaxação definidas em função de  $t$  e de  $t'$ .

É bastante conhecido o comportamento reológico dos concretos após as idades de 3 ou 7 dias. Entretanto, as primeiras idades a partir do final da pega, normalmente não são sequer consideradas em muitas análises. Quando a sua consideração se torna indispensável, geralmente são feitas aproximações ou extrapolações de curvas que são deduzidas a partir do comportamento verificado para as idades a partir dos 3 dias.

Tal fato pode ser exemplificado com o estudo das tensões térmicas em barragens de concreto. Uma análise mais apurada, com a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF), necessita da consideração de tempos discretos que correspondem a poucas idades do concreto. O não conhecimento das funções reológicas a estas poucas idades leva os analistas a utilizarem, seja parâmetros extrapolados das funções determinadas para após a idade de 3 dias, seja a considerar parâmetros constantes iguais àqueles determinados para a idade de 3 dias.

Estes procedimentos são adotados, pela inexistência na literatura e nas Normas Técnicas de funções que descrevam de forma confiável as deformações diferidas do concreto para poucas idades. A inexistência destas funções deve-se à complexidade da realização de ensaios, uma vez que nas poucas idades existe uma grande dificuldade no que concerne a instrumentação, além do fato do comportamento do concreto sofrer variações intensas em pequenos intervalos de tempo. O concreto em idades entre o final da “pega” e cerca de um dia, dificulta consideravelmente a fixação de instrumentos para medidas de deformações,

bem como, o próprio manuseio dos elementos devido a serem muito quebradiços nas primeiras idades.

Esta utilização de funções extrapoladas, pode ocasionar erros no dimensionamentos das estruturas analisadas, tendo como consequência custos desnecessários, pela necessidade da elevação dos coeficientes de segurança, tendo em vista o grau de incerteza sobre métodos utilizados no estudo destas estruturas.

Conforme foi visto anteriormente, as estruturas de concreto massa, entre as quais podemos citar as barragens de gravidade, necessitam do conhecimento do comportamento do concreto a poucas idades, pois é a partir deste conhecimento que se pode ter uma maior certeza de como será o comportamento nas idades mais elevadas.

Entretanto, outros tipos de estruturas, como aquelas que utilizam concreto protendido, ou mesmo concreto armado, sendo entretanto utilizados concretos de alto desempenho (onde são utilizados vãos de maiores dimensões e mais esbeltos, portanto mais deformáveis), tornam indispensável o domínio do comportamento reológico dos concretos, inclusive o comportamento a poucas idades.

A partir da metade da década de 70, têm sido desenvolvidos complexos programas de computador que simulam o comportamento reológico do concreto, porém, sem as funções adequadas, estes programas perdem em precisão, exigindo extrapolações onde nem sempre é possível ser avaliado o grau de segurança.

Visando contribuir para a solução deste problema, desenvolveu-se este trabalho de pesquisa no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, com o fim de obter-se uma descrição matemática do comportamento reológico do concreto nas primeiras idades até às idades mais avançadas e que pudesse atender a diversos tipos de concreto, desde os considerados comuns até aos concretos aditivados considerados como concretos de alto desempenho (CADs).

Este trabalho pode ser dividido em duas etapas que descrevemos a seguir:

1- Desenvolvimento de pesquisa experimental objetivando a geração de uma base de dados que pudesse servir de ponto de partida para o desenvolvimento de funções matemáticas relativas ao comportamento do concreto a poucas idades, uma vez que estes dados não são disponíveis na literatura, especialmente para concretos nacionais, moldados com materiais e condições climáticas do Brasil.

Durante a fase inicial de desenvolvimento desta nossa pesquisa pudemos constatar que praticamente não são relatados na literatura ensaios reológicos sobre concretos comuns e concretos aditivados com superplastificante e/ou microssilica, considerados concretos de Alto Desempenho. Nos poucos casos relatados na literatura, geralmente tratam-se de concretos com cimentos e agregados de características diferentes daqueles usados no Brasil.

Esta parte experimental englobou a realização de ensaios reológicos (resistência à compressão, determinação do módulo E, fluência, retração, relaxação e temperatura) em

concretos de variados traços. Para sua realização foram desenvolvidos no laboratório de reologia, equipamentos para os ensaios, envolvendo o projeto dos mesmos e a obtenção de materiais e técnicas adequadas.

2- Na segunda etapa, utilizando-se o banco de dados desenvolvido, buscou-se a adequação do comportamento reológico destes concretos com modelos matemáticos que os pudessem descrever da forma o mais precisa possível. Neste encaminhamento foram utilizadas funções conhecidas da literatura como as de Bazant (BP-KX Model e Model B3), CEB-FIP/90 e do Swedish Handbook for Concrete Construction (Byfors-Pfefferle), além da série de Dirichlet aplicada ao modelo da cadeia de Kelvin para comparações com os resultados obtidos. Para a utilização da série de Dirichlet aplicada à cadeia de Kelvin na obtenção de curvas de fluência e aplicada à cadeia de Maxwell para a obtenção das curvas de relaxação foram desenvolvidos os programas ESPECKEL e ESPECMAX a partir de uma versão original do ESPECMAX anteriormente desenvolvida no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ.

Os tópicos desta tese são organizados como mostrado a seguir:

No capítulo II do presente trabalho é feita uma discussão das características físicas mais importantes do concreto, discutindo-se os tópicos especiais a serem analisados na etapa dos ensaios, bem como, são apresentados os concretos de Alto Desempenho (CADs), com uma discussão sobre suas características comparativamente aos concretos comuns. Neste capítulo discutimos ainda as definições de concretos considerados como de Alta Resistência e de Alto Desempenho.

No capítulo III é apresentado o problema reológico analisado, acima mencionado, sendo desenvolvidas discussões sobre seus objetivos e metas previamente definidas, bem como a sua importância de ordem prática para o dia-a-dia da Engenharia Estrutural e científica para o campo da pesquisa. Cada tópico dos estudos reológicos é desenvolvido para uma melhor compreensão futura dos objetivos do trabalho. É desenvolvida também, sob o ponto de vista da análise reológica, uma comparação entre os concretos considerados comuns e os CADs.

No capítulo IV é realizada uma apresentação e uma discussão dos modelos matemáticos normalmente utilizados para descrever a reologia do concreto, relatando-se as vantagens e inconvenientes de cada um deles. Seguidamente, o modelo da cadeia de Kelvin é mais detalhado por tratar-se daquele que mais se adequa à descrição da fluência dos concretos de maneira geral. Neste capítulo apresenta-se a descrição matemática dos fenômenos reológicos a partir das formulações integral e diferencial.

No capítulo V será apresentado o programa de ensaios realizado no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, durante os anos de 1989 a 1993. Serão apresentados os tipos de traços escolhidos, seus motivos e a programação prévia. Aqui, os ensaios de fluência, retração, relaxação, resistência à compressão e determinação do módulo de deformação longitudinal do concreto (ou de elasticidade), são descritos em detalhes incluindo equipamentos, métodos e justificativas para as técnicas utilizados. As técnicas de desenvolvimento de equipamentos dos ensaios são apresentadas e discutidas. Consta deste capítulo um cronograma dos ensaios realizados.

No capítulo VI são apresentados os resultados dos ensaios desenvolvidos em laboratório, ou seja, apresentamos um conjunto de curvas de resistência à compressão, módulo de elasticidade, fluência, retração, relaxação e temperatura, sendo neste caso comparadas a do ambiente e a do interior do corpo de prova.

No capítulo VII são apresentadas funções que descrevem o comportamento da resistência à compressão e o módulo de elasticidade contidas no código modelo do CEB/90 [05], as funções de fluência existentes na literatura atual, como as funções de Byfors (Swedish Handbook of Concrete), CEB-FIP/90 e Bazant, com o seu modelo mais atual, o Model B3. Estas funções são analisadas do ponto de vista de suas formas gerais de utilização e apresentação. Na segunda parte do capítulo é descrita a aplicação da série de Dirichlet descrevendo a cadeia de elementos de Kelvin que consegue apresentar um ajuste excelente para quaisquer tipos de concreto. Nesta etapa são mostradas as modificações introduzidas no programa ESPECMAX original para a geração do programa ESPECKEL que desenvolve curvas de acordo com a cadeia de KELVIN. Na terceira parte incluímos a metodologia habitualmente empregada para a obtenção de curvas de relaxação a partir das funções de fluência, bem como as adaptações necessárias para a utilização do programa ESPECMAX dentro dos objetivos desta tese.

No capítulo VIII apresentamos a metodologia utilizada para o desenvolvimento das curvas de resistência à compressão, módulo de elasticidade e de fluência que permitam a comparação com as curvas obtidas experimentalmente. Apresentamos o encaminhamento utilizado para a obtenção das curvas de fluência a partir da cadeia de Kelvin, utilizando-se o programa ESPECKEL.FOR. Finalmente, apresentamos a sequência de procedimento adotada para a obtenção das funções de relaxação, através da inversão das funções de fluência descritas pela série de Dirichlet e sua utilização no programa ESPECMAX.FOR.

No capítulo IX, fazemos a apresentação em uma primeira parte, os resultados comparativos entre as curvas de resistência à compressão e módulo de elasticidade entre alguns ensaios e as funções recomendadas pelo CEB-FIP/90. A seguir apresentamos ainda a comparação entre o comportamento das curvas de fluência de laboratório e aquelas geradas pelas funções do CEB-FIP/90 e as geradas pela função do Swedish Handbook of Concrete, conhecida como função de Byfors. Esta função é também analisada do ponto de vista comparativo, onde o desenvolvimento da função é comparado ao da série de Dirichlet.

A seguir mostraremos as curvas de fluência obtidas pela utilização da cadeia de KELVIN, introduzindo curvas de fluência com idades de carregamento intermediárias às ensaiadas. Finalmente mostraremos o resultado das comparações entre as curvas de relaxação experimentais e aquelas obtidas pelo desenvolvimento da relaxação pela cadeia de Maxwell. Após cada um dos conjuntos de resultados apresentamos comentários analisando o seu comportamento relativo.

No capítulo X apresentamos nossas conclusões sobre o trabalho desenvolvido na COPPE/UFRJ, que é aqui apresentado, ressaltando o campo de aplicação que é muito extenso. Nesta etapa procuramos desenvolver um roteiro para aplicação do estudo e das conclusões aqui apresentadas, em análises e projetos da Engenharia prática. São discutidas

vantagens e desvantagens da aplicação da metodologia sugerida, bem como, são mostrados os casos onde a tecnologia deve ser utilizada, bem como, são fornecidos subsídios para que o projetista possa avaliar onde e quando a tecnologia deve ser utilizada.

Finalmente, encerramos o trabalho com a apresentação da bibliografia consultada durante o decorrer do desenvolvimento do presente trabalho.

## CAPÍTULO II

### CONCRETOS

O concreto é um material cujas características variam com o tempo. Composto habitualmente de cimento, areia, pedra britada e água, recentemente vem recebendo adições de outros componentes, no intuito de se melhorar suas características, obter-se reduções de custos nas construções de um modo geral e ainda, de se obter um material cada vez mais nobre e com mais versatilidade para aplicações frequentemente inovadoras. Assim sendo, são bastante atuais as classificações de concretos de alto desempenho (CAD). Neste capítulo, procuraremos discutir as características físicas básicas do concreto, numa primeira etapa e posteriormente faremos uma breve discussão das principais características modificadas pela introdução de aditivos superplastificantes, microssílicas e outros componentes reativos ou não.

#### II.1 - Características físicas:

O concreto é um material de características complexas, que variam para cada traço de concreto e também em função da idade.

Procuraremos apresentar aqui os conceitos básicos de algumas destas características, especialmente quanto às primeiras idades, que é a fase onde as modificações são muito dinâmicas e onde o seu desenvolvimento influenciará de forma definitiva o comportamento nas idades adultas.

##### II.1.1 - Grau de hidratação (grau de maturidade):

O grau de hidratação do concreto, mede a evolução da reação química entre o cimento e água, ou seja, a reação de hidratação do cimento. O grau de hidratação,  $\alpha$ , será tomado como zero, se a reação química ainda não se iniciou e será considerada igual a 1 (hum), quando a reação puder ser considerada concluída. Pode-se considerar com boa aproximação a existência de uma relação linear entre o grau de hidratação e o desenvolvimento da resistência à compressão do concreto. Assim sendo, diversos trabalhos, que serão mencionados posteriormente, têm demonstrado que uma elevação de temperatura, aumentará a velocidade de hidratação da mistura e conseqüentemente teremos uma elevação da resistência do concreto logo nas primeiras idades [02], entretanto, uma elevação de temperatura nestas primeiras idades ocasionará perdas nas resistências finais, ou seja, as resistências finais serão inferiores àquelas que o mesmo concreto poderia atingir num certo patamar de idade se não tivesse sofrido uma ação de aquecimento durante sua fase de concreto jovem.

Uma grande quantidade de fatores influem no desenvolvimento da reação de hidratação. Estas influências são consideravelmente maiores nas primeiras idades do concreto, quando o material ainda não tem suas características definidas. Entre os principais fatores que influenciam a reação de hidratação podemos mencionar o tipo do cimento, o fator água-cimento, a temperatura ambiente, os agregados, os aditivos e o procedimento de cura utilizado. As características do cimento que mais nitidamente podem servir como parâmetros para definir sua influência no processo de hidratação são sua composição química e do seu grau de finura [01]. É sabido que o  $C_3S$  (Silicato tricálcico) é o componente do cimento que dá maior contribuição durante a fase jovem do concreto, pois, um aumento de sua proporção na mistura antecipa e aumenta a quantidade de calor a ser liberado pela reação exotérmica do cimento, aumentando assim o grau de hidratação. Para explicar este efeito, é importante considerar que, assim como outras reações químicas, a reação entre o cimento e a água é um processo exotérmico, isto é, onde ocorre liberação de calor. Além disto, a hidratação do cimento é uma reação termo-ativada, o que significa que a velocidade na qual a reação química se processa, cresce com a temperatura e que, conseqüentemente, a evolução das propriedades do concreto é dependente da temperatura [32]. Na seqüência temos o  $C_2S$  (Silicato dicálcico), o  $C_3A$  (Aluminato tricálcico) e o  $C_4AF$  (Ferro aluminato tetra cálcico), sendo os dois últimos de importância bem reduzida.

Durante a fase inicial de endurecimento, o grau de hidratação vai de zero a 0,75 [01] apenas entre as 8 horas de idade (final da pega) e cerca de 7 dias. Esta evolução é semelhante no desenvolvimento da resistência à compressão. O módulo de elasticidade tem um desenvolvimento mais acentuado como poderemos observar mais adiante.

Emborg [02] descreve o grau de hidratação do concreto como sendo dado pela seguinte equação:

$$\alpha = \exp\left\{-\lambda_1 \left[\ln(1 + t_e / t_1)\right]^{-\kappa_1}\right\} \quad (\text{Eq.2.1})$$

onde  $\lambda_1$ ,  $t_1$  e  $\kappa_1$  são valores obtidos em ensaios de geração de calor adiabático, os quais têm sido recomendados pelo Swedish Standard Portland Cements [02]. O termo  $t_e$  é o tempo de maturidade equivalente que veremos a seguir.

De uma forma geral o grau de hidratação se confunde com a maturidade do concreto que é o tempo equivalente de cura do mesmo. Este tempo equivalente de cura, ou seja, a maturidade do concreto, é calculado de acordo com o conceito de energia ativada, ou melhor, a função de Arrhenius [02], a qual tem apresentado bons resultados ao ser comparada com diversas pesquisas como as de Freiesleben-Hansen e Pedersen [02]. Assim, a maturidade é dada por:

$$t_e = \int_0^t \beta_T dt \quad (\text{eq.2.2})$$

onde:

$$\beta_T = \exp \frac{U_h}{R} \left( \frac{1}{293} - \frac{1}{T} \right) \quad (\text{eq.2.2.a})$$

sendo:

T = temperatura do concreto, K

$U_h$  = energia de ativação da hidratação, J/mol

R = Contante geral dos gases, 8.314 kJ/(mol.K)

Vários fórmulas para a energia de ativação têm sido propostas. Na literatura, são referenciadas as seguintes:

Bazant e Wu (1974) [02] encontraram  $U_h/R \approx 2700$  K;

Johansson (1984) [02] encontrou  $U_h/R = \Theta_{ref} (30/(T-263))^{**\chi_3}$ , sendo  $\Theta_{ref} = 4600$  K e o expoente  $\chi_3 = 0.39$  para cimentos suecos comuns (Slite);

Freiesleben-Hansen e Pedersen (1977) [02] encontraram  $U_h=33500$  J/mol para  $T>293$ K.

## II.1.2 - Resistência à compressão:

Certamente é a característica do concreto mais mencionada, mais estudada e a mais conhecida. Na grande maioria das aplicações do concreto, a resistência à compressão é o fator cuja variação determina o tipo de concreto a ser aplicado, como será dosado e que formas deverá atingir. Devido a ser a característica mais estudada, a resistência à compressão é tomada como referência para a determinação de praticamente todas as demais características do concreto, como a resistência à tração, o módulo de elasticidade, os coeficientes de fluência, de retração e de relaxação. O cálculo da resistência à compressão nas diversas idades do concreto é função geralmente da idade do mesmo e da função de maturidade.

Byfors [03] atenta para a importância da forma de se obter os valores da resistência à compressão do concreto, uma vez que uma grande quantidade de fatores influenciam de forma determinante estas leituras, tais como: as dimensões, o formato dos corpos de prova, a mistura, a temperatura do concreto ensaiado, o meio ambiente (temperatura e umidade relativa do ar), além da velocidade de carregamento e as condições das bases das prensas.

O cuidado no acompanhamento da resistência à compressão do concreto apresenta importância especial nas baixas idades do concreto, onde até 3 dias de idade, os concretos normais atingem cerca de 40 a 50% de sua resistência total [07].

Na hidratação do cimento inicia-se a reação química que a seguir criará elos com os agregados (veja figura 2.1). Ao secarem, os materiais componentes do concreto, passarão a ser um único material sólido, já com uma resistência razoável, porém, ainda crescente ao longo do tempo. Estas reações com o passar do tempo vão fortalecendo cada vez mais as ligações entre os materiais.

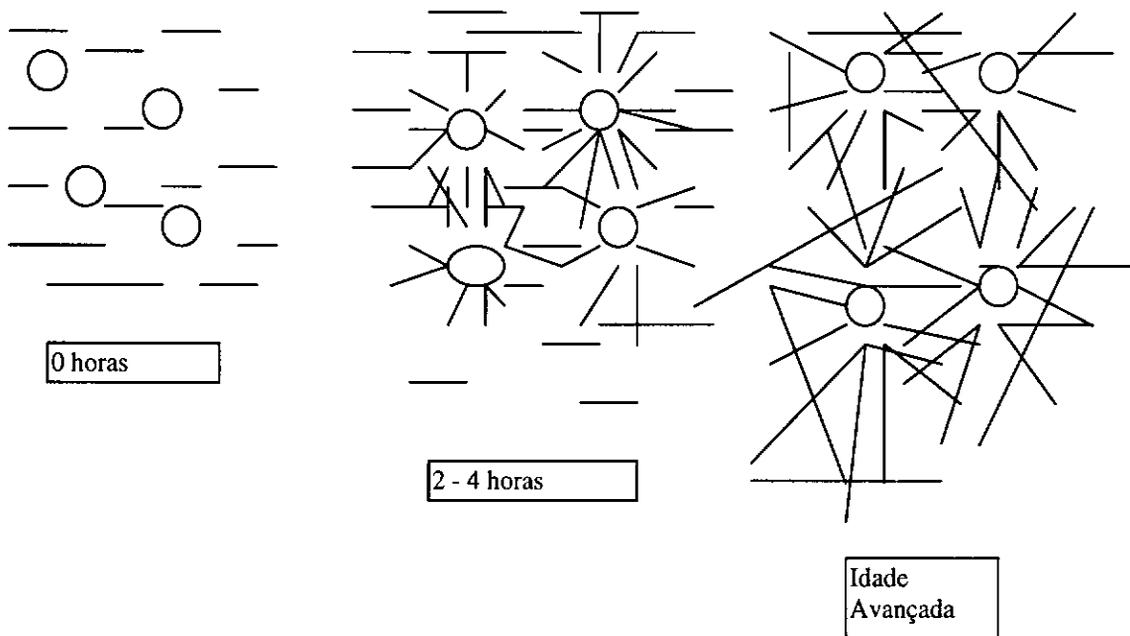


Fig. 2.1 - Esquema de endurecimento da pasta de cimento.

Os principais fatores que alteram de forma significativa a resistência final à compressão de um determinado concreto a partir do momento da mistura são:

- grau de hidratação;
- as proporções da mistura;
- as condições de cura.

Quanto ao grau de hidratação, já vimos no item anterior a sua importância para o concreto. Em relação às proporções da mistura, as relações entre cimento, areia e brita têm forte influência quanto ao comportamento do concreto, entretanto, nada pode afetar mais significativamente o processo de endurecimento do concreto quanto o fator  $A/C$ , ou seja, o fator água:cimento. Este índice tem uma importância muito elevada, uma vez que o grau de hidratação do concreto depende diretamente dele. Quanto maior for o fator  $A/C$ , menor será a resistência à compressão que o concreto atingirá, uma vez que além da quantidade de água necessária para a reação de hidratação do cimento, qualquer quantidade ocasionará redução da temperatura da massa, bolsões vazios (de onde posteriormente a água se evaporará) e uma quantidade muito grande de tubos, chamados de poros do concreto, por onde a água caminha sob pressão gerada por variação de temperatura ou mesmo pressionada pela movimentação interna das partículas que a expulsa do interior da massa, deixando atrás de si um imenso volume de vazios. Na prática, é impossível de se trabalhar com o fator água:cimento extritamente necessário, ou seja, um fator  $A/C$  da ordem de 0,28, uma vez que a trabalhabilidade da massa será muito reduzida impedindo o aproveitamento do material. Fatores entre 0,5 e 0,8 são utilizados comumente nas obras correntes.

Quase tão importante quanto o fator A/C, podem ser consideradas as condições de cura do concreto. Concretos de idades reduzidas expostos a insolação, ou a condições que facilitem a evaporação da água de superfície, certamente não serão concretos de boa qualidade, uma vez que as águas internas da massa serão sugadas para a superfície pela diferença de pressão superficial, por vezes não deixando água suficiente no interior da massa para o desenvolvimento da reação de hidratação, ou como acontece na grande maioria dos casos deixando uma grande quantidade de poros no concreto.

A RILEM através dos anais de seu congresso de 1982 [04], chama a atenção para as consideráveis reduções nas resistências dos concretos desformados precocemente (com algumas horas de moldado), ou mais rapidamente nas aplicações com formas deslizantes, ou naqueles curados sob temperatura elevada, semelhante aos concretos com secagem acelerada (testados em túneis de vento).

Os métodos de ensaios para obtenção da resistência à compressão dos concretos já são normalizados praticamente em todos os países, sendo realizada através do rompimento em prensa de carregamento axial, os corpos de prova, em geral cilíndricos  $\Phi 15 \times 30\text{cm}$ , retirados por amostragem do concreto moldado.

O comportamento da resistência à compressão pode ser descrito em função da idade do mesmo, por diversas equações encontradas na literatura, apresentando-se aqui apenas duas, uma delas em função do tempo equivalente de cura, a maturidade e outra mais comumente usada, em função da resistência do concreto aos 28 dias que é a função do CEB-FIP/90.

Equação em função da maturidade conforme apresentada por Byfors em [02]:

$$f_{cc}(t) = \frac{a_1 t_e^{b_1}}{1 + \frac{a_1}{a_2} t_e^{(b-b_2)_1}} \cdot f_{cc}^{28} \quad (\text{eq. 2.3})$$

sendo  $t_e$  o tempo equivalente de cura (horas) indicado na equação 2.2 citada anteriormente e  $f_{cc}^{28}$  a resistência à compressão do concreto (ensaiado o cubo). Os coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  e  $b_2$  representam a influência dos fatores mencionados anteriormente, exceto a temperatura. Estes coeficientes foram ajustados por Johansson (1984) [02] para concretos moldados com cimentos suecos, através do método dos mínimos quadrados.

Equação do CEB-FIP/90 [05] utilizada no presente trabalho:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (\text{Eq. 2.4})$$

onde  $f_{cm}$  é a resistência a compressão aos 28 dias e  $f_{cm}(t)$  a resistência na idade considerada, enquanto  $\beta_{cc}$  é:

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t/t_1} \right) \right] \right\} \quad (\text{Eq. 2.4.a})$$

sendo  $t$  a idade a ser considerada em dias e  $t_1 = 1$  dia.  $S$  é um coeficiente que depende do tipo de cimento:

$s = 0,20$  para cimento de endurecimento rápido e alta resistência;

$s = 0,25$  para cimento de resistência normal e endurecimento rápido;

$s = 0,38$  para cimentos de endurecimento lento.

Esta equação, ajustando-se devidamente o valor de  $s$ , apresenta ajuste de boa precisão para os concretos moldados no Brasil (no capítulo IX deste trabalho apresentaremos resultados comparativos), desde idades inferiores a um dia até idades avançadas, sendo portanto, de muitíssima utilidade nos estudos dos concretos de forma geral, conforme poderá ser observado no capítulo VII deste trabalho, relembrando-se ser a resistência à compressão função para determinação de todas as demais características do concreto. Naturalmente, existem diversas outras funções que apresentam resultados até razoáveis, entretanto, optamos pela função do CEB-FIP/90 por considerarmos ser aquela que melhor reflete o comportamento da resistência à compressão do concreto.

### II.1.3 - Módulo de Elasticidade:

O concreto não é um material perfeitamente elástico. Sua relação tensão-deformação instantânea não tem comportamento linear reversível e além disto esta relação tensão deformação varia com a idade (grau de hidratação) do material.

A própria nomenclatura referente a este parâmetro é bastante discutida. Alguns defendem a nomenclatura utilizada neste trabalho (módulo de elasticidade, ou módulo  $E$ ) e no próprio CEB [05], pois apesar de não se tratar de um material propriamente elástico, o concreto é habitualmente usado em tensões não superiores a 50% de sua capacidade de carga, campo este, que pode ser considerado elástico, justificando assim a nomenclatura. Outros autores, como a NBR 6118 brasileira, trata como módulo de deformação longitudinal do concreto, isentando-se da discussão sobre a elasticidade do concreto. Manteremos neste trabalho a nomenclatura já mencionada, uma vez tratar-se de mais usual, especialmente na literatura internacional.

Em geral, para as verificações e dimensionamento de peças de concreto, é utilizado o módulo estático, secante ou o tangente na origem. Byfors [03] aconselha a utilização do módulo de elasticidade secante para o concreto nas idades jovens. Este módulo é determinado segundo metodologia recomendada pela RILEM [33], através de aplicação de simples carregamento por carga axial em um corpo de prova e o acompanhamento da

variação dos valores de cargas e das deformações, durante ciclos de cargas e descargas com variações de tensões entre 30 e 50% da resistência última do corpo de prova na idade do ensaio.

Byfors [03] apresenta os resultados dos trabalhos de diversos autores sobre o comportamento do módulo de elasticidade do concreto. Todas as investigações concluem pela evolução acentuada do módulo de elasticidade em relação à resistência à compressão nos concretos denominados jovens, permanecendo praticamente estável após os 28 dias de idade (veja fig. 2.2). Esta evolução acentuada do módulo de elasticidade em relação à resistência à compressão, no entanto, mantém uma grande vinculação, podendo ser consideradas interligadas numericamente, conforme pode ser visto pelas equações 2.4 e 2.5.

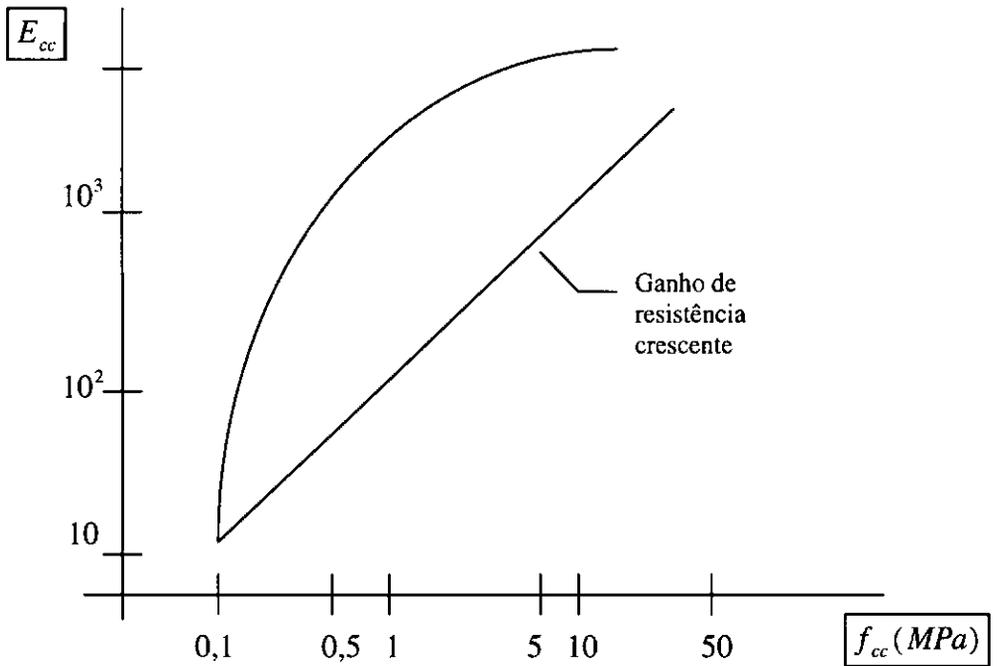


Fig. 2.2 - Evolução do módulo E.

Também neste caso, vários fatores influenciam o desenvolvimento do módulo de Elasticidade em relação ao tempo, como a relação água-cimento, a temperatura de cura e o tipo de cimento utilizado, sendo entretanto, bastante plausível que se relacione o módulo E apenas com o ganho de resistência à compressão do concreto, que conforme foi visto anteriormente, é uma grandeza de mais fácil determinação e que segue um condicionamento bastante rigoroso.

A determinação do módulo E estático, é sempre afetada pela fluência do concreto e sendo maior a tendência do concreto jovem para as deformações diferidas, o comportamento do módulo E nesta fase do concreto será consideravelmente mais afetada. O módulo E dinâmico (obtido através de ensaio dinâmico) é praticamente independente da fluência, sendo habitualmente tomado como sendo  $1.2 \times E_{est}$ . para o concreto endurecido. Esta

pequena variação é ainda creditada aos efeitos da fluência. Para o concreto jovem, o módulo E dinâmico chega a valores de  $1.6 \times E_{est}$  [07].

Conforme poderemos ver nos capítulos VI e IX desta tese, a correlação entre ensaios de fluência e ensaios de relaxação mostra uma diferença nítida entre os módulos E calculados a partir destes dois tipos de ensaio para o concreto jovem. Esta diferença é explicada pela intervenção dos fenômenos diferidos que não é a mesma no sistema de aplicação de carga no ensaio de fluência e no de relaxação. Remetemos o leitor aos capítulos VI e IX desta tese para uma visão mais aprofundada do fenômeno.

Vários autores, na tentativa de melhor reproduzir os efeitos viscoelásticos do concreto, desenvolvem outras formulações e mesmo diversos outros tipos de módulo de elasticidade, como o efetivo, por exemplo. Em [07] é feita uma apresentação do problema. Neste trabalho, adotamos a formulação que descreve o desenvolvimento do módulo E ao longo do tempo indicada pelo CEB [05] que apresentou um bom ajuste aos casos dos concretos por nós ensaiados como será apresentado posteriormente, no capítulo IX. A formulação é a seguinte:

$$E_c(t) = \beta_E(t) \times E_c \quad (\text{Eq.2.5})$$

onde:

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5} \quad (\text{Eq. 2.5.a})$$

sendo  $E_c(t)$  o módulo de elasticidade na idade t (em dias);

$E_c$  o módulo de elasticidade aos 28 dias;

$\beta_E(t)$  é o coeficiente dependente da idade do ensaio (em dias);

$\beta_{cc}(t)$  é o coeficiente dado anteriormente na eq. 2.4.a.

#### II.1.4 - Resistência à tração:

A resistência à tração do concreto (devida à aplicação de esforço de tração axial ao elemento) pode ser considerada como sempre diretamente dependente da resistência à compressão. Toda a visualização e entendimento de seu comportamento recai nas influências sobre a resistência à compressão. Apesar disto, diversas pesquisas na área têm sido desenvolvidas e os resultados têm direcionado para o fato de uma tendência de crescimento da resistência à tração superior à da resistência à compressão, conforme indicado por Kasai et al. [02] e [15] e recentemente por Byfors [03]. O CEB [05] recomenda que em condições normais a resistência à tração média aos 28 dias seja tomada como o produto da constante  $1,4 \cdot f_{ck}^{2/3}$  sendo o  $f_{ck}$  dado em MPa. Para casos de

carregamentos especiais outras considerações deverão ser feitas como indicado naquele trabalho.

### II.1.5 - Coeficiente de Poisson:

O coeficiente de Poisson, pode ser considerado constante para cada concreto ao longo de toda a sua vida, é tomado conforme o CEB-FIP [05] como estando dentro de uma faixa de 0,1 a 0,2, desde que as tensões estejam aplicadas entre  $-0,5 \cdot f_{ck}$  e  $f_{ctk}$  do concreto. Neste trabalho adotaremos o valor de 0,18 conforme recomendado nos trabalhos de Emborg [02] e Bazant [20].

### II.2 - Os concretos de Alto Desempenho (CADs):

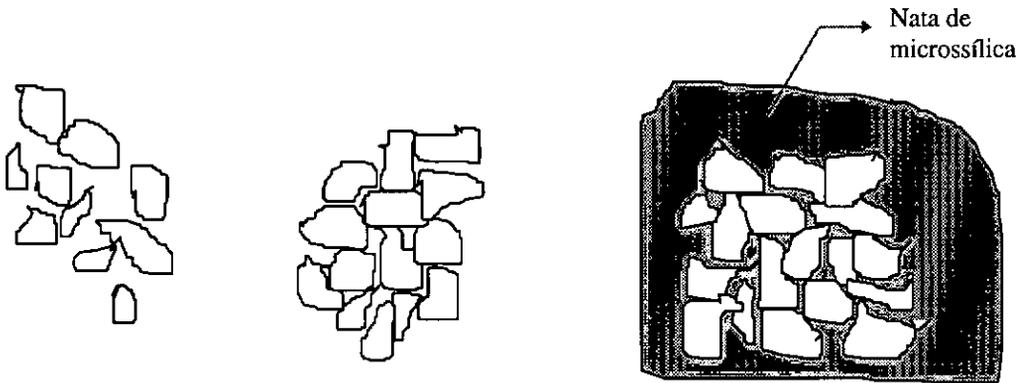
São considerados Concretos de Alto Desempenho (CAD) aqueles concretos que apresentam comportamentos gerais superiores aos concretos habitualmente utilizados no dia a dia das construções. Estes concretos, muitas vezes são confundidos com os Concretos de Alta Resistência (CAR), tendo em vista apresentarem resistência à compressão normalmente superior aos considerados concretos normais. Segundo artigo recentemente publicado na revista do IBRACON (Instituto Brasileiro do Concreto) [09] são considerados concretos de classe alta aqueles que apresentem resistência à compressão aos 28 dias entre 50 e 90MPa, sendo a partir daí considerados ultra-alta.

Os concretos de Alto Desempenho são desenvolvidos a partir do concreto convencional com a introdução geralmente de dois tipos de aditivos (ou apenas um deles), os minerais e os químicos. Estes concretos, apesar de terem os mesmos componentes primários dos concretos comuns (cimento, areia e brita), não dependem de alteração nos agregados, (embora esta alteração nos agregados possa ocorrer com a utilização de agregados especiais para se obter concretos de ultra alta resistência), sendo principalmente modificados devido à sua aditivização, quando sofrem alterações em praticamente todas as suas características, em maior ou menor quantidade conforme as dosagens e os aditivos adotados. Características tais como a resistência à compressão e à tração, resistências nas baixas idades, adesão a concretos antigos, resistência à abrasão, proteção contra a corrosão das armaduras nele embutidas, resistência química, durabilidade, impermeabilidade, estabilidade volumétrica, módulo de elasticidade e resistência ao fogo, entre outras, são melhoradas de forma considerável, ou seja em percentuais que podem variar entre 10 e 100%.

Entre os aditivos minerais, a microssílica, ou fumo de sílica, ou ainda fumo de silício, é aquela que vem apresentando um maior desenvolvimento de uso e de pesquisas, embora a cinza volante e as pozolanas em geral, possam ser consideradas como aditivos minerais. A microssílica, que é o óxido de silício metálico, com pureza da ordem de 85% (as mais puras são utilizadas na indústria dos refratários) é um pó com peso específico aparente entre 0,2 e 0,3g/cm<sup>3</sup>, cerca de 100 vezes mais fino que o cimento, obtido da filtragem das chaminés (afim de reduzir a poluição) dos fornos siderúrgicos de ferro-silício. Trata-se de uma

espécie de gás que se transforma em pó muito fino pela sua oxidação em contato com o ar, conforme definido em [09].

A dispersão da microsilica dentro da mistura dos componentes do concreto melhora muito o desempenho da parte ligante, aumentando a sua ação de aderência aos agregados, armaduras e eventualmente às fibras. Isto é consequência direta da micro estrutura melhorada resultante das características especiais da microsilica, anteriormente mencionadas, conforme pode ser observado na figura II.3.



a - Cimento Portland(CP) b - CP + Superplastificante(SP) c - CP+SP+Microsilica

Fig. II.3 - A estrutura da pasta de cimento no concreto fresco.

A presença dos aditivos minerais dentro do concreto, faz com que os mesmos absorvam muito mais água, devido à elevada superfície específica a ser molhada (cerca de  $30m^2$  por grama no caso da microsilica), levando a uma grande redução da trabalhabilidade do concreto fresco. Esta característica, praticamente obriga a introdução de aditivos químicos denominados superplastificantes, ou superfluidificantes, para compensarem esta nova destinação da água, sem que seja necessária a elevação do fator água-cimento para compensação da trabalhabilidade perdida. Esta introdução de água, ocasionaria perda de resistência e das boas qualidades adquiridas pelos aditivos minerais.

A microsilica é um material que de um certo ponto de vista, pode ser considerado uma pozolana ao se realizarem testes de pozolanicidade, quando se constata que a mesma reage com o hidróxido de cálcio liberado pela reação de hidratação do cimento. Por um outro lado a microsilica não deve ser tratada como uma pozolana devido ao fato de que a reação pozolânica não é a base dos efeitos da microsilica no concreto. Os aspectos físicos e químicos característicos da microsilica são tais que se pode produzir um concreto de natureza bem diferente do que é obtido com pozolanas moídas ou somente com o cimento. Pode-se assim afirmar que o concreto com microsilica é um concreto muito superior ao que se obtém com a pozolana convencional ou sem ela.

Quanto à dosagem, os concretos de alto desempenho recebem a microssílica em doses de 5 a 15% do peso de cimento, utilizando os superplastificantes em dosagens de 1 a 3% do peso de cimento, devendo-se especificar sempre as menores dosagens possíveis deste material. A consideração da microssílica no traço deve ser considerada como um novo componente reagente, substituindo parte do cimento na dosagem e não sendo a ele somada como os aditivos convencionais. Desta forma o fator água-cimento deverá passar a ser considerado como água/(cimento + microssílica).

Quanto à melhoria de qualidade dos concretos CAD, espera-se resistência à compressão e à tração consideravelmente mais elevadas, devido à redução dos poros habitualmente existentes naqueles concretos de elevados fatores a/c. Somente considerando-se esta redução teremos concretos mais impermeáveis, conseqüentemente mais resistentes a ataques químicos e de muito maior durabilidade - ver esquema da fig. II.4. A presença da microssílica garantirá uma grande aderência entre os concretos novos e os velhos, para os casos de emendas de concreto, dispensando-se a aplicação das soldagens químicas à base de epóxi, geralmente de alto custo e difícil aplicação. Pela redução do fator a/c dos concretos CAD teremos uma menor liberação de calor de hidratação minorando os riscos de fissuração ocasionada pelas tensões térmicas.

Os concretos de resistência à compressão elevadas (acima de 50MPa aos 28 dias) apresentam uma relação tensão deformação mais linear, mesmo nas altas resistências, uma menor deformação para as tensões mais elevadas, bem como uma parte descendente do diagrama mais acentuada (tipo função degrau) [08]. Esta última parte leva à crença de que a ruptura dos concretos de alta resistência seja frágil, devido ao tipo de rompimento explosivo que ocorre nas prensas, entretanto, esta ocorrência pode ser ocasionada pela grande quantidade de energia acumulada nos equipamentos de ruptura que a libera de uma só vez. Em prensas onde seja possível o controle da deformação dos corpos de prova este efeito torna-se suave. A ruptura frágil, conforme mencionam Amaral e Zamarion em [09] somente ocorrerá nas estruturas se estas não forem dimensionadas e armadas adequadamente dentro das características do material em uso.

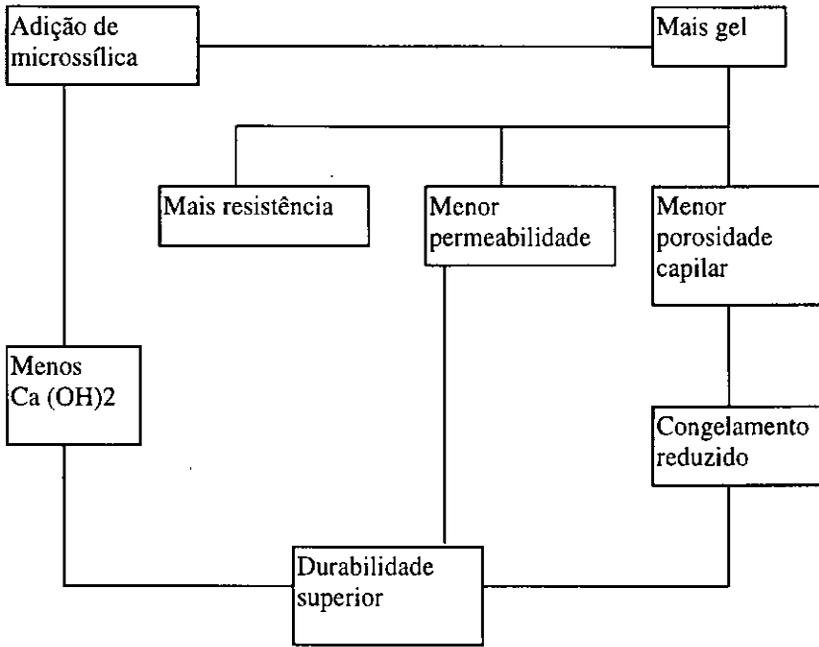


Fig.II.4 - Fluxo de influência da microsilica no concreto.

Os concretos de Alto Desempenho, devido à quase ausência de poros e da menor quantidade de água disponível têm muito reduzidos os efeitos da retração e também da fluência sobre carregamentos. A redução da grandeza destes fenômenos diminui em muito a microfissuração que normalmente ocorre nos elementos de concreto, por onde penetram água e outros agentes agressivos reduzindo a durabilidade. Assim sendo, temos mais uma característica favorável aos concretos de Alto Desempenho. Esta ausência de poros também reduz em muito a possibilidade de início de cavitação nos casos de abrasão continuada, ampliando ainda mais o campo de aplicações com vantagens do material.

Do ponto de vista tecnológico, os concretos de alto desempenho apresentam diversas vantagens sobre os concretos considerados comuns. A utilização deste material tende a ser incrementada no futuro, sendo necessário desta forma que sejam ampliados os conhecimentos sobre seu comportamento.

### CAPÍTULO III

#### OS FENOMENOS REOLÓGICOS

São considerados dentro do quadro dos fenômenos reológicos, todas as características do comportamento do concreto que sofram variação em função do tempo. As deformações diferidas, fluência, retração e deformações ocasionadas por variações térmicas, ocasionadas pela liberação de calor da reação de hidratação do cimento, serão tratadas neste capítulo, diferenciando o comportamento para os concretos considerados jovens (definidos a seguir) e para os de idades avançadas, bem como, para os concretos considerados como comuns e aqueles tratados como de alto desempenho definidos anteriormente.

Habitualmente encontram-se na literatura e nas Normas funções que descrevem o comportamento diferido dos concretos comuns, envelhecidos. Mais raramente se encontram menções a concretos jovens [07]. Entretanto, as funções que descrevem o concreto jovem, geralmente não são aplicadas aos concretos envelhecidos, bem como, as que descrevem os concretos envelhecidos, não tem boa aproximação nas idades consideradas de concreto jovem.

Nesta parte, gostaríamos de ser mais precisos nas definições, visto que para o bom entendimento deste texto é importante caracterizarmos com clareza os problemas que são estudados nesta tese. Sendo assim, utilizamos para a idades de carregamento a notação  $t'$  - um tempo qualquer será chamado  $t$ . Definiremos então, função de fluência  $J(t,t')$  como sendo a deformação em um tempo  $t$  ocasionada por uma tensão unitária aplicada em um elemento de concreto na idade  $t'$  e mantida constante até ao tempo  $t$ . Analogamente, definiremos função de relaxação  $R(t,t')$  como sendo a tensão em um tempo  $t$  ocasionada por uma deformação unitária aplicada em um corpo de prova com a idade  $t'$  e mantida constante até ao tempo  $t$ .

Sendo assim, encontram-se na literatura funções que caracterizam a reologia do concreto (geralmente funções  $J(t,t')$  de fluência) para idades de carregamento  $t' < 3$  dias e também funções reológicas que caracterizam o comportamento para  $t' > 3$  dias. No entanto, não existem funções que se proponham a caracterizar o comportamento do concreto para idades de carregamento  $t'$  que vão desde as idades jovens até às idades do concreto endurecido, ou seja,  $t_0 < t' < \infty$ , sendo que o tempo  $t_0$  representa o tempo a partir do final da pega e  $\infty$  um tempo onde os fenômenos de comportamento variável estariam estabilizados (dentro dos limites permitidos pela análise).

Da mesma forma, poucas referências são encontradas na literatura sobre a reologia dos concretos de alto desempenho, sendo estas bem recentes e nem sempre envolvendo concretos desenvolvidos somente a partir de aditivos superplastificantes ou da mistura destes com a microssilica.

Assim sendo, o comportamento dos concretos no que tange às deformações diferidas é ainda pouco conhecido em relação aos concretos jovens e aos concretos de alto desempenho, especialmente em relação ao interfaceamento das idades. No que diz respeito ao “interfaceamento entre as idades de carregamento”, ou seja, como já foi dito anteriormente, neste texto, funções que definam o comportamento do concreto desde as idades definidas como jovens até às idades de carregamento do concreto endurecido.

Sendo muito difícil a obtenção na literatura de resultados experimentais que contenham dados relativos aos dois casos citados acima, torna-se difícil a dedução de funções que sejam capazes de representar o comportamento reológico do concreto para uma larga gama de idades de carregamento. Este comportamento vem se tornando de primordial importância nas análises de estruturas de maior porte, com o advento de modelos numéricos que permitem uma grande sofisticação ao nível da análise estrutural, tendendo a se tornarem importantes em todas as estruturas com o desenvolvimento dos concretos de alto desempenho.

### III.1 - O concreto jovem:

Na análise reológica do concreto faz-se primordial a determinação de o que vem a ser concreto jovem. Jan Byfors [03] em seu trabalho “Plain concrete at early ages” considera uma definição na qual estaria o desenvolvimento do concreto dividido em quatro fases distintas a saber:

- concreto fresco;
- concreto jovem;
- concreto quase-endurecido;
- concreto endurecido.

Considera-se o concreto como fresco, a partir do momento da mistura até onde começa o processo de endurecimento, ou seja, o concreto é fresco enquanto pode ser moldado. Esta primeira etapa dura em geral na ordem de 4 a 7 horas, tendo o seu final coincidente com o final da “pega’ do cimento do concreto.

A seguir, entra-se na fase do concreto jovem, propriamente dito, onde, como pode ser observado no gráfico, é o tempo que efetivamente o concreto adquire a maior parte de sua resistência (ganho exponencial de resistência), sendo assim, uma época determinante para os seus padrões definitivos. Após algumas horas de vida, quando tem sua deformabilidade fortemente reduzida, o concreto ingressa nesta etapa, aí permanecendo por um ou mais dias (geralmente no máximo até 2 dias) quando então o processo de endurecimento é consideravelmente reduzido, iniciando-se a fase do concreto quase-duro.

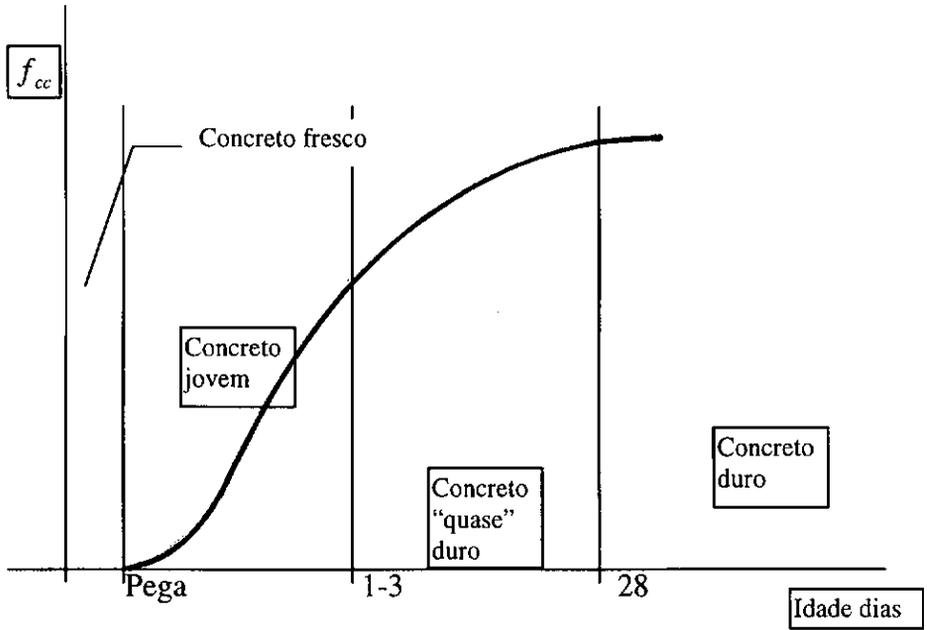


Fig.III.1 - Processo de endurecimento do concreto.

A fase do concreto quase-duro, ainda de grande importância para a definição de suas características futuras, porém, não tão importante quanto a fase do concreto jovem, dura até aos 28 dias, quando então na fase do concreto endurecido suas propriedades atingem um estágio de estabilização.

Durante a fase mais importante para o concreto, sob o ponto de vista da definição de seus defeitos e qualidades - concreto jovem - tendo em vista a grande variação das características do material, as suas condições para desenvolvimento são de fundamental importância. Davis, citado em [01] mostra que a variação da fluência durante as primeiras semanas é muito maior quanto mais cedo tenha sido carregado o concreto. Glanville, também citado em [01] e outros, demonstraram que para idades de aplicação de carregamento menores que 28 dias a influência da idade de aplicação das cargas na fluência é fortemente considerável.

Assim sendo, conclui-se que será considerado concreto jovem, o concreto a partir do momento do final da "pega", quando deixa de ser moldável, cerca de 6 horas após a mistura, (a 23 graus aproximadamente), até a aproximadamente 3 dias, quando apresenta uma maior estabilidade quanto ao progresso de suas características mecânicas.

### III.2 - Retração:

Ao se manter um elemento de concreto sem a ação de quaisquer esforços externos, teremos a ocorrência de deformações do material. Estas deformações, em diversas ocasiões, são tão exageradas, que geram uma importante fissuração no elemento, comprometendo a sua utilização (casos específicos de reservatórios - barragens) e reduzindo a sua resistência mecânica. Este fenómeno é chamado de retração do concreto.

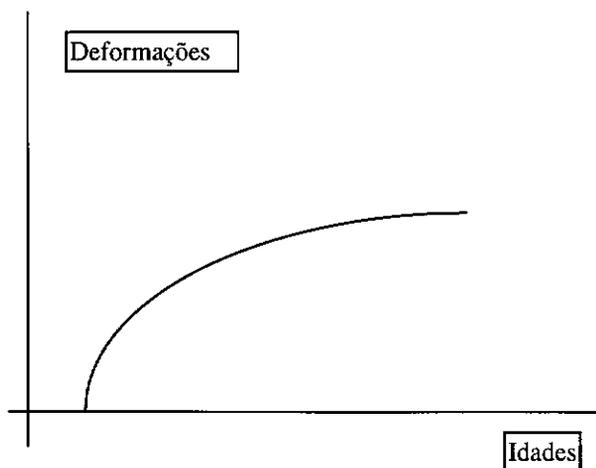


Fig. III.2 - Forma geral da curva de retração:

As causas físicas destas deformações, comuns em todos os materiais sólidos, são as térmicas e as higroscópicas. As ações de origem térmica podem ser causadas pela variação da temperatura nas superfícies dos elementos, de origem natural ou artificial (processos de cura acelerados), ou devido à liberação de calor da reação de hidratação do cimento (sendo este efeito considerável apenas em peças mais espessas) [16].

Quanto às causas higroscópicas, são ocasionadas por ser o concreto um material poroso, com poros de diâmetro variando entre  $10^{-6}$  a  $10^{-9}$  m, nos quais as tensões capilares aumentam consideravelmente, ocasionando um estado de compressão na matriz do concreto. As ações de origem higroscópica podem ser ocasionadas por variações da umidade externa, devido a origens climáticas ou industriais, por introdução de água (águas de chuva ou para procedimentos de cura) e por variações da umidade interna, que são geradas pelo ressecamento (self-desiccation) ocasionado pela hidratação do cimento [16].

Desta forma, dividiremos o processo de retração do concreto em duas partes, a retração autógena e a retração de secagem [11] [16], que ocorrem simultaneamente, tendo entretanto causas e consequências diferenciadas:

### Retração autógena:

Esta parte do processo de retração do concreto, causada pelo ressecamento interno dos poros do concreto, através da absorção da água para proceder o processo de hidratação do cimento, normalmente é medida em corpos de prova selados. A retração de forma geral é bastante dependente de fatores como o água-cimento(a/c) e o microssilica-cimento (s/c). Assim sendo, foi constatado que a retração autógena é reduzida para valores de a/c mais elevados ou para participações menores de microssilica no concreto (veja fig. III.3) [11]. Estudos realizados nos concretos utilizados no “Arche de La Defense”, mostram um aumento de 40% na retração autógena em um concreto que recebeu 8% de microssilica (em relação ao peso de cimento) e aumentos de 65% para variação de a/c de 0,41 para 0,33. Este efeito foi constatado mais recentemente com a utilização dos concretos de alto desempenho, onde este fenômeno é realçado pela utilização de fatores a/c mais baixos.

### Retração de secagem:

A diferença entre as umidades relativas interna e externa dos elementos de concreto ocasiona uma potencial capacidade de evaporação da água interna do concreto (retração potencial), ocasionando o esvaziamento dos poros e conseqüentemente a ocorrência de tensões internas de compressão que auxiliam na saída da água.

Nesta situação as pesquisas indicam para uma elevação da retração para os casos de elevados a/c e uma redução da retração para uma maior participação da microssilica, o que é devido ao fato da microssilica obturar uma grande quantidade de poros do concreto. Foi observado no mesmo concreto do “Arche de La Defense” que para uma elevação de a/c de 24% (de 0,33 para 0,41), ocorreu um aumento de retração de secagem para 300 dias de 84% [11].

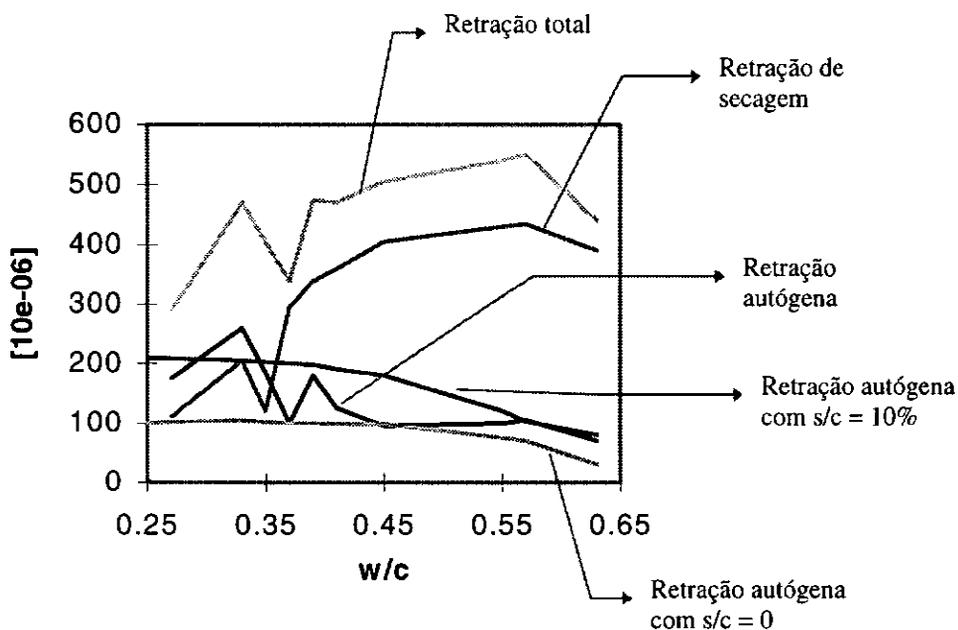


Fig. III.3 - Retração versus relação água cimento.

Byfors [03], divide a retração em outras duas partes: retração plástica e retração ordinária (concreto endurecido). A retração plástica ocorre antes do endurecimento do cimento, ou seja, durante o período denominado “pega”. São descritos casos de ruptura de peças de concreto por retração plástica.

Wittmann (citado em [03]), subdivide a retração plástica em tres outras partes a saber:

- 1 - A superfície do concreto ainda está molhada, conseqüentemente nenhuma pressão capilar ou retração pode ocorrer. (Equivale a cerca de 1 hora após a moldagem);
- 2 - A camada de água superficial está acabando. As superfícies curvas da água se iniciam devido às tensões internas e a retração é então iniciada. Um aumento da secagem gera uma redução destas superfícies curvas (water minisci) o que provoca um aumento de pressão capilar e conseqüentemente um aumento de retração. Período em geral entre 3,5 a 4 horas após a moldagem;
- 3 - Finalmente a pressão dos capilares é reduzida rapidamente. A água dos capilares vai constituir um sistema compacto. Nesta etapa o endurecimento tem início e o concreto propriamente dito começa a existir (etapa do concreto jovem). Aqui termina a retração plástica, iniciando-se a retração ordinária.

Em geral a retração plástica é maior que a retração ordinária, conforme pode ser observado na figura III.4, devido à falta de resistência da matriz do concreto que está começando a endurecer.

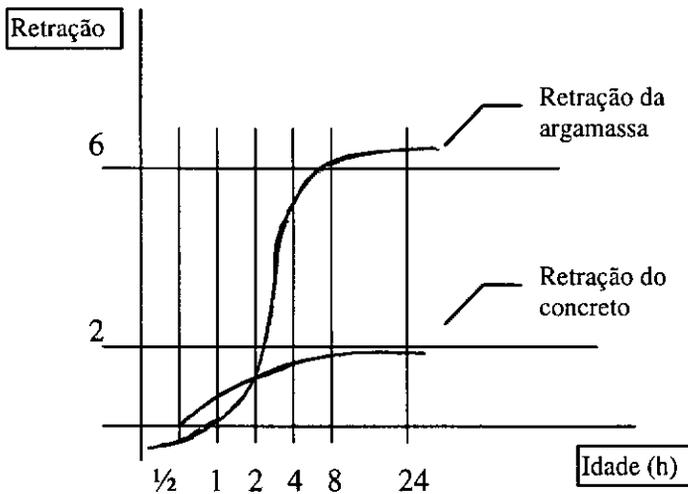


Fig. III.4: Retração plástica a 20 graus centígrados.

Diversos equacionamentos na literatura tentam descrever o comportamento da retração total, que é a superposição das parcelas acima descritas. O CEB-90 [05] e Bazant [20] são as versões mais atuais. Apresentamos a seguir a formulação do CEB que tem apresentado bons ajustes em diversos tipos de concreto:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \times \beta_s(t - t_s) \quad (\text{Eq. III.1})$$

onde:  $\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \times \beta_{RH}$  (Eq.III.2)

$\beta_{sc} = 4$  para cimentos de endurecimento lento; 5 para cimentos de endurecimento normal ou rápido e 8 para cimentos de alta resistência com endurecimento rápido.

$t =$  idade em dias.

$t_s =$  idade do concreto no começo da retração ou do inchamento.

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10\beta_{sc}(9 - f_{cm}/f_{cmo})] \times 10^{-6} \quad (\text{Eq.III.3})$$

$f_{cm} =$  resistência média à compressão do concreto aos 28 dias

$f_{cmo} = 10$  MPa

$\beta_{RH} = -1,55 \times \beta_{sRH}$  se RH estiver entre 40 e 99%, sendo que será +0,25 se  $RH \geq 99\%$

$$\beta_{sRH} = 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \quad (\text{Eq.III.4})$$

RH = Umidade relativa da atmosfera (%) e  $RH_0 = 100\%$ .

O desenvolvimento da retração em função do tempo será:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{t - t_s/t_1}{350(h/h_0)^2 + (t - t_s)/t_1} \right]^{0.5} \quad (\text{Eq.III.5})$$

onde  $t_1 = 1$  dia,  $h_0 = 100$ mm e  $h = 2 A_c / U$  sendo A a área da seção e U o seu perímetro de exposição ao ar.

A seguir apresentaremos a formulação indicada por Bazant em [20]:

$$\varepsilon_{sh}(t, t_0) = \varepsilon_{sh\infty} k_h S(\hat{t}) \quad (\text{Eq.III.6})$$

Sendo: 
$$\hat{t} = \int_{t_0}^t k_T'(t'') dt'' \quad (\text{Eq.III.7})$$

A curva do tempo será: 
$$S(\hat{t}) = \tanh\left(\frac{\hat{t}}{\tau_{sh}}\right)^{1/2} \quad (\text{Eq.III.8})$$

A influência da umidade: 
$$k_h = 1 - h^3 \quad \text{para } h \leq 0,98$$

$$k_h = -0,2 \quad \text{para } h = 1$$

$$k_h \text{ (interpolação linear) para } 0,98 \leq h \leq 1$$

A influência das dimensões: 
$$\tau_{sh} = \frac{0,32(k_s D)^2}{C_1(t_{oe})} \quad (\text{Eq.III.9})$$

sendo: 
$$D = \frac{2v}{s} \quad (\text{Eq.III.10})$$

A influência das formas: a constante  $k_s$  será 1,0 para lajes infinitas, 1,15 para cilindros infinitos, 1,25 para prismas quadrados infinitos, 1,30 para esferas e 1,55 para um cubo.

Dependência da idade:

$$C_1(t_0) = C_0 \left[ 0,6 + \left( \frac{4,5}{t_{oe}} \right)^{1/2} \right] \quad \text{com } C_0 = 10, \text{ mas } C_1(t_0) \leq 18 \quad (\text{Eq.III.11})$$

$$\varepsilon_{sh\infty} = \varepsilon_{s\infty} \left[ G \left( 17 + \frac{\tau_{sh}}{40} \right) G(12 + t_{oe}) \right]^{-1} \quad (\text{Eq.III.12})$$

onde:  $t_{oe} = 25 + t_0$ , que é o tempo efetivo, ou maturidade, para os casos de cura a vapor e  $t_{oe} = t_0$  para os demais casos.

$$G(x) = \left( \frac{x}{4 + 0,9x} \right)^{1/2} \quad (\text{Eq.III.13})$$

Dependência da temperatura:

$$k_T' = \exp \left[ \frac{Q}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad \text{sendo } Q/R = 5000^\circ\text{K} \quad (\text{Eq.III.14})$$

Finalmente teremos uma influência dos materiais componentes do concreto:

$$\varepsilon_{\infty} = (1.15\alpha_1 + 0.16)\alpha_2\alpha_3 \quad (\text{Eq.III.15})$$

sendo:

$$\alpha_1 = \left(\frac{w}{c}\right)^{1.5} c^{1.1} f_c'^{-0.2} \left(1 - \frac{a}{\rho_c}\right) \alpha_4 \quad (\text{Eq.III.16})$$

$$\alpha_4 = 0.7 + 0.3(a/s - 1.6)^{-3} \quad \text{se } a/s > 2.6, \quad \alpha_4 = 1 \text{ nos demais casos.} \quad (\text{Eq.III.17})$$

$\alpha_2$  terá o valor de 1.0 para cimentos do tipo I, 0.85 para os do tipo II e 1.1 para os do tipo III.

$\alpha_3$  será 1.0 para corpos de prova curados em água a 100% de umidade relativa, será 1.4 para corpos de prova com cura selada e 0.74 para aqueles com cura a vapor.

Deverá ser considerado  $c$  como o conteúdo de cimento em lb/ft<sup>3</sup>,  $w/c$  o fator água cimento,  $a/\rho_c$  a relação entre agregados e a densidade do concreto,  $a/s$  a relação entre agregado e areia. Deverá ser considerado como areia o agregado que passar na peneira de 4.7mm. A umidade relativa deverá utilizar valores entre 0 e 1,  $v/s$  é a relação entre o volume do elemento e sua seção considerada.  $T_0$  é a temperatura de referencia tomada como 23 °C habitualmente.

### III.3 - Fluência:

Ao se aplicar um carregamento (tensão) sobre um corpo de prova de concreto, obtém-se imediatamente uma deformação equivalente. Ao se manter este carregamento constante, entretanto, a deformação crescerá. Esta variação da deformação será denominada fluência do concreto e já vem sendo estudada desde 1905 por Woolson [01].

Em linhas gerais, a fluência é a deformação variável gerada pela aplicação da carga no instante  $t'$ , constituída por duas parcelas distintas: 1 - Parcela constante e recuperável (elástica) desde que as tensões atuantes estejam dentro da faixa linear, ou seja, até 50% do carregamento de ruptura naquela idade. 2 - Parcela variável, parcialmente recuperável, denominada de fluência propriamente dita, devida, entre outros fatores que veremos a seguir, à reorganização interna das moléculas ao longo do tempo sob carregamento (ver fig. III.5). Estas deformações são função da idade do carregamento, do tempo sob carga (ver fig.III.6) e das características do traço do concreto, como fator  $a/c$ ,  $s/c$ , consumo de cimento e tipo dos agregados.

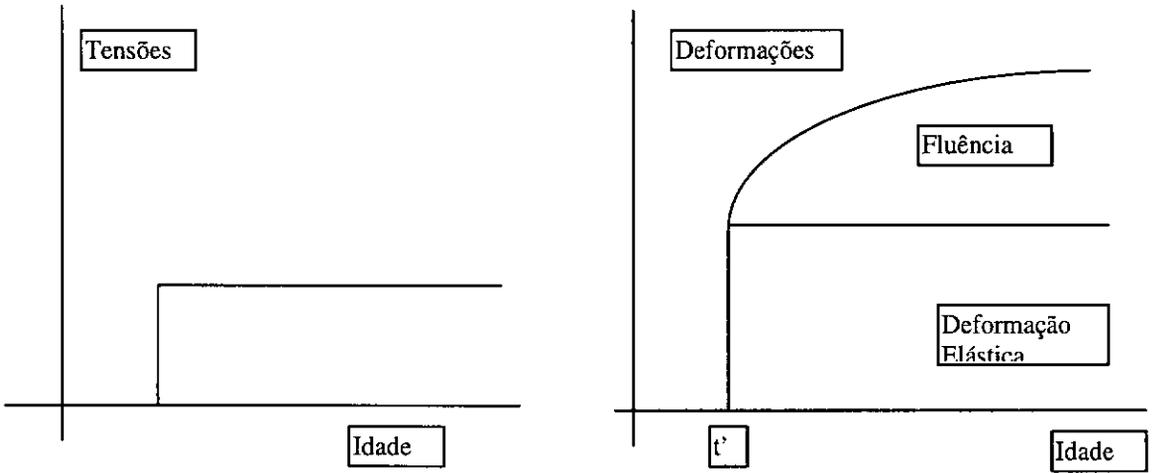


Fig.III.5 - Curva de fluência sem retração.

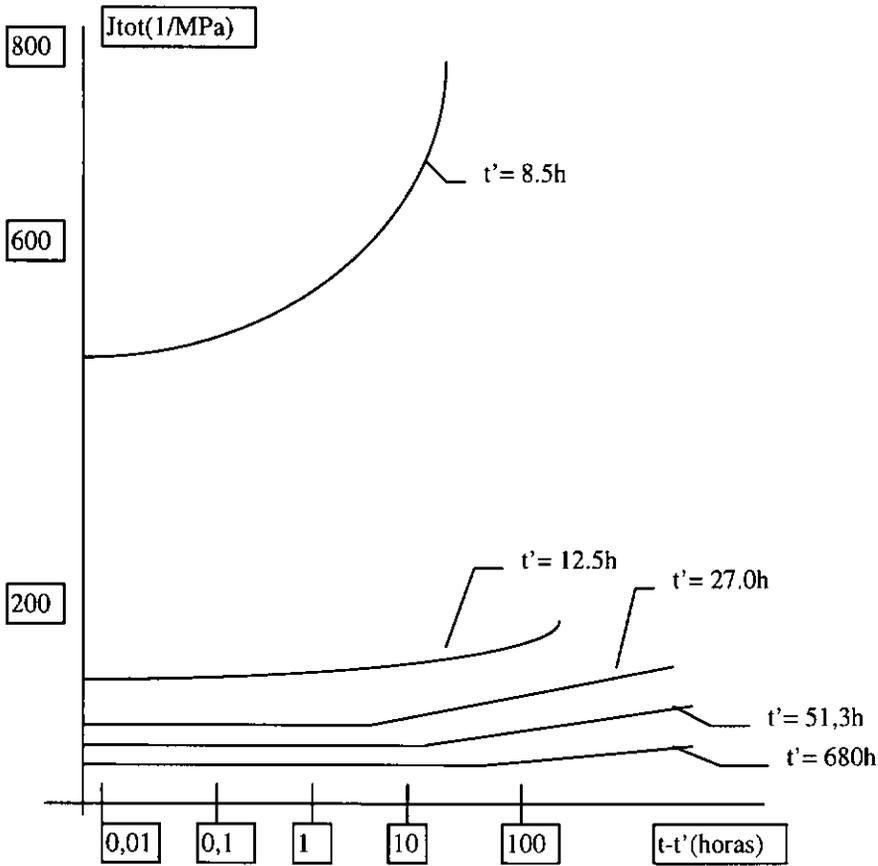


Fig. III.6 - Relação da fluência com a idade de carregamento.

Num momento qualquer ( $t$ ), em um corpo de prova carregado, a deformação total será dada por:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{\sigma}(t) + \varepsilon^0(t) \quad (\text{Eq. III.18})$$

sendo a primeira parcela a deformação que depende do carregamento e a segunda parcela oriunda de fatores independentes de carga, ou seja, efeito de retração ou de expansão ou de retração térmica, vistas no item anterior. Quanto à primeira parcela da equação III.18 acima, poderá ser descrita como sendo:

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma(t') \cdot J(t, t') \quad (\text{Eq. III.19})$$

Nesta equação,  $J(t, t')$  definida como sendo a função de fluência, será a deformação diferida para uma tensão  $\sigma(t')$  unitária, aplicada em  $t'$ , sendo geralmente formulada como:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + C(t, t') \quad (\text{Eq. III.20})$$

onde a primeira parcela será a parte instantânea elástica e a segunda a parcela de fluência propriamente dita ( $C(t, t') =$  fluência específica ou creep compliance), o que corresponde a dizer que  $\varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_E + \varepsilon_c$  o qual será a somatória da parcela elástica com a parcela da fluência. A função  $J(t, t')$  poderá ser reescrita na forma abaixo, tendo-se:  $C(t, t') \times E(t') = \phi(t, t')$ , sendo  $\phi(t, t')$  o coeficiente de fluência:

$$J(t, t') = \frac{1 + \phi(t, t')}{E(t')} \quad (\text{Eq. III.21})$$

Conforme pode ser constatado anteriormente, a parcela  $\varepsilon_{\sigma}$  (creep) poderá ser obtida pela simples redução na deformação de um elemento carregado, daquela obtida nas mesmas condições em um elemento descarregado, se desprezarmos efeitos de acoplamento entre a reação de hidratação e as cargas aplicadas, efeitos estes abordados por modernas teorias [34] mas que ainda não estão completamente comprovadas experimentalmente.

Bazant [26] sugere uma subdivisão do efeito da fluência: fluência básica (“basic creep”) e fluência de secagem (“drying creep”) (Ver figura III.7) . A primeira seria a fluência dependente do tempo, ou seja, aquela que ocorre em um corpo de prova selado (com perda de umidade para o meio ambiente impedida) e a segunda, a diferença para o corpo de prova onde a cura ocorre sob carga com a possibilidade de perda de umidade para o meio ambiente. Comparativamente à retração, a fluência básica poderia ser considerada autógena, ou seja, ocasionada pela variação do volume de água interna ao concreto que é absorvida pela reação de hidratação do cimento com conseqüente reordenação do volume da peça sob esforços. Quanto à fluência de secagem também é oriunda da variação do volume de água interno, porém, ocasionado pela perda para o meio ambiente.

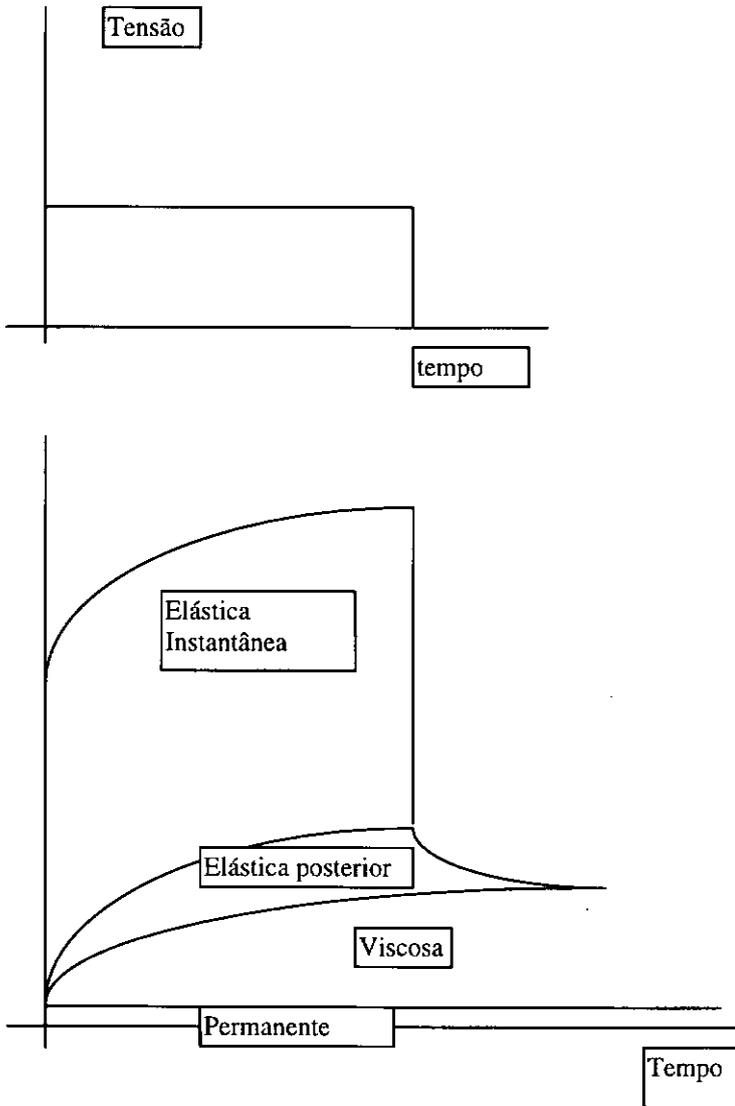


Fig.III.7 - As etapas da fluência.

Para os concretos de alto desempenho (CADs) a fluência básica inclui o fenômeno da retração autógena, que pode ser considerado desconhecido nos concretos comuns. Esta retração autógena é função do ressecamento (“self-desiccation”) dos concretos CADs. Em [18] é apresentada uma definição conceitual das diferentes deformações da fluência básica, conforme apresentado na figura III.8 a seguir.

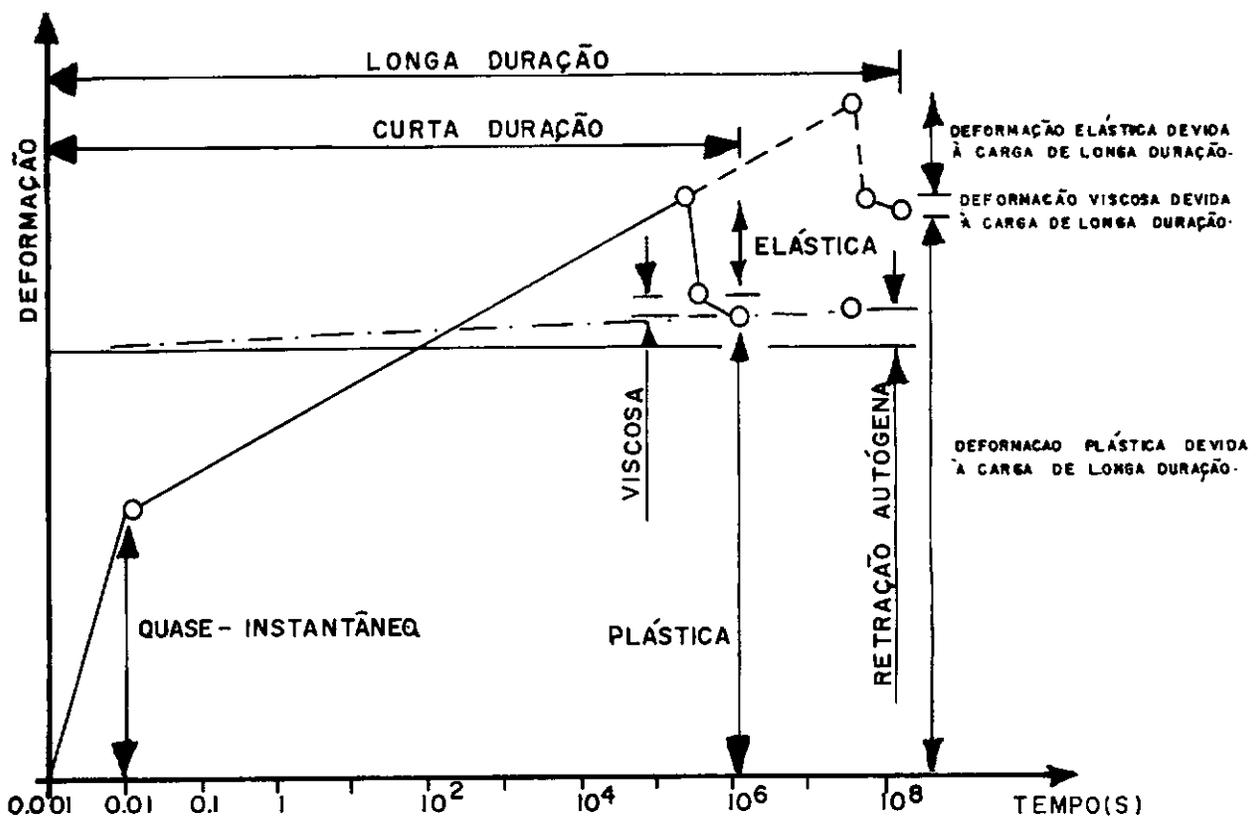


Fig. III.8 - Fluência básica nos CADs.

Diversas outras subdivisões são propostas na literatura de forma geral, entretanto, não apresentam quaisquer vantagens de utilização do ponto de vista prático, ou seja, do ponto de vista de observação em laboratório.

A razão pela qual, entretanto, a fluência, apesar de muito estudada não é até aqui seguramente conhecida, é que além de tratar-se de um fenômeno extremamente complicado, apresenta uma enorme quantidade de fatores de influência, os quais, alteram fundamentalmente o seu comportamento, como por exemplo:

- Idade de carregamento (grau de hidratação);
- Tempo sob carga;
- Composição do concreto;
- Temperatura;
- Condições de mistura e cura;
- Variação de tensões.

A fluência e a resistência à compressão, podem ser correlacionadas, desde que as tensões aplicadas estejam entre 30 e 50% da resistência da peça à compressão, especialmente nas primeiras idades (primeiro mês), quando a estrutura do concreto é muito mais sensível às tensões mais elevadas.

Byfors [03] chama a atenção ainda, para o comportamento da deformação total e da deformação real de fluência, as quais nas baixas idades mantem uma separação tão menor quanto menor seja a idade do concreto, o que significa ser a fluência propriamente dita

maior nas baixas idades proporcionalmente às deformações totais dos elementos, ou ainda, a deformação instantânea e a deformação de fluência, somadas, ao serem analisadas, mostrarão que a deformação de fluência representa um percentual maior da deformação total quanto mais novo for o concreto, devido ao fato de a deformação total crescer proporcionalmente ao módulo de elasticidade, enquanto a fluência cresce proporcionalmente ao desenvolvimento da resistência à compressão, o qual é bem mais lento que o desenvolvimento do módulo de elasticidade.

Entre as diversas comparações entre desenvolvimento dos tipos diferentes de fluência, a correlação que chama mais atenção pela discrepância dos resultados é com a idade de carregamento, onde a fluência cresce numa grande exponencial à medida que a idade de aplicação da carga é reduzida, apresentando também uma sequência de crescimento muito mais acentuada para os concretos jovens, conforme pode ser observado em [07]. Este fenômeno, no entanto, é reduzido na medida que aumenta a participação da microssílica ou é reduzido o fator  $a/c$ , uma vez que concretos de alto desempenho têm um desenvolvimento da resistência à compressão e do módulo de elasticidade muito mais acelerados, reduzindo a influência deste efeitos.

O efeito da temperatura como responsável pelo comportamento da fluência pode ser visto em [02] e [14], onde é evidenciada a importância deste fenômeno. Variações de temperatura externa ou advindas da liberação de calor da reação exotérmica da hidratação do cimento ocasionam deformações de grande importância nos concretos de baixas idades, onde são geradas tensões internas de grandeza tal que são suficientes para destruir elementos de concreto logo em seus primeiros momentos de vida, seja pelo rompimento da peça, seja pela elevada fissuração que compromete o desempenho da peça quanto ao estado limite de utilização.

De uma forma geral, as maiores deformações nas baixas idades são de imediato explicadas pelos menores módulos de elasticidade. Estes efeitos são também muito reduzidos nos concretos de alta resistência, pois ao ocorrerem as deformações que ocasionam tensões, estas já encontrarão um concreto de resistência e módulo de elasticidade elevados que as suportarão muito melhor.

A fluência é muito influenciada pelas condições de mistura dos componentes do concreto, uma vez que concretos mal misturados apresentam ninhos de agregados em determinadas regiões que enfraquecem o conjunto, permitindo deformações de fluência muito mais acentuadas. Entretanto, as condições de cura do concreto apresentam talvez uma influência bem superior, pois é através destes procedimentos que se pode retardar a fluência de secagem, reduzindo tensões internas e obrigando a que ao ocorrer este fenômeno o concreto já esteja bem mais endurecido, ou seja, com resistência à compressão e módulo de elasticidade bem mais elevados.

Em todos os casos, entretanto, concretos mal compactados apresentam fluência mais elevada devido ao acréscimo de vazios que facilitam a evaporação da água e a maior acomodação da estrutura interna. Ainda assim, os concretos com dosagem mais alta de microssílica levam vantagem, pois a mesma obtura a maioria dos poros, evitando esta perda de água.

Frequentemente, a fluência é descrita pelo coeficiente de fluência  $\phi(t,t')$ , conforme mencionado na eq. III.21. Este coeficiente é a relação entre a deformação da fluência após um certo tempo de carregamento e a deformação instantânea.

$$\phi(t,t') = \frac{\varepsilon_{cc}(t,t')}{\varepsilon_{cc}(t')} \quad (\text{Eq. III.22})$$

Este coeficiente será maior quanto menor for a idade de carregamento  $t'$ .

Os métodos relacionados com coeficientes de fluência são baseados na anteriormente citada subdivisão entre partes elásticas e viscosas do concreto. Então a deformação total é descrita como uma função de fluência dependente da idade, do coeficiente de fluência  $\phi(t,t')$  e do módulo de elasticidade no tempo do carregamento  $E(t')$ .

A quantidade de equações que pretendem descrever o comportamento da fluência do concreto que é encontrada na literatura é bastante extensa.

No capítulo VI apresentaremos algumas funções mais conhecidas e que geralmente apresentam bom ajuste com dados experimentais, como as funções de Byfors-Pferfferlle [14], normalmente recomendada para concretos de baixas idades e resistências consideradas normais, a função de BAZANT denominada Model B-3 [06] para concretos comuns e de elevada resistência não aditivados, considerada adequada para todas as idades e a do CEB-FIP/90 [05], mais recente, recomendada para concretos de até 80 MPa aos 28 dias e para idades quaisquer. Também neste capítulo apresentaremos a metodologia que consideramos mais adequada para a descrição do comportamento das deformações de fluência de quaisquer concretos, nas mais variadas idades.

No próximo capítulo apresentaremos diversos modelos utilizados para a descrição física do fenômeno da fluência do concreto. Neste trabalho desenvolveram-se ensaios de fluência em idades de carregamentos variadas, desde as 10 horas após a moldagem até a idades de 7 dias, com acompanhamento das deformações em geral até aos 28 dias. Os concretos ensaiados tiveram composição variada, desde os concretos considerados comuns até aos de alto desempenho, com resistências à compressão acima dos 60 MPa e utilização de microssilica.

#### III.4 - Relaxação:

Ao se impor uma deformação a um elemento de concreto, surge conseqüentemente um estado de tensões. Mantendo-se esta deformação constante ao longo do tempo as tensões irão decrescer devido à relaxação do concreto.

Como é bastante claro, o efeito da relaxação nada mais é que o efeito inverso ao da fluência, isto é, relaxação e fluência são conceitos fisicamente fechados, e têm as mesmas explicações, causas e comportamentos similares em geral. Naturalmente para se obter uma sequencia compatível com os efeitos da fluência, a deformação aplicada não poderá gerar

tensões superiores a 50% (regime linear) daquela de ruptura do concreto na idade de carregamento.

Definiremos então função de relaxação como sendo a tensão originária de uma deformação unitária imposta ao corpo de prova em uma idade  $t'$  (ver figura III.8), originando então a equação III.23 a seguir, que é a contra partida das equações III.20 e III.18 apresentadas para o fenômeno da fluência:

$$\sigma(t) = [\varepsilon(t') - \varepsilon^0(t')] \cdot R(t, t') = \varepsilon_\sigma(t') \cdot R(t, t') \quad (\text{Eq. III.23})$$

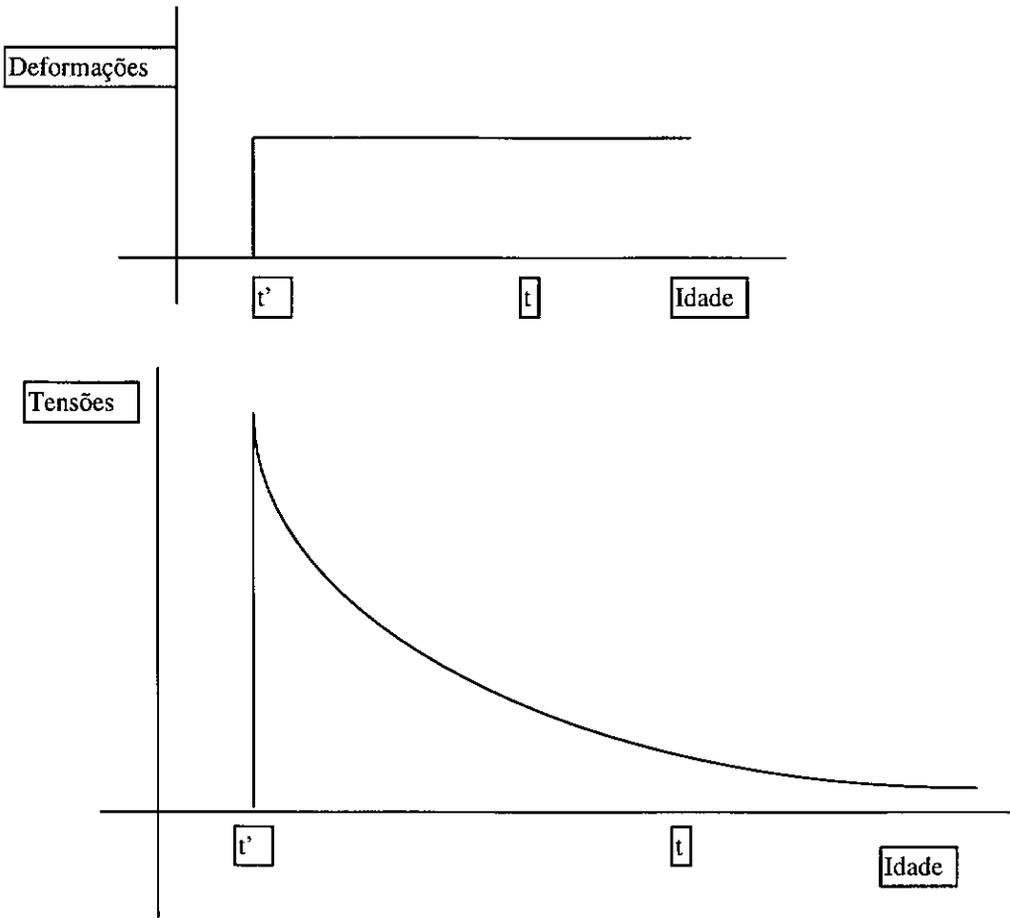


Fig.III.9 - Curva de relaxação.

Nos ensaios de relaxação pode-se, ainda, através da variação das deformações impostas manter o efeito da retração compensado para se ter a relaxação do concreto sem a influência deste fenômeno. Como na fluência o comportamento da função de relaxação está relacionado especialmente com as condições de existência do concreto nas baixas idades, ou seja, com a idade de aplicação da carga, com as condições de cura, controle da evolução

do grau de hidratação entre outros fatores. Assim sendo, quanto mais jovem for o concreto ao sofrer carregamento, mais acentuada será a curva de relaxação em seu início, especialmente devido ao baixo módulo de elasticidade do material.

Para os concretos de alto desempenho, também da mesma forma que para a fluência, podemos constatar que nos concretos com fator  $a/c$  mais baixo, o fenômeno da relaxação será reduzido, uma vez que este concreto conterà menos vazios e conseqüentemente menos volume a ser compactado, o mesmo ocorrendo nos concretos com um maior conteúdo de microssílica.

Neste trabalho foram elaborados diversos ensaios de relaxação, onde se buscou impor deformações em idades o mais jovem possível e em concretos de traços comuns, aditivados com superplastificantes com fatores  $a/c$  reduzidos e finalmente em concretos compostos com microssílica.

### III.5 - Temperatura:

As variações de temperatura têm uma importante influência no comportamento do concreto. Conforme foi mencionado no capítulo II desta tese, a reação entre o cimento e a água é um processo exotérmico, isto é, que libera calor e também uma reação termo-ativada, o que significa que a velocidade à qual evolui esta reação química cresce com a temperatura e que conseqüentemente a evolução das propriedades do concreto depende das variações da temperatura.

Além das variações devidas à reação de hidratação a temperatura pode variar devido a variações da temperatura ambiente ou de aplicação de calor para aceleração do processo de cura do concreto.

Naturalmente, ao se desenvolver a reação de hidratação do cimento em suas primeiras horas, até cerca de 15 horas da moldagem, ocorre uma liberação forte de calor, que ocasiona elevação da temperatura interna do concreto a números da ordem de  $60^{\circ}\text{C}$  [02]. Em peças não espessas esta variação é menor conforme pode ser demonstrado pelos ensaios relatados em [07].

Independentemente da causa, as variações de temperatura geram variações de volume e conseqüentemente deformações que são impostas ao concreto ocasionando tensões internas em muitos casos de valores elevados se comparados à resistência do concreto no momento de sua aplicação. Estas tensões levam muitas peças à ruína ou as danificam por fissuras comprometendo o seu estado limite de utilização. É fundamental lembrar, que as temperaturas ocasionadas pela reação de hidratação do cimento ocorrem em um período onde as características físicas do concreto estão ainda em início de formação, ocasionando danos irreversíveis na estrutura, especialmente aquelas de concreto massa, onde devido aos grandes volumes das peças o equilíbrio com a temperatura ambiente ocorre muito lentamente (em estruturas de grande porte o equilíbrio eventualmente ocorre após mais de uma dezena de anos).

Diversas características do concreto são afetadas [01] [02], como a resistência à compressão, o módulo de elasticidade e especialmente a fluência, para a qual a temperatura é considerada como a segunda maior causa de variação. A variação da temperatura ocorrendo nas idades consideradas do concreto jovem, são especialmente importantes, pois comprometem todo o desenvolvimento, ou amadurecimento do concreto. Sua resistência à compressão é reduzida, bem como o seu módulo de elasticidade, sendo que este último fator ocasiona mais elevada relaxação nos elementos de concreto.

Em relação à fluência, podemos analisar a influência da variação de temperatura primeiramente na fluência básica (devida à absorção de água pela reação de endurecimento do cimento), onde estudos desenvolvidos já em 1937 por Theuer [01] em corpos de prova selados indicavam uma elevação do dobro na fluência para aumento de temperatura de 20 para 45° centígrados. Ao se ensaiar concretos não selados, onde a possibilidade de troca de umidade com o meio ambiente é permitida encontra-se em alguns casos variações da fluência total superiores às mencionadas acima.

## CAPÍTULO IV

### MODELAGEM NUMÉRICA DA FLUÊNCIA

#### IV.1 - Modelagens integral e diferencial:

Consideremos um corpo de prova submetido a um carregamento conforme mostrado na figura IV.1, onde o  $\sum \Delta\sigma(t')$  seja menor que cerca de 0,4 a 0,5 da carga de ruptura na idade do carregamento. Desta forma podemos aplicar o princípio da superposição para separar o carregamento em um somatório de carregamentos para os quais podemos fazer intervir os princípios de cálculo da fluência já conhecidos. Assim sendo separamos o carregamento dado em um somatório de funções degrau da forma:

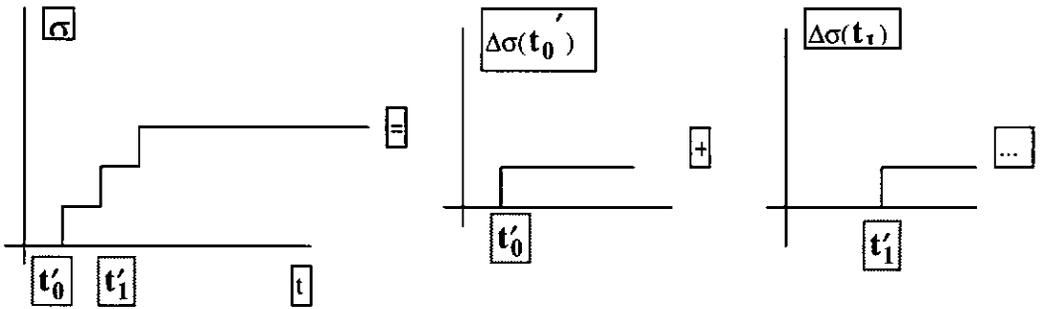


Fig.IV.1 - Aplicação do princípio da superposição.

Cujas respostas em termos de deformação ao longo do tempo será:

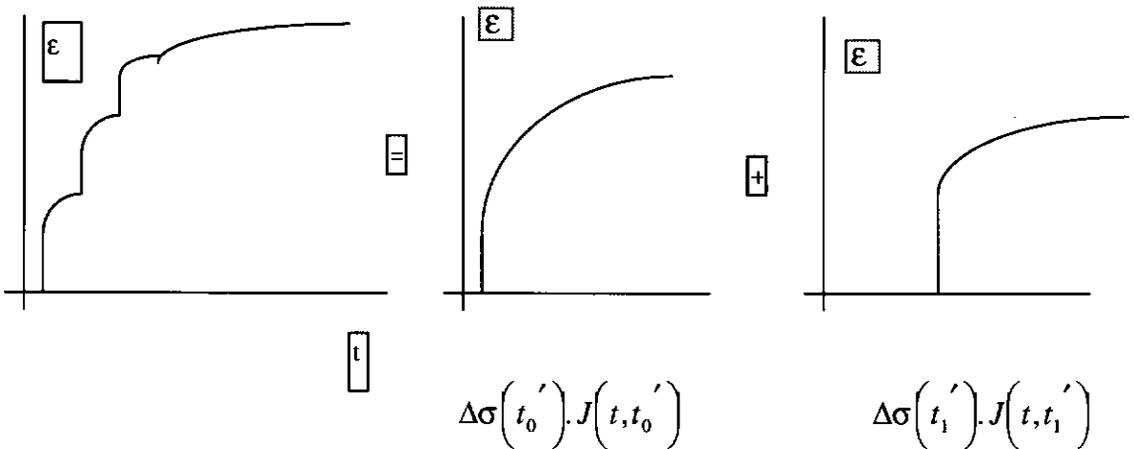


Fig.IV.2 - Resposta das deformações.

Podemos então escrever que:

$$\varepsilon(t) = \Delta\sigma(t_0') \cdot J(t, t_0') + \Delta\sigma(t_1') \cdot J(t, t_1') + \Delta\sigma(t_2') \cdot J(t, t_2') + \dots \quad (\text{Eq. IV.1})$$

ou seja:

$$\varepsilon(t) = \sum J(t, t_i') \Delta\sigma(t_i') \quad (\text{Eq. IV.2})$$

fazendo então  $\Delta\sigma \rightarrow d\sigma$ , ou seja, imaginando uma função carregamento contínua e suave no tempo do tipo:

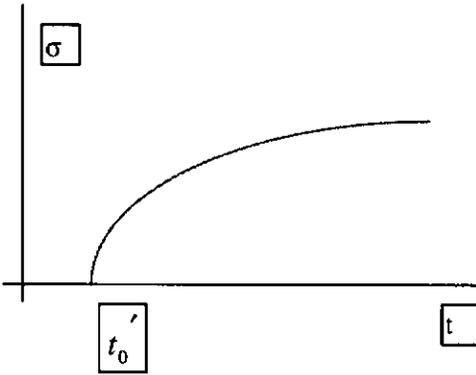


Fig. IV.3 - Função de carregamento

Podemos colocar:

$$\varepsilon(t) = \int_{t_0'}^t J(t, t') d\sigma(t') \quad (\text{Eq. IV.3})$$

Se colocamos o problema em termos de deformações aplicadas no tempo, a resposta em termos de tensões será:

$$\sigma(t) = \int_{t_0'}^t R(t, t') d\varepsilon(t') \quad (\text{Eq. IV.4})$$

As equações (3) e (4) podem ser generalizadas para o caso tridimensional se considerarmos que a fluência e a relaxação não interferem no coeficiente de Poisson  $\nu$  (o que é verificado experimentalmente para o caso do concreto).

Se colocarmos então:

$$[D^*] = \frac{1}{E} [D] \quad (\text{Eq. IV.5})$$

onde [D] é a matriz elástica convencional:

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. IV.6})$$

e introduzimos também a deformação  $\varepsilon^0$  que é a deformação correspondente a fenômenos como retração e temperatura (independentes de tensões), podemos reescrever as equações (3) e (4) como:

$$\{\varepsilon(t)\} = \int_{t_0}^t [D^*]^{-1} J(t, t') \{d\sigma(t')\} + \{\varepsilon^0(t)\} \quad (\text{Eq. IV.7})$$

$$\{\sigma(t)\} = \int_{t_0}^t [D^*] R(t, t') (\{d\varepsilon(t')\} - \{d\varepsilon^0(t')\}) \quad (\text{Eq. IV.8})$$

As equações (7) e (8) representam o problema reológico do concreto (fluência e relaxação) combinados com um problema térmico e de retração ("shrinkage"). Como as equações (7) e (8) foram deduzidas a partir de considerações de linearidade das funções de fluência e de relaxação que permitiram aplicar o princípio da superposição, estamos dentro do quadro da viscoelasticidade linear. Visto ainda que, as equações (7) e (8) são integrais hereditárias (porque dependem da história dos carregamentos  $\{d\sigma(t')\}$  e  $\{d\varepsilon(t')\}$  aplicados nas idades  $t'$ ) diz-se que são integrais de Stieltjes onde os núcleos "kernels" são as funções de fluência  $J(t, t')$  e de relaxação  $R(t, t')$  estas equações representam a formulação integral do problema reológico.

#### IV.1.1 - Modelagem numérica baseada na Formulação Integral:

A partir desta etapa poderemos desenvolver a modelagem numérica baseada na formulação integral. Para as deduções iniciais, por simplicidade, colocaremos as equações (7) e (8) em sua forma unidimensional. Deduziremos o método numérico a partir da formulação integral para a equação (7). Para tal a equação (7) será colocada em sua forma incremental, ou seja, para um tempo discreto  $t$ , temos:

$$\varepsilon(t_r) = \sum_{i=s}^n J(t_r, t_i') \Delta\sigma(t_i') + \varepsilon^0(t_r) \quad (\text{Eq.IV.9})$$

que pode ser reescrita como:

$$\varepsilon(t_r) = \sum_{i=1}^{n-1} J(t_r, t_i') \Delta\sigma(t_i') + J(t_r, t_r) \Delta\sigma(t_r) + \varepsilon^0(t_r) \quad (\text{Eq.IV.10})$$

podemos então escrever (9) para o tempo  $t_{r-1}$ :

$$\varepsilon(t_{r-1}) = \sum_{i=1}^{r-1} J(t_{r-1}, t_i') \Delta\sigma(t_i') + \varepsilon^0(t_{r-1}) \quad (\text{Eq. IV.11})$$

Subtraindo (11) de (10):

$$\begin{aligned} \varepsilon(t_r) - \varepsilon(t_{r-1}) &= \sum_{i=1}^{r-1} J(t_r, t_i') \Delta\sigma(t_i') + J(t_r, t_r) \Delta\sigma(t_r) + \varepsilon^0(t_r) - \\ &\quad - \sum_{i=1}^{r-1} J(t_{r-1}, t_i') \Delta\sigma(t_i') + \varepsilon^0(t_{r-1}) \end{aligned} \quad (\text{Eq. IV.12})$$

$$\text{Usando-se:} \quad \Delta\varepsilon(t_r) = \varepsilon(t_r) - \varepsilon(t_{r-1}) \quad (\text{Eq. IV.13})$$

$$\text{e} \quad \Delta\varepsilon^0(t_r) = \varepsilon^0(t_r) - \varepsilon^0(t_{r-1}) \quad (\text{Eq. IV.14})$$

a equação (12) ficará:

$$\Delta\varepsilon(t_r) = \sum_{i=1}^{r-1} \left[ J(t_r, t_i') \Delta\sigma(t_i') - J(t_{r-1}, t_i') \Delta\sigma(t_i') \right] + \Delta\varepsilon^0(t_r) + J(t_r, t_r) \Delta\sigma(t_r) \quad (\text{Eq.IV.14a})$$

$$\Delta\varepsilon(t_r) = \sum_{i=1}^{r-1} \left[ ( J(t_r, t_i') - J(t_{r-1}, t_i') ) \Delta\sigma(t_i') \right] + \Delta\varepsilon^0(t_r) + J(t_r, t_r) \Delta\sigma(t_r) \quad (\text{Eq.IV.14b})$$

chamando então:

$$\Delta\varepsilon^c(t_r) = \sum_{i=1}^{r-1} \left[ ( J(t_r, t_i') - J(t_{r-1}, t_i') ) \Delta\sigma(t_i') \right] \quad (\text{Eq.IV.14c})$$

$$\Delta \varepsilon(\mathbf{t}_r) - \Delta \varepsilon^c(\mathbf{t}_r) - \Delta \varepsilon^0(\mathbf{t}_r) = \mathbf{J}(\mathbf{t}_r, \mathbf{t}_r) \Delta \sigma(\mathbf{t}_r)$$

(Eq.IV.14d)

$$\text{sendo: } \frac{1}{E''(t_r)} = J(t_r, t_r) \quad (\text{Eq.IV.14e})$$

$$\Delta \sigma(\mathbf{t}_r) = E''(\mathbf{t}_r) [\Delta \varepsilon(\mathbf{t}_r) - \Delta \varepsilon^c(\mathbf{t}_r) - \Delta \varepsilon^0(\mathbf{t}_r)] \quad (\text{Eq.IV.15})$$

$$\text{sendo: } \Delta \varepsilon''(\mathbf{t}_r) = \Delta \varepsilon^c(\mathbf{t}_r) + \Delta \varepsilon^0(\mathbf{t}_r) \quad (\text{Eq.IV.15a})$$

$$\text{ou } \Delta \sigma(t_r) = E''(t_r) [\Delta \varepsilon(t_r) - \Delta \varepsilon''(t_r)] \quad (\text{Eq.IV.16})$$

generalizando para o caso tridimensional:

$$\{\Delta \sigma(t_r)\} = [D^*] E''(t_r) [\{\Delta \varepsilon(t_r)\} - \{\Delta \varepsilon''(t_r)\}] \quad (\text{Eq.IV.17})$$

$$\text{onde: } E''(t_r) = \frac{1}{J(t_r, t_r)} \quad (\text{Eq.IV.18})$$

$$\{\varepsilon''(t_r)\} = \{\Delta \varepsilon^c(t_r)\} + \{\Delta \varepsilon^0(t_r)\} = \sum_{i=1}^{i-1} \left[ \left( J(t_r, t_i') - J(t_{r-1}, t_i') \right) x [D^*]^{-1} x \left\{ \Delta \sigma(t_r') \right\} + \{\Delta \varepsilon^0(t_r)\} \right] \quad (\text{Eq.IV.19})$$

Como podemos ver a relação constitutiva (16) pode ser implementada em um programa que utilize o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Para tal fazemos, para um tempo  $t_r$ :

$$[K_e(t_r)] = \int_{ve} [B]^T [D^*] E''(t_r) [B] d(vol) \quad (\text{Eq. IV.20})$$

$$\{\Delta R_e(t_r)\} = \{\Delta R_{en}(t_r)\} + \int_{ve} [B]^T [D^*] E''(t_r) \{\Delta \varepsilon''(t_r)\} d(vol) \quad (\text{Eq.IV.21})$$

onde  $\{\Delta R_e(t_r)\}$  é um incremento no tempo  $t_r$ , das cargas nodais impostas no elemento e o termo  $\int_{ve} [B]^T [D^*] E''(t_r) \{\Delta \varepsilon''(t_r)\} d(vol)$  tem a forma de um cálculo de resíduo que é um

procedimento geralmente previsto no MEF (também pode ser assimilado a um cálculo de deformações impostas se substituirmos  $\Delta\varepsilon^0$  por  $\Delta\varepsilon''$ ).

Fazendo a montagem ("assembly") das matrizes chegamos ao sistema:

$$[K(t_r)]\{\Delta U(t_r)\} = \{\Delta R(t_r)\} \quad (\text{Eq. IV.22})$$

A resolução do sistema (22) permite a avaliação dos vetores de deformação do elemento a partir dos vetores de deslocamento:

$$\Delta\varepsilon(t_r) = [B]\{\Delta U_e(t_r)\} \quad (\text{Eq. IV.23})$$

e conseqüentemente das tensões no elemento pela utilização da equação (16).

O problema da formulação integral é que o cálculo de  $\Delta\varepsilon''(t_r)$  dado pela fórmula (19) exige o armazenamento de todos os  $\Delta\sigma(t_i')$ , ou seja, para cada passo de tempo devemos armazenar em memória todos os vetores  $\{\Delta\sigma(t_i')\}$  para todos os pontos de integração do problema em elementos finitos. Isto torna praticamente impossível o uso de um algoritmo baseado na formulação integral. Além disto, a avaliação de  $\{\Delta\varepsilon''(t_r)\}$  exige também uma grande quantidade de cálculo por causa da intervenção de  $J(t_r, t_i')$ ...e... $J(t_{r-1}, t_i')$  para todos os  $t_i'$ , ou seja, para todos os passos de tempo anteriores ao passo atual.

#### IV.1.2 - Modelagem numérica baseada na Formulação Diferencial:

Para introduzir as formulações do tipo diferencial, apresentaremos inicialmente esta formulação através do modelo chamado Modelo de Maxwell generalizado. Esta introdução será feita através de um problema de relaxação que é onde é aplicado o modelo de Maxwell. Vamos partir do princípio de que a função de relaxação da equação (8) pode ser expandida em uma série de Dirichlet com um número infinito de termos:

$$R(t, t') = \sum_{\mu=1}^n E_{\mu}(t') e^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} = \sum_{\mu=1}^{n-1} E_{\mu}(t') e^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} + E_{\infty}(t') \quad (\text{Eq. IV.24})$$

É verificado experimentalmente [13] que valores de função de relaxação para o concreto se ajustam extremamente bem a fórmulas do tipo da equação (24) para número de termos da série aproximadamente igual a 5 ( $n=5$ ). No caso das barragens brasileiras diversos

concretos foram analisados (Itaipú, Tucuruí, etc.) existindo um excelente ajuste para 5 termos da série de Dirichlet [13].

Podemos então reescrever a equação (8) no caso unidimensional, introduzindo a equação (24):

$$\sigma(t_r) = \int_{t_0}^{t_r} R(t_r, t') (d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')) \quad (\text{Eq. IV.8b})$$

onde utilizamos  $t_r$  ao invés de  $t$  para unificar a nomenclatura com a formulação integral.

$$\sigma(t_r) = \sum_{\mu=1}^n \int_{t_0}^{t_r} E_{\mu}(t') \ell^{\frac{t_r-t'}{\tau_{\mu}}} (d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')) \quad (\text{Eq. IV.25})$$

onde chamamos: 
$$\sigma_{\mu}(t_r) = \int_{t_0}^{t_r} E_{\mu}(t') \ell^{\frac{t_r-t'}{\tau_{\mu}}} (d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')) \quad (\text{Eq. IV.25a})$$

podemos reescrever (25) como:

$$\sigma(t_r) = \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_r) \quad (\text{Eq. IV.26a})$$

onde:

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \int_{t_0}^{t_r} E_{\mu}(t') \ell^{\frac{t_r-t'}{\tau_{\mu}}} (d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')) \quad (\text{Eq. IV.26b})$$

Desenvolvendo a tensão  $\sigma_{\mu}(t_r)$  em somatório:

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^r \int_{t_{s-1}}^{t_s} E_{\mu}(t') \ell^{\frac{t_r-t'}{\tau_{\mu}}} \frac{d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')}{dt'} dt' \quad (\text{Eq. IV.27})$$

onde consideramos que  $\varepsilon(t')$  e  $\varepsilon^0(t')$  são de classe  $C^{-1}$  em  $t'$  o que permite a introdução de

$$\frac{d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')}{dt'} dt'.$$

- Imaginamos agora que  $E_{\mu}(t')$  é constante no intervalo  $[t_s, t_{s-1}]$  e igual a :

$$E_{\mu} \left( t_{r-\frac{1}{2}} \right) = (E_{\mu}(t_s) + E_{\mu}(t_{s-1})) / 2 \quad (\text{Eq. IV.27a})$$

- Imaginamos que no mesmo intervalo  $[t_s, t_{s-1}]$ :  $\frac{d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')}{dt'}$  constante e igual a

$$\frac{\Delta\varepsilon(t_s) - \Delta\varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s}.$$

$$E_{\mu} \left( t_{r-\frac{1}{2}} \right) = \frac{E_{\mu}(t_s) + E_{\mu}(t_{s-1})}{2} \quad (\text{Eq. IV.28})$$

$$\frac{d\varepsilon(t') - d\varepsilon^0(t')}{dt'} = \frac{\Delta\varepsilon(t_s) - \Delta\varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \quad (\text{Eq. IV.29})$$

$$\Delta\varepsilon(t_s) = \varepsilon(t_s) - \varepsilon(t_{s-1}) \quad (\text{Eq. IV.30a})$$

$$\Delta\varepsilon^0(t_s) = \varepsilon^0(t_s) - \varepsilon^0(t_{s-1}) \quad (\text{Eq. IV.30b})$$

$$\Delta t_s = t_s - t_{s-1} \quad (\text{Eq. IV.30c})$$

Na realidade as equações (28) e (29) introduzem que o módulo de elasticidade  $E_{\mu}$  e a deformação aplicada  $\varepsilon - \varepsilon^0$  variam segundo os seguintes esquemas:

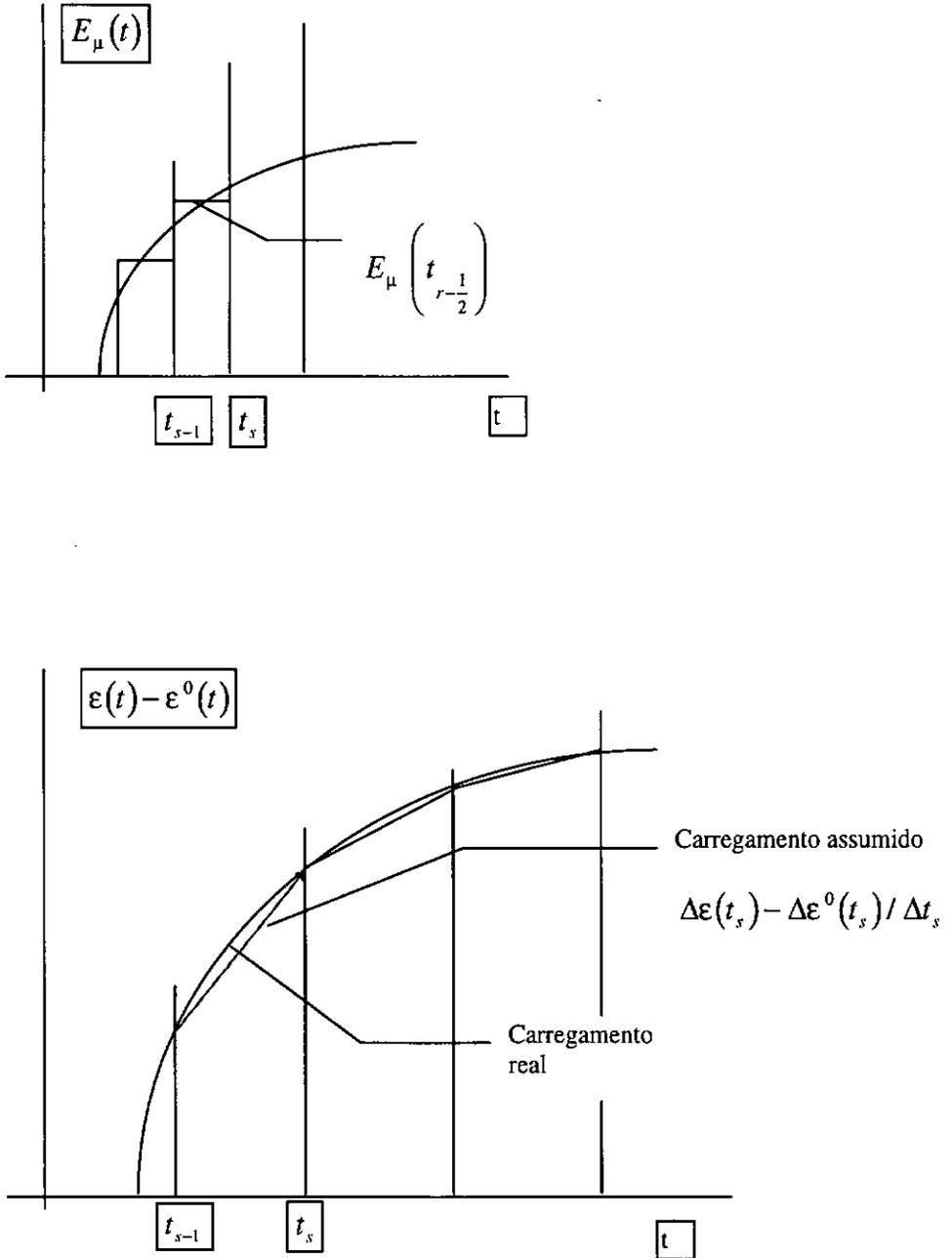


Fig.IV.4 - Esquema de carregamento.

Com as relações introduzidas nas equações (28) e (29) podemos reescrever a equação (27) como:

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^n \int_{t_{s-1}}^{t_s} E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \ell^{\frac{t_r-t''}{\tau_{\mu}}} \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} dt' \quad (\text{Eq.IV.31})$$

Neste caso as deformações serão tomadas como constante entre  $t_s$  e  $t_{s-1}$ :

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^r E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \int_{t_{s-1}}^{t_s} \ell^{\frac{t_r-t'}{\tau_{\mu}}} dt' \quad (\text{Eq.IV.32})$$

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^r E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \int_{t_{s-1}}^{t_s} \ell^{\frac{t'}{\tau_{\mu}}} dt' \quad (\text{Eq.IV.33})$$

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^r E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \cdot \tau_{\mu} \left| \ell^{\frac{t'}{\tau_{\mu}}} \right| \quad (\text{Eq.IV.34})$$

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^r E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \cdot \tau_{\mu} \left( \ell^{\frac{t_s}{\tau_{\mu}}} - \ell^{\frac{t_{s-1}}{\tau_{\mu}}} \right) \quad (\text{Eq. IV.35})$$

Podemos então reescrever (35) como:

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^{r-1} E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \cdot \tau_{\mu} \left( \ell^{\frac{t_s}{\tau_{\mu}}} - \ell^{\frac{t_{s-1}}{\tau_{\mu}}} \right) +$$

$$\sum_{s=1}^{r-1} E_{\mu} \left( t_{s-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \cdot \tau_{\mu} \left( \ell^{\frac{t_s}{\tau_{\mu}}} - \ell^{\frac{t_{s-1}}{\tau_{\mu}}} \right) \quad (\text{Eq.IV.36})$$

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sum_{s=1}^{r-1} E_{\mu}\left(t_{s-\frac{1}{2}}\right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \tau_{\mu} \left( \ell^{\frac{t_s}{\tau_{\mu}}} - \ell^{\frac{t_{s-1}}{\tau_{\mu}}} \right) +$$

$$\sum_{s=1}^{r-1} E_{\mu}\left(t_{s-\frac{1}{2}}\right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_r} \ell^{\frac{t_r}{\tau_{\mu}}} \tau_{\mu} \left( 1 - \ell^{\frac{-\Delta t_r}{\tau_{\mu}}} \right) \quad (\text{Eq.IV.37})$$

Agora será utilizada a equação (36) para o cálculo de  $\sigma_{\mu}(t_{r-1})$ :

$$\sigma_{\mu}(t_{r-1}) = \sum_{s=1}^{r-1} E_{\mu}\left(t_{s-\frac{1}{2}}\right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \ell^{\frac{t_{r-1}}{\tau_{\mu}}} \tau_{\mu} \left( \ell^{\frac{t_s}{\tau_{\mu}}} - \ell^{\frac{t_{s-1}}{\tau_{\mu}}} \right) \quad (\text{Eq. IV.38})$$

Utilizamos agora as equações (37) e (38) para calcular  $\sigma_{\mu}(t_r) - \sigma_{\mu}(t_{r-1})$ :

$$\sigma_{\mu}(t_r) - \sigma_{\mu}(t_{r-1}) = E_{\mu}(t_{r-1/2}) \frac{\Delta \varepsilon(t_r) - \Delta \varepsilon^0(t_r)}{\Delta t_r} \tau_{\mu} \left( 1 - \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}} \right) +$$

$$\sum_{s=1}^{r-1} \left[ E_{\mu}\left(t_{s-\frac{1}{2}}\right) \frac{\Delta \varepsilon(t_s) - \Delta \varepsilon^0(t_s)}{\Delta t_s} \tau_{\mu} \left( \ell^{t_s / \tau_{\mu}} - \ell^{t_{s-1} / \tau_{\mu}} \right) \cdot \ell^{\frac{-t_{r-1}}{\tau_{\mu}}} \right] \left( \ell^{\frac{-t_r + t_{s-1}}{\tau_{\mu}}} - 1 \right) \quad (\text{Eq. IV.39})$$

consideraremos  $\sigma_{\mu}(t_{r-1})$  conforme a equação 38:

Reescrevendo (39) com a inserção de (38), vem:

$$\sigma_{\mu}(t_r) = E_{\mu}\left(t_{s-\frac{1}{2}}\right) \frac{\Delta \varepsilon(t_r) - \Delta \varepsilon^0(t_r)}{\Delta t_r} \tau_{\mu} \left( 1 - \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}} \right) + \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \left( \ell^{\frac{-\Delta t_r}{\tau_{\mu}}} - 1 + 1 \right) \quad (\text{Eq.IV.40})$$

chamando: 
$$\lambda_{\mu r} = \frac{1}{\Delta t_r} \tau_{\mu} \left(1 - \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}}\right) \quad (\text{Eq.IV.41})$$

reescreveremos (40):

$$\sigma_{\mu}(t_r) = \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}} + \lambda_{\mu r} E_{\mu} \left( t_{r-1/2} \right) \left( \Delta \varepsilon(t_r) - \Delta \varepsilon^0(t_r) \right) \quad (\text{Eq.IV.42})$$

Retornando à equação (26), vem:

$$\sigma(t_r) = \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_r) \quad (\text{Eq.IV.26a-bis})$$

e inserindo a equação (42):

$$\sigma(t_r) = \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}} + \sum_{\mu=1}^n \lambda_{\mu r} E_{\mu} \left( t_{r-1/2} \right) \left( \Delta \varepsilon(t_r) - \Delta \varepsilon^0(t_r) \right) \quad (\text{Eq.IV.43})$$

reutilizando a equação (26a) para o cálculo de  $\sigma(t_{r-1})$ :

$$\sigma(t_{r-1}) = \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \quad (\text{Eq.IV.44})$$

fazendo agora  $\sigma(t_r) - \sigma(t_{r-1})$  utilizando as equações (43) e (44) temos:

$$\sigma(t_r) - \sigma(t_{r-1}) = \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}} + \sum_{\mu=1}^n \lambda_{\mu r} E_{\mu} \left( t_{r-1/2} \right) \left( \Delta \varepsilon(t_r) - \Delta \varepsilon^0(t_r) \right) - \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \quad (\text{Eq.IV.45})$$

chamando, então,  $\Delta \sigma(t_r) = \sigma(t_r) - \sigma(t_{r-1})$ ,

$$E''(t_r) = \sum_{\mu=1}^n \lambda_{\mu r} E_{\mu} \left( t_{r-1/2} \right), \text{ sendo } \lambda_{\mu r} = \frac{1}{\Delta t_r} \tau_{\mu} \left( 1 - \ell^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_{\mu}}} \right)$$

$$e - \Delta \varepsilon^c(t_r) = \frac{1}{E''(t_r)} \sum_{\mu=1}^n \sigma_{\mu}(t_{r-1}) \left( \ell^{-\Delta t_r / \tau_{\mu}} - 1 \right) \quad (\text{Eq.IV.46})$$

Assim sendo, reescrevemos a equação (45) como sendo:

$$\Delta\sigma(t_r) = (\Delta\varepsilon(t_r) - \Delta\varepsilon^0(t_r) - \Delta\varepsilon^c(t_r))E''(t_r) \quad (\text{Eq.IV.47})$$

$$\Delta\sigma(t_r) = E''(t_r)[\Delta\varepsilon(t_r) - \Delta\varepsilon''(t_r)] \quad (\text{Eq.IV.48})$$

Note-se que as equações (47) e (48) são idênticas às equações (15) e (16). São equações constitutivas que podem ser implementadas em um programa de MEF, exatamente como através das equações (20) a (23).

Da mesma que forma que para o caso da formulação integral, é fácil a generalização da formulação diferencial para o caso tridimensional:

$$\{\Delta\sigma(t_r)\} = E''(t_r)[D^*]\{\{\Delta\varepsilon(t_r)\} - \{\Delta\varepsilon''(t_r)\}\} \quad (\text{Eq. IV.49})$$

$$\{\Delta\varepsilon''(t_r)\} = [D^*]^{-1}(E''(t_r))^{-1} \sum_{\mu=1}^n (1 - e^{-\Delta t_r/\tau_\mu}) \{\sigma_\mu(t_{r-1})\} + \{\Delta\varepsilon^0(t_r)\} \quad (\text{Eq.IV.50})$$

$$\{\sigma_\mu(t_r)\} = \{\sigma_\mu(t_{r-1})\} e^{-\frac{\Delta t_r}{\tau_\mu}} + [D^*]\lambda_{\mu r} E_{\mu, r-1/2} \left( \{\Delta\varepsilon(t_r)\} - \{\Delta\varepsilon^0(t_r)\} \right) \quad (\text{Eq.IV.51})$$

com  $E''(t_r)$  dado pela equação (48) e  $\lambda_{\mu r}$  dado pela equação (41).

Podemos, então, observar que, para o cálculo de  $\{\Delta\varepsilon''(t_r)\}$  no caso desta formulação diferencial não precisamos de toda a história de tensões, mas apenas das tensões  $\{\sigma_\mu(t_{r-1})\}$  do passo anterior  $t_{r-1}$ . Se nossa série de Dirichlet que aproxima a função de relaxação tiver, por exemplo, 5 termos, deveremos guardar (em memória) por ponto de integração, 5 valores para cada componente do vetor de tensões, o que representa uma enorme economia de memória em relação à formulação integral.

De maneira semelhante à da dedução mostrada acima, podemos, partindo de um problema de tensões impostas, desenvolver um modelo numérico para o caso de fluência, ou seja, imaginamos que a função de fluência da equação (7) possa ser expandida em uma série de Dirichlet com um número finito de termos:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_{\mu}(t')} \left( 1 - \ell \frac{t-t''}{\tau_{\mu}} \right) \quad (\text{Eq.IV.52})$$

podemos então escrever a equação (7) no caso unidimensional, introduzindo a equação (52):

$$\varepsilon(t_r) = \int_{t_0}^{t_r} \frac{1}{E(t')} + \sum_{\mu=1}^n \left( 1 - \ell \frac{t-t''}{\tau_{\mu}} \right) d\sigma(t') + \varepsilon^0(t_r) \quad (\text{Eq.IV.53})$$

Fazendo um desenvolvimento semelhante àquele feito anteriormente para o problema da relaxação, chegamos à equação (51):

$$\{\Delta\sigma(t_r)\} = E''(t_r) [D^*] \{ \{\Delta\varepsilon(t_r)\} - \{\Delta\varepsilon''(t_r)\} \} \quad (\text{Eq.IV.51.bis})$$

com:

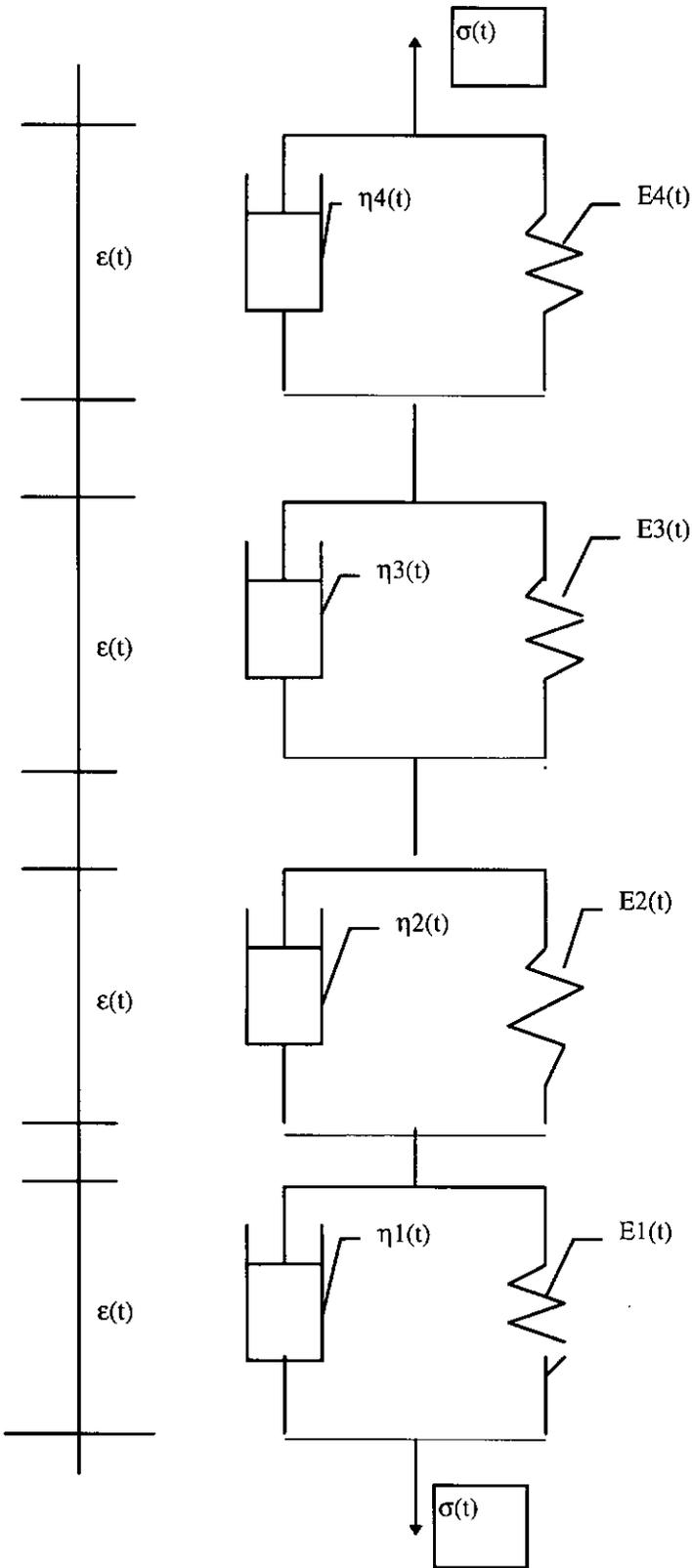
$$\{\Delta\varepsilon''(t_r)\} = \sum_{\mu=1}^n \{ \varepsilon_{\mu}(t_{r-1}) \} \left( 1 - \ell \frac{\Delta t_r}{\tau_{\mu}} \right) + \{\Delta\varepsilon^0(t_r)\} \quad (\text{Eq.IV.54})$$

$$\{ \varepsilon_{\mu}(t_r) \} = [D^*]^{-1} \cdot \frac{1}{E_{\mu}(t_{r-1/2})} \cdot \{ \Delta\sigma(t_r) \} + \{ \varepsilon_{\mu}(t_{r-1}) \} \cdot \ell \frac{\Delta t_r}{\tau_{\mu}} \quad (\text{Eq.IV.55})$$

sendo  $E''(t_r)$  dado por (46),  $E_{\mu}(t_{r-1/2})$  dado por (28) e  $\lambda_{\mu r}$  dado pela equação (41).

#### IV.2 - Correspondência entre os modelos reológicos e a formulação diferencial:

Pode-se provar [35] que os dois tipos de desenvolvimento mostrados anteriormente para um problema de relaxação ou de fluência correspondem aos modelos reológicos das cadeias de Maxwell e de Kelvin respectivamente. A correspondência entre os termos das séries e os modelos reológicos é mostrada nas figuras abaixo:



Obs.: Os valores de  $\eta_\mu = \tau_\mu \cdot E_\mu$

Fig. IV.5 - Cadeia de Kelvin com 4 elementos.

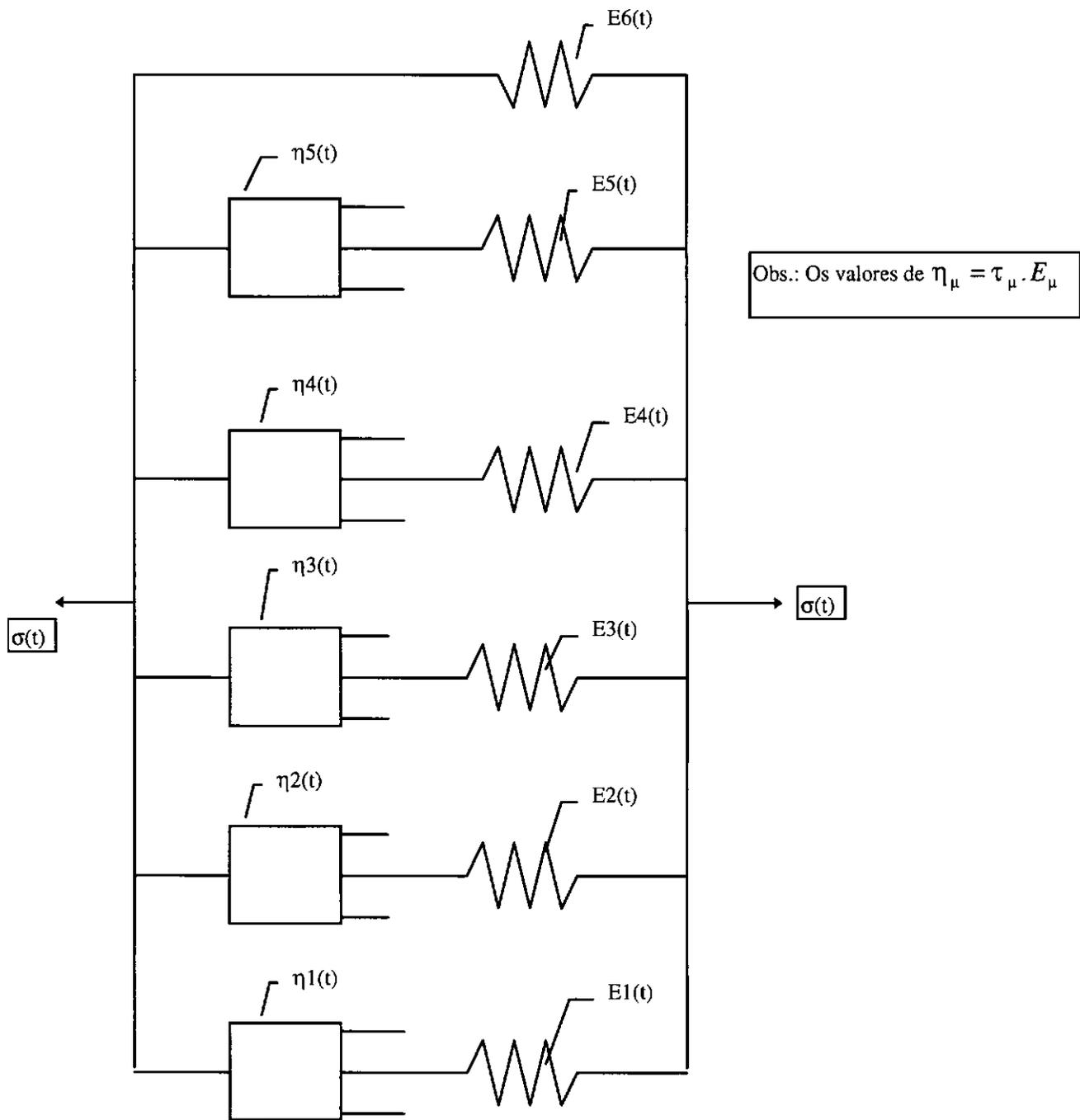


Fig. IV.6 - Cadeia de Maxwell.

### IV.3 - Ajuste das funções de relaxação e de fluência através de séries de Dirichlet

As equações (24) e (52) mostram o desenvolvimento das funções de relaxação e de fluência respectivamente em série de Dirichlet.

O problema consiste em determinar os valores dos parâmetros  $E_\mu$ ,  $\tau_\mu$  e do nº de termos  $n$  que determinam estas séries.

A determinação destes parâmetros é feita através de um ajuste de mínimos quadrados que intervem sobre valores discretos de relaxação  $\tilde{R}(t_b, t_a')$  ou sobre valores discretos de fluência  $\tilde{J}(t_b, t_a')$  para certos tempos  $t_b$  e idades de carregamento  $t_a'$ . Estes valores discretos de relaxação ou de fluência podem ser obtidos seja experimentalmente, seja pela aplicação das fórmulas de relaxação ou de fluência. Valores discretos de relaxação podem também ser obtidos pela inversão numérica de funções de fluência através de algoritmo bastante conhecido [26] e [36].

De posse dos valores discretos  $\tilde{R}(t_b, t_a')$  ou  $\tilde{J}(t_b, t_a')$  passamos à determinação dos coeficientes das séries de Dirichlet para os tempos  $t_a'$ , isto é, trata-se inicialmente de definir os parâmetros que caracterizam as séries de Dirichlet na forma das equações (24) e (52):

$$R(t_r, t_a') = \sum_{\mu=1}^n E_\mu(t_a') \ell^{\frac{t_r - t_a'}{\tau_\mu}} + E_\infty(t_a') \quad (\text{Eq. IV.56})$$

$$J(t_r, t_a') = \frac{1}{E(t_a')} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_\mu(t_a')} \left( 1 - \ell^{\frac{t_r - t_a'}{\tau_\mu}} \right) \quad (\text{Eq. IV.57})$$

Um primeiro ajuste por mínimos quadrados é então realizado para a determinação dos  $E_\mu(t_a')$  e de  $E(t_a')$  para o caso da equação (57).

Para tal, determinamos inicialmente o número de termos da série  $n$  e os tempos  $\tau_\mu$ . O número de termos da série, visto a experiência já acumulada na utilização de tal procedimento, varia em torno de  $n=5$ . Os tempos  $\tau_\mu$  são também determinados a partir de experiência anterior, sendo geralmente usados os seguintes valores:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \tau_{min} \\ \tau_\mu &= \tau_{\mu-1} \cdot 10^{1/q} \\ \tau_n &= \infty \cong 10^{30}\end{aligned}\quad (\text{Eq.IV.58})$$

onde  $\tau_{min} = 0,01.dias$  e  $q = 1$ . A imposição de  $\tau_n = \infty$  é necessária apenas para o caso de relaxação correspondente à cadeia de Maxwell, para que seja imposta uma assíntota que garanta um patamar inferior à função de relaxação.

Determinados os  $E_\mu(t'_a)$  para os tempos discretos  $t'_a$  onde eram conhecidos os valores discretos  $\tilde{R}(t_b, t'_a)$  e  $\tilde{J}(t_b, t'_a)$ , fazemos um outro ajuste por mínimos quadrados para determinar uma função que permita calcular os valores de  $E_\mu(t')$  para qualquer  $t'$  dado. Neste caso, a função utilizada é aquela proposta por Bazant [36].

$$E_\mu(t') = C_{\mu,1} + C_{\mu,2} \cdot \log(1+t') + C_{\mu,3} \cdot \log^2(1+t') + C_{\mu,4} \cdot \log^3(1+t') \quad (\text{Eq.IV.59})$$

para a qual os coeficientes  $C_{\mu k}$  são determinados pelo ajuste dos mínimos quadrados.

Desta forma, temos as séries de Dirichlet definidas para qualquer idade de carregamento  $t'$ , seguindo a forma das equações abaixo:

$$R(t_r, t'_a) = \sum_{\mu=1}^{n-1} \left( \sum_{k=1}^4 C_{\mu k} \cdot \log^{k-1}(1+t'_a) \right) \cdot e^{-\frac{t_r - t'_a}{\tau_\mu}} + \sum_{k=1}^4 C_{\infty, k} \log^{k-1}(1+t'_a) \quad (\text{Eq. IV.60})$$

$$J(t_r, t'_a) = \frac{1}{\sum_{k=1}^4 C_{E,k} \log^{k-1}(1+t'_a)} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{\sum_{k=1}^4 C_{\mu k} \log^{k-1}(1+t'_a)} \left( 1 - \ell^{\frac{t_r - t'_a}{\tau_\mu}} \right)$$

(Eq.IV.61)

É importante notar que os valores das constantes  $C_{\mu k}$  foram determinados por um procedimento de mínimos quadrados ajustado sobre valores de fluência e relaxação para idades de carregamento onde eram conhecidos valores discretos de  $\tilde{R}(t_b, t'_a)$  e  $\tilde{J}(t_b, t'_a)$ .

A utilização da função (59) e das fórmulas (60) e (61) deve então ficar limitada a valores de  $t'$  que não extrapolem os limites para os quais os valores discretos são conhecidos.

## CAPÍTULO V

### ENSAIOS DE LABORATÓRIO

Visando a elaboração de uma base de dados que possa ser efetivamente utilizada para o desenvolvimento de modelos de predição, a presente descrição dos ensaios realizados pretende ser o mais detalhada possível. Procuramos assim seguir as recomendações da RILEM para a elaboração de uma base de dados sobre ensaios reológicos relatadas no recente artigo: “Considerations on the development of a Data base on Creep and Shrinkage Tests” [04].

Apresentaremos a metodologia e os equipamentos utilizados desde a mistura do concreto, a moldagem dos corpos de prova, seus procedimentos de cura e realização de cada um dos ensaios que compuseram este trabalho.

De uma forma geral, os métodos utilizados foram aqueles já comuns no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ com as adaptações necessárias aos objetivos a serem atingidos. Em determinados casos, como será visto adiante, alguns passos foram modificados durante o desenvolvimento da pesquisa, a fim de melhorar o rendimento geral.

#### V.1 - Dosagens

A escolha das dosagens foi baseada na continuidade e complementação da pesquisa relativa ao trabalho de mestrado do autor [07], que por sua vez foi baseado no traço 1:2.7:3.2, A/C = 0.7 (medidas em peso) bastante utilizado em pesquisas anteriores no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ.

Este traço foi sendo modificado, tanto pela redução do fator água-cimento (A/C), quanto pela introdução de aditivos superplastificantes e/ou por aditivos minerais à base de microssílica. Em uma fase posterior o traço foi sendo enriquecido em cimento, desde os 350 kgf/m<sup>3</sup>, até traços com consumo da ordem de 546 kgf/m<sup>3</sup> aditivados com superplastificantes e microssílica para a obtenção de concretos de alto desempenho (CADs).

Em todos os traços foi utilizado cimento Mauá CP-32 (inicialmente o CPE-32 e posteriormente, devido à mudança de nomenclatura normatizada, CPII-32-F), areia de rio lavada e britas 0 e 1 misturadas, de origem granítica, comuns na cidade do Rio de Janeiro. Quanto aos aditivos, foram escolhidos os produzidos pela SIKA SA. pela sua tradição, qualidade e apoio. Foram utilizados o SIKAMENT-300 como superplastificante, o

SIKACRETE-950 à base de microssílica e ainda, o produto ANTISOL, agente de cura química, como redutor de retração por perda de água para o meio ambiente por evaporação (pintura externa dos corpos de prova).

## V.2 - Procedimentos de mistura e moldagem dos corpos de prova

No pátio de concretagem do Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, à temperatura ambiente (a temperatura do pátio pode ser considerada variando entre 30°C e 42°C), partindo-se de cada uma das dosagens estabelecidas, o concreto era misturado a partir do umedecimento da betoneira (capacidade de 320 litros com carregamento mecânico), da medição da umidade da areia a ser utilizada e da conseqüente correção do traço, de modo que a água contida na areia fosse descontada do total a ser colocado no traço. O processo de verificação da umidade da areia consiste na tomada de uma amostra do interior do depósito de areia, sua pesagem, secagem através de aquecimento gerado pela queima de álcool misturado à amostra e finalmente nova pesagem para o cálculo do percentual de água evaporada. Este processo era repetido tres vezes de modo a gerar uma umidade média, mais representativa da amostra.

Feita a devida correção do traço, a areia e a brita (previamente peneirada), medidas em peso, eram colocadas na betoneira com cerca de 50% da água prevista para o traço (também medida em peso) e misturadas por cerca de 30 segundos. Com a betoneira novamente parada, o cimento, igualmente medido em peso, era adicionado juntamente com a água restante, quando então, o material era misturado durante 2 minutos, seguido por 1 minuto de repouso da massa e finalmente misturado por mais 2 minutos. Após este tempo o concreto era despejado em carrinho de mão, com roda de borracha, e transportado a distância da ordem de 5 metros para ser colocado nas formas.

Para os casos de concretos aditivados somente com superplastificantes, a rotina era semelhante ao caso anterior, sendo os mesmos previamente misturados à segunda metade da água de amassamento. Para os casos de traços dosados com microssílica, cerca de 20% do total de água era reservado da segunda parcela e previamente misturada com o superplastificante e com o aditivo à base de microssílica, sendo esta solução final adicionada após 1 minuto de mistura dos demais componentes do concreto na betoneira. Nos dois casos aqui mencionados, após a adição dos componentes adicionais, o concreto era misturado por 3 minutos, descansava 1 minuto e era misturado finalmente por mais 3 ou 4 minutos conforme fosse constatada visualmente a complementação da mistura de todos os componentes, tendo em vista que, a microssílica e o superplastificante exigem um tempo maior para a efetivação da homogeneização dos componentes. Este fenômeno é facilmente explicado pela necessidade de tempo para a completa ocorrência da reação química gerada pelo superplastificante (aumento do poder de molhagem da água, pela inversão da polaridade da superfície de dissolução dos grãos de cimento) e posterior mistura dos demais componentes, especialmente a microssílica, devido à sua forte tendência aglutinante ocasionada pela sua excessiva finura, que ocasiona também maior dificuldade de molhagem (elevada superfície específica - ver capítulo II deste trabalho).

As formas utilizadas foram metálicas para os corpos de prova cilíndricos, 15x30cm e de madeira (compensado naval) para as prismáticas de 10x10x30cm e 20x20x60cm, untadas com óleo mineral como desformante. A aplicação do óleo mineral era efetivada na véspera da concretagem de tal forma que pudesse ser retirado o excesso da aplicação através de estopa e houvesse tempo suficiente para que o mesmo penetrasse efetivamente nas formas. As formas eram vedadas com massa à base de cêra para evitar perdas de nata de cimento. A moldagem dos corpos de prova cilíndricos foi realizada sempre em 4 camadas, vibradas com vibrador de agulha de diâmetro igual a 1 polegada, por tempo suficiente para que a camada atingisse estabilidade volumétrica, ou seja, não tivesse a altura reduzida. Os corpos de prova prismáticos, cheios na horizontal, também eram moldados em 4 camadas e vibrados da mesma forma anteriormente descrita. O ensaio de Slump-test foi realizado conforme as recomendações das Normas da ABNT, ou seja, 3 camadas vibradas com 25 golpes cada uma de barra com diâmetro de 3/8", sendo a seguir, retirado o tronco de cone e medido o abatimento da massa em relação da altura da forma utilizada. Após o início da pega, ou seja, cerca de 2 a 3 horas após a moldagem, os corpos de prova, prismáticos e cilíndricos recebiam uma regularização complementar de superfície, sendo então cobertos com placa de vidro. A presença desta placa de vidro garante que a superfície é perfeitamente regular, uma vez que fica perfeitamente visível o contato da argamassa com a superfície totalmente plana do vidro. Esta placa de vidro permanecia no local até o momento do transporte para o laboratório de Reologia.

Inicialmente adotaram-se formas prismáticas de 20x20x60cm devido à prévia existência das mesmas no Laboratório, tendo sido utilizadas em pesquisa anterior sobre relaxação do concreto (veja [31]). Posteriormente, quando do início dos ensaios com concretos de resistência à compressão superior aos 25 MPa constatou-se a dificuldade para utilização de elementos com estas dimensões, pois os mesmos, exigiam cargas de ruptura muito elevadas, difíceis de serem obtidas, uma vez que a capacidade máxima da prensa do Laboratório de Estruturas é de apenas 100tf (para estes prismas a tensão máxima gerada é inferior a 25 MPa, lembrando-se que as prensas em geral não apresentam precisão suficiente ao ultrapassarem cerca de 85% de sua capacidade máxima). Baseado-se neste fato, foram adotados prismas de 10x10x30cm que obedeciam às mesmas proporções de dimensões que o anterior (mesmo fator de forma), sendo de mais fácil manuseio e permitindo a obtenção de tensões (dentro da margem de segurança adequada) da ordem de até 85,0 Mpa. Na mesma ordem, outro problema que ocorreu ocasionado pelas dimensões dos corpos de prova adotados inicialmente, foram as condições de aplicação de carregamentos nos ensaios de fluência que estivessem próximos a 40% de sua capacidade resistente final no momento do carregamento (veja descrição dos ensaios de fluência a seguir). Estas cargas exigiam que fossem aplicadas cargas concentradas no equipamento de fluência acima inclusive da capacidade de sustentação da viga metálica devido ao balanço excessivo necessário para transmitir o carregamento adequado.

Após a moldagem, os corpos de prova permaneciam no mesmo local (à temperatura ambiente) por cerca de 6 horas, ou seja, até que apresentasse consistência suficiente (secagem ao toque) para serem transportados para o laboratório de Reologia. Após esta mudança eram mantidas constantes a temperatura, 21 graus Celsius (mais ou menos 1 grau) e a umidade relativa do ar, 50% (mais ou menos 5%). Os corpos de prova a serem ensaiados, com idade de 7,5 a 9 horas eram então desformados cuidadosamente, tendo-se

em conta a dificuldade da operação sem causar danos a estes corpos de prova (especialmente aos cantos), sendo os demais elementos somente desmoldados no dia seguinte com idade superior a 24 horas de moldagem, permanecendo no ambiente controlado até a data de ser ensaiado. Estes corpos de prova, após a desmoldagem, eram revestidos com ANTISOL, um líquido denso, fabricado pela SIKA, que reduz a evaporação acelerada da água do concreto (especialmente em ambiente de umidade relativa do ar baixa, como no laboratório), permitindo uma cura muito mais eficiente para o concreto.

### V.3 - Resistência à compressão

Na hora, ou data, determinada, os cilindros de concreto eram pesados e medidos e então levados à prensa (Amsler de 100 tf) onde eram rompidos, no mínimo dois por idade e série ensaiada, normalmente a 8 horas, 1 dia, 3 dias, 7 dias e aos 28 dias. A velocidade de carregamento dos corpos de prova era da ordem de 2 toneladas por segundo para os corpos de prova com idade superior aos 3 dias e de 0,5 a 1,0 tf/s para aqueles com idades inferiores. Alguns corpos de prova necessitaram ser rompidos na prensa do Laboratório de Materiais de Construção da Escola de Engenharia da UFRJ, com capacidade para 300 tf, devido à grande resistência atingida pelos concretos de Alto Desempenho. Nos casos em que a resistência à ruptura por compressão ultrapasse os 48MPa, não é mais possível a utilização da prensa do laboratório de Estruturas, já que 85tf (sua capacidade de serviço) divididos pela área da seção (176,7cm<sup>2</sup>) ocasionará tensões de 48,1MPa.

Deve-se considerar aqui que, devido à qualidade de preparo da superfície dos corpos de prova, os mesmos não recebiam processo de capeamento complementar, uma vez que para os casos dos concretos de resistência mais elevada, o capeamento (casos de capeamento com argamassa ou enxofre, mais comumente utilizados) pode apresentar rompimento anterior ao do concreto comprometendo a qualidade do resultado obtido.

### V.4 - Módulo de Elasticidade

Nas mesmas idades dos ensaios de resistência à compressão, os corpos de prova cilíndricos moldados especialmente para este ensaio, incluindo um extensômetro elétrico de resistência (EER) tipo KIOWA KM-120 montado verticalmente no eixo do cilindro eram levados à mesma prensa anteriormente mencionada, onde eram carregados em 5 ciclos de carga (variação de 1% a 40% da carga de ruptura obtida pelo ensaio à compressão realizado imediatamente antes deste ensaio) sendo lidas as deformações medidas no extensômetro a intervalos de 0,5 a 1 tf (intervalos da ordem de 1% da carga de ruptura do elemento). A leitura das deformações era efetivada pela ligação ao extensômetro elétrico de resistência de uma caixa (denominada caixa alfa) onde a resistência do extensômetro era ligada a uma ponte elétrica (meia ponte de Weatchstone), permitindo assim, a leitura digital de seu valor numérico. Este equipamento já fornece a leitura das deformações em micro-strain diretamente, sem necessidade de transformações.

Após o procedimento anterior, o corpo de prova era levado à ruptura mantendo-se as leituras das deformações, enquanto possível. Estes dados permitem a obtenção do módulo

de elasticidade tangente do concreto naquela idade determinada, baseado no método descrito pela RILEM [33], também de uso habitual no Laboratório.

Finalmente apresentamos o procedimento aplicado através de uma planilha de dados de um dos ensaios realizados. Foi escolhido aleatoriamente o ensaio 28 realizado em 21 de Fevereiro de 1992, para um concreto com 8 horas de idade:

Cargas (tf)	Deformações (micro-strain)	Observações:
0	108	Início do carregamento
0,2	93	
0,4	75	
0,6	50	
0,8	27	
1,0	-5	
1,2	-41	
1,4	-84	36% da carga de ruptura
0,2	-1	
1,4	-104	2º ciclo
0,2	-18	
1,4	-116	3º ciclo
0,2	-29	
1,4	-123	4º ciclo
0,2	-35	
1,4	-128	5º ciclo (Considerado estável)
0,2	-41	
0,4	-55	
0,6	-69	
0,8	-83	
1,0	-99	
1,2	-121	
1,4	-141	
1,8	-221	
2,2	-325	
2,6	-484	
3,0	-698	
3,4	-1008	
3,8	-1560	
4,2	-2554	ruptura

Fig.V.1 - Planilha de ensaio de módulo de elasticidade segundo a RILEM.

Exemplo de cálculo:

$$E_{8h} = \frac{\frac{1400}{176,7} - \frac{200}{176,7}}{(128 - 35) \times 10^{-6}} = 7302,3 \text{ MPa}$$

### V.5 - Fluência

Para a realização deste ensaio foram desenvolvidas “máquinas de fluência”, montadas no Laboratório de Reologia. Estas “máquinas” consistem de um perfil “T” de aço de 12” apoiado no vão sobre o corpo de prova a ser carregado e sobre uma base em uma das extremidades, sendo que esta base reage com a laje de reações existente no teto do Laboratório de Reologia. Na outra extremidade foi pendurado um bloco de concreto com cerca de 700 daN de tal forma que, variando-se a posição do elemento a ser carregado era possível variar a carga aplicada, a qual, além de poder ser calculada pelas reações da viga, era mantida constante e controlada através de células de carga com capacidade de 20000 daN (Veja fig.V.2). É importante lembrar que este mecanismo de posicionamento permite ajustar a carga a ser aplicada em 40% da carga de ruptura obtida pelo ensaio de resistência à compressão anteriormente realizado.

Foram montadas quatro “máquinas de fluência” para que fosse possível o levantamento de uma família de curvas para cada concreto ensaiado. Os corpos de prova eram colocados sob carregamento proporcional à sua capacidade elástica de carga nas idades de 9 horas, 1 dia, 3 dias e 7 dias.

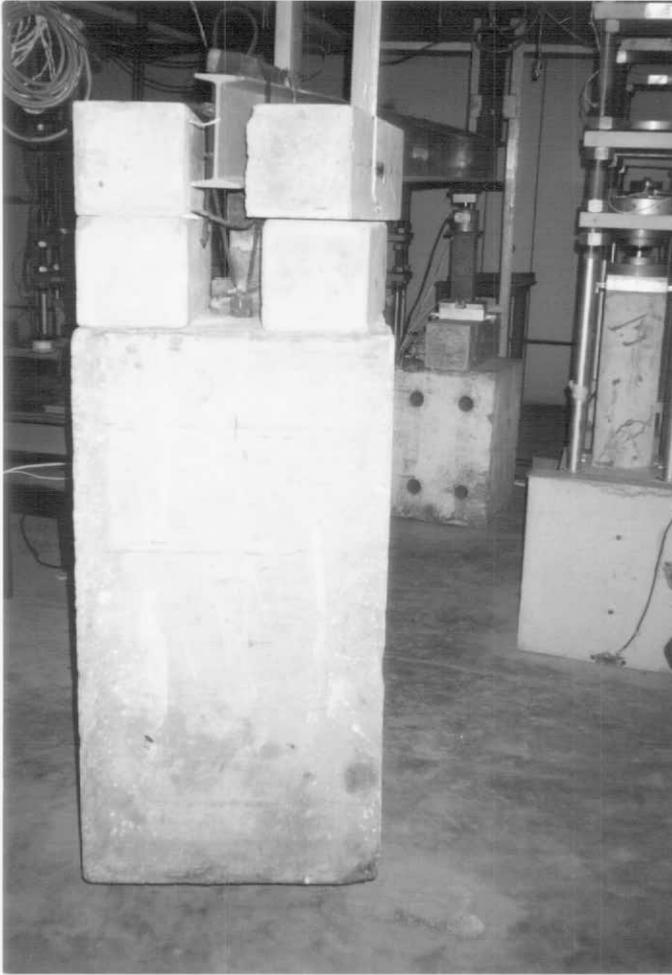


Fig. V.2 - Equipamento para ensaio de fluência.

As leituras das deformações nestes ensaios foram feitas através de um extensômetro elétrico de resistência, EER tipo KIOWA KM 120, fixado verticalmente, no eixo central do prisma. Este extensômetro foi ligado a um data logger (HP) que permitia a leitura digital de vários extensômetros e células de carga simultaneamente. Este data logger, era comandado por um microcomputador XT que controlava o intervalo de tempo e acionava o sistema de leitura de dados automaticamente. Este sistema automatizado (veja listagem do programa em anexo), desenvolvido especificamente para estes ensaios, permitiu a captação de leituras em intervalos regulares (os intervalos eram maiores conforme se tornava mais estável o conjunto de leituras), inclusive durante noites e finais de semana. As leituras foram realizadas a intervalos de 30 segundos nas primeiras idades, variando para intervalos de até 3 horas nas últimas idades. Os dados dos ensaios de fluência eram transformados de voltagem (na forma como eram captados pelo data logger) para deformações e gravados em arquivos para posterior análise. As figuras V.2 e V.3 mostram o conjunto de equipamentos utilizados.

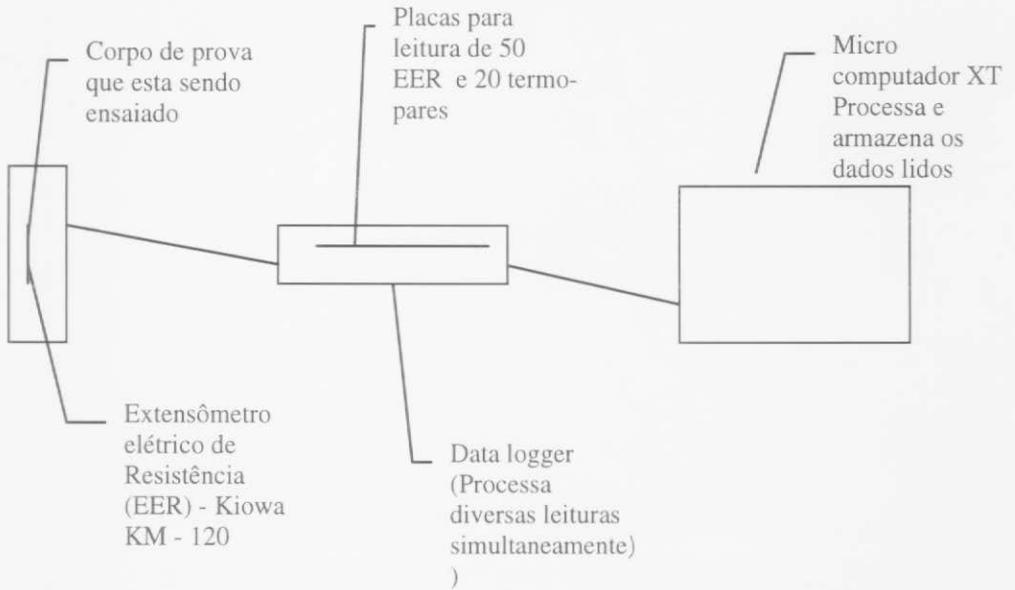


Fig. V.3 - Esquema do sistema de aquisição de dados.

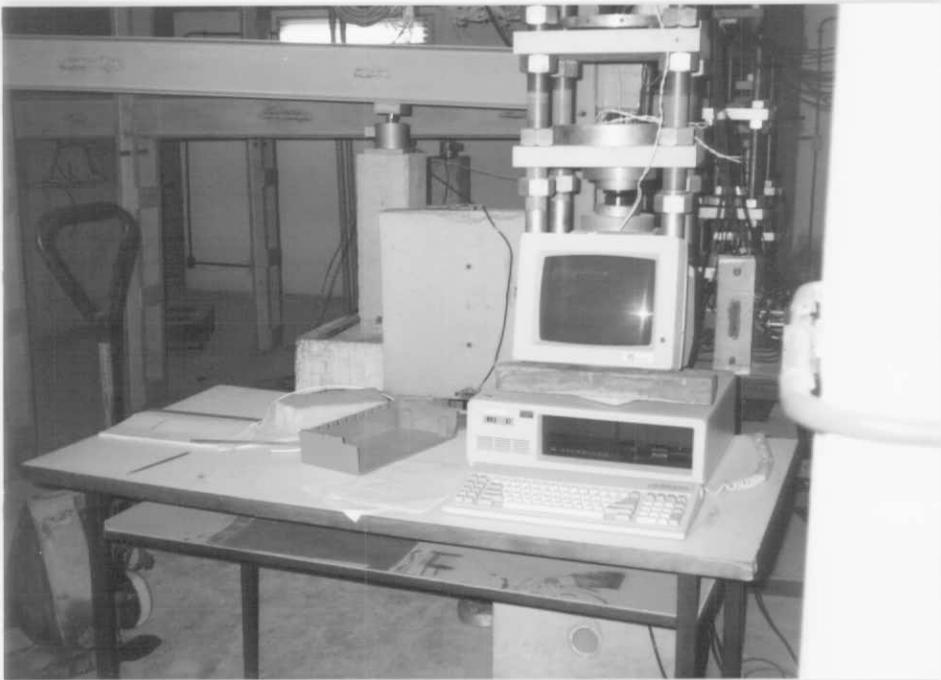


Fig.V.4 - Foto do sistema de aquisição de dados.

## V.6 - Relaxação

Os ensaios de relaxação foram realizados com a utilização de equipamentos existentes no Laboratório de Reologia, desenvolvidos para séries anteriores de ensaios [31], conforme pode ser observado no esquema da fig.V.5 e na foto da figura V.6. O ensaio de relaxação consistiu na colocação de um corpo de prova com idade de 9 horas sob deformação constante, para obtenção da variação da tensão. A deformação aplicada era definida como sendo aquela provocada pela aplicação de uma carga que gere tensões de ordem de 40% da tensão de ruptura obtida em ensaio de resistência à compressão nesta mesma idade.

Esta deformação era controlada pela leitura de um extensômetro elétrico de resistência, do mesmo tipo dos anteriormente descritos, colocado no centro do corpo de prova e lido a intervalos de tempo crescentes, conforme o crescimento da idade do concreto e consequente estabilidade de comportamento. A carga aplicada era controlada por célula de carga com capacidade para até 200 kN. As cargas e deformações estavam interligados no sistema geral de leitura de dados descrito no item anterior sobre fluência, permitindo sistema de leituras automáticas.

Após a obtenção da deformação pretendida o corpo de prova era mantido entre duas placas fixas e rígidas de aço ligadas por quatro barras de aço com 2" de diâmetro para impedir a variação da deformação imposta. Entretanto, variações permitidas pela deformação das barras eram imediatamente compensadas através das porcas de fixação que eram apertadas ou afrouxadas conforme as variações indicadas imediatamente pelo computador. O sistema de captação de dados informava a cada leitura, qual era a deformação diferencial ocorrida, informando quanto de deformação deveria ser corrigido. Estas variações só apresentaram valores consideráveis nas primeiras horas após o carregamento, estabilizando-se na medida que o comportamento do concreto tornava-se mais estável. A variação do carregamento inicial era obtida por leituras automáticas, através do data-logger acionado pelo microcomputador, que permitia, então, fosse traçada a curva de relaxação.

Quanto às variações na deformação imposta e que deve ser mantida constante no corpo de prova ensaiado à relaxação, a cada conjunto de leituras era feita a superposição dos efeitos  $(\Delta\varepsilon^0)$  e  $(\Delta\varepsilon')$  e tomando-se então a decisão de proceder, ou não, às correções.

Desta forma, se considerarmos o sinal "+" para efeito de compressão, quando a diferença entre os dois efeitos for positiva, significa que as porcas deverão ser apertadas e quando ocorrer o contrário, as porcas deverão ser relaxadas para permitir que o corpo de prova se deforme o necessário a fim de retornar à posição imposta inicialmente.

Estes apertos e afrouxos eram executados manualmente e portanto, à base de sucessivas tentativas de tal forma a se obter variações de deformações impostas nulas.

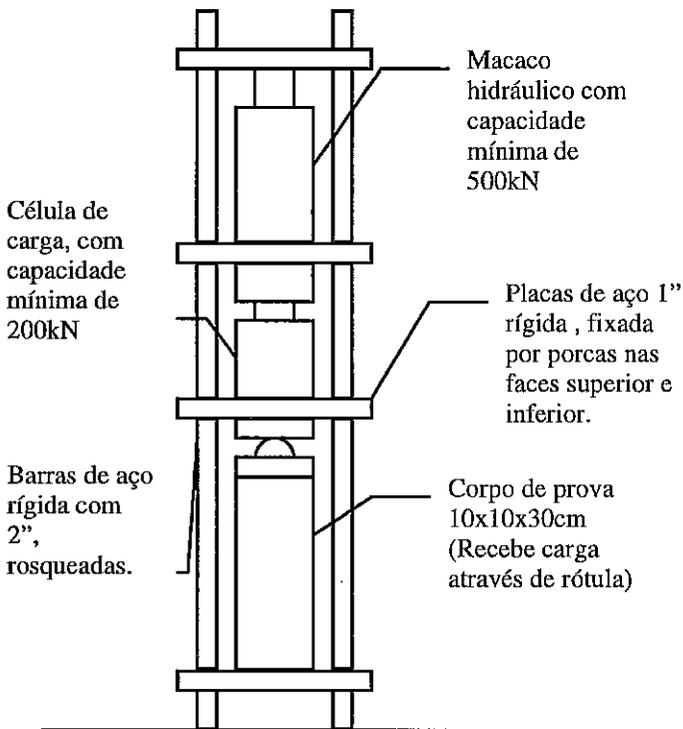


Fig. V.5 - Esquema do ensaio de relaxação

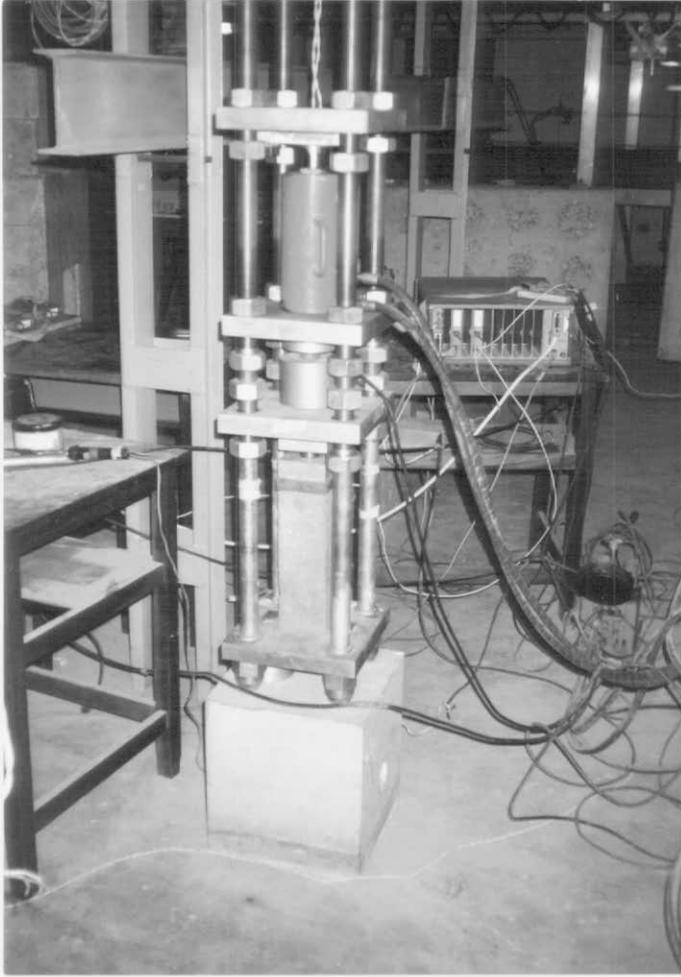


Fig. V.6 - Foto do equipamento do ensaio de relaxação.

### V.7 - Retração

O ensaio de retração consiste na leitura das deformações de um corpo de prova a partir do momento de sua desforma, sem que seja submetido a qualquer carregamento, através de um extensômetro elétrico de resistência, instalado no interior (eixo central) do elemento de concreto. Estas deformações aqisitadas através do data-logger comandado pelo microcomputador são automaticamente gravadas em disquetes após serem convertidas de diferença de voltagem para micro-strains. Estes dados são captados em ambiente de temperatura e umidade relativa do ar mantidos constantes, conforme descrito no início do presente capítulo.

Conforme a figura V.7, pode-se observar uma visão geral do laboratório de Reologia durante uma série de ensaios, com o elemento utilizado para leitura de deformações de retração posicionado no chão, próximo aos demais ensaios.

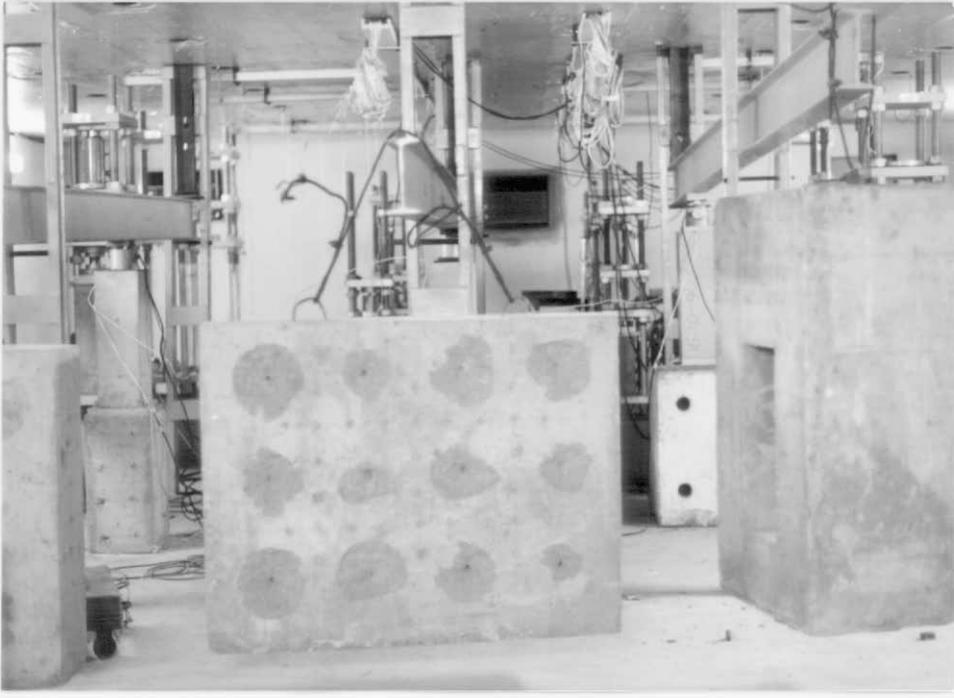


Fig. V.7 - Visão geral do laboratório de Reologia

#### V.8 - Temperatura interna

A obtenção dos valores de temperatura interna dos corpos de prova foi realizada através da utilização de termo-pares do tipo ferro-constantan fixados no centro dos corpos de prova juntamente com o extensômetro. Este equipamento ligado ao data-logger através de uma placa especial, permite a leitura das temperaturas internas dos diversos corpos de prova ensaiados simultaneamente, incluindo uma ponta deixada ao ar, para controle constante da temperatura ambiente.

O intervalo de tempo entre as leituras adotado, foi o mesmo utilizado para os demais ensaios, ou seja, a cada conjunto de leituras de tensões e de deformações eram também captadas as temperaturas. Pode-se ver na figura V.8 o sistema de ligação do termo-par. Toda vez que o sistema de leituras automáticas comandado pelo microcomputador era acionado as leituras de temperatura interna ao corpo de prova e externa eram lidos e gravados em disco para análise posterior.

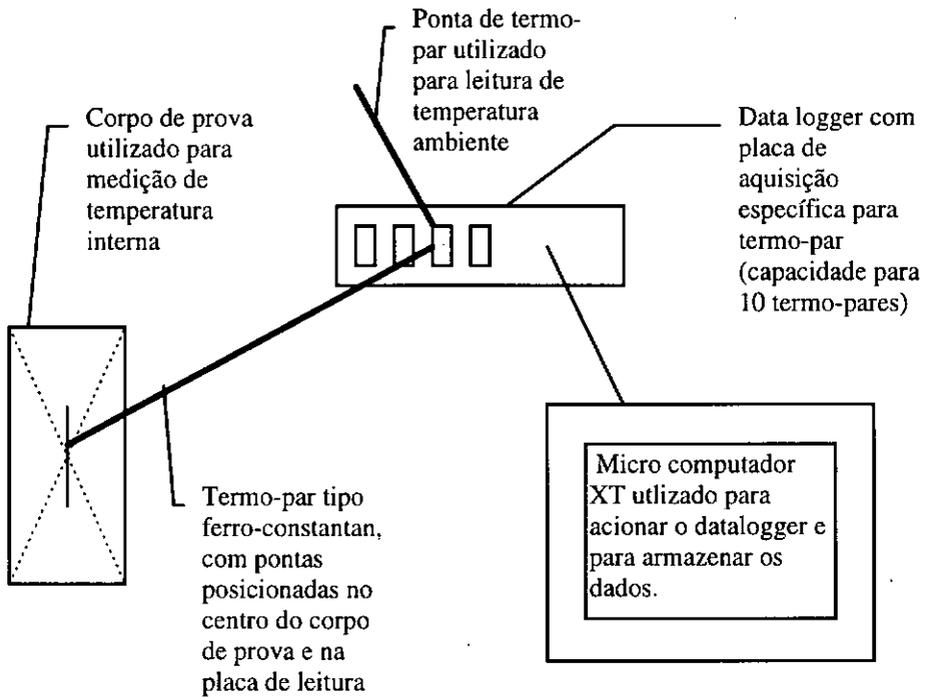


Fig. V.8 - Sistema de leitura de temperatura dos corpos de prova.

## CAPÍTULO VI

### Resultado dos ensaios

Neste capítulo serão apresentados os resultados de todo o conjunto de ensaios que compuseram esta pesquisa, ou seja, um conjunto de 16 séries, onde 3 traços foram combinados, variando-se o fator água-cimento, a dosagem da microssílica em relação ao cimento e as porcentagens de aditivos superplastificantes. É importante frisar que nos traços compostos com microssílica, este produto não é considerado como aditivo e sim substitui parte do cimento, portanto, nestes casos, o fator água-cimento indicado significa a relação entre água e cimento mais microssílica.

Na tabela VI.1 são mostrados os traços utilizados em cada uma das séries ensaiadas. A partir da figura VI.2 pode ser observado, sob a forma de gráficos, as curvas de resistência à compressão, módulo de elasticidade (deformação longitudinal), fluência (4 curvas para cada série,  $t' = 9$  horas, 1 dia, 3 dias e 7 dias), relaxação ( $t' = 9$  horas), retração e temperatura de cada uma das séries ensaiadas.

Finalmente deve-se mencionar que o fator  $A\%$ , indicado na figura VI.1 refere-se à relação entre o peso de água e o total dos materiais secos componentes do traço, sendo um referencial comumente utilizado para a previsão da trabalhabilidade do concreto.

Após a apresentação das curvas dos resultados experimentais apresentaremos as primeiras conclusões sobre os mesmos.

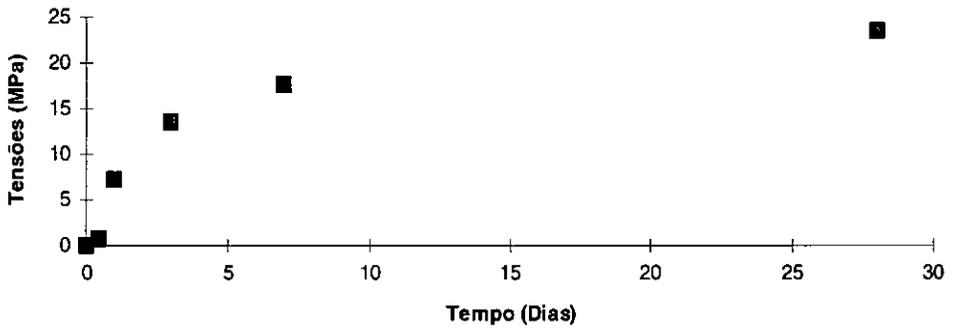
Traço/ Ensaio	Dosagem (peso)	A/C	Consumo Cimento	A%	Slump (cm)	Sikament 300 (%)	Sikacrete 950 (%)	Corpo de prova
06	1 : 2.7 : 3.2	0.7	304.02	10	5	--	--	20x20x60
07	1 : 2.7 : 3.2	0.7	304.02	10	4	--	--	20x20x60
08	1 : 2.7 : 3.2	0.44	330.12	6.37	0	--	--	20x20x60
12	1 : 2.7 : 3.2	0.5	323.71	7.24	1	2	10(4)	20x20x60
16	1 : 2.7 : 3.2	0.7	304.02	10	3.6	--	--	10x10x30
20	1 : 2.7 : 3.2	0.7	304.02	10	4	--	--	10x10x30
21	1 : 2.7 : 3.2	0.47	326.90	6.8	0	2.5	15(6)	10x10x30
22	1 : 1.5 : 1.7	0.29	543.25	6.9	0	2.5	15(6)	10x10x30
26	1 : 2.7 : 3.2	0.45	329.03	6.52	1.5	2.5	--	10x10x30
27	1 : 2.7 : 3.2	0.45	329.03	6.52	1	2.5	--	10x10x30
28	1 : 2.7 : 3.2	0.45	329.03	6.52	0.5	2.5	15(6)	10x10x30
29	1 : 1.5 : 1.7	0.4	512.62	9.52	3	--	--	10x10x30
30	1 : 1.5 : 1.7	0.28	546.22	8.75	1.7	2.5	--	10x10x30
31	1 : 1.8 : 2.1	0.33	465.12	6.73	1.5	2.5	23.7(9.5)	10x10x30
32	1 : 1.5 : 1.7	0.25	553.80	5.95	2	3.29	13.4(5.3)	10x10x30
33	1 : 2.7 : 3.2	0.45	329.03	6.52	3	4	25(10)	10x10x30

Observações:

1. O consumo de cimento está indicado em Kgf/m<sup>3</sup>.
2. Os percentuais de aditivos referem-se ao peso de cimento.
3. Os valores entre parênteses do SIKACRETE 950 indicam os percentuais de microssílica.

Tab. VI.1 - Tabela dos traços de concreto.

### Ensaio 6 - Resistência à Compressão



### Ensaio 6 - Elasticidade

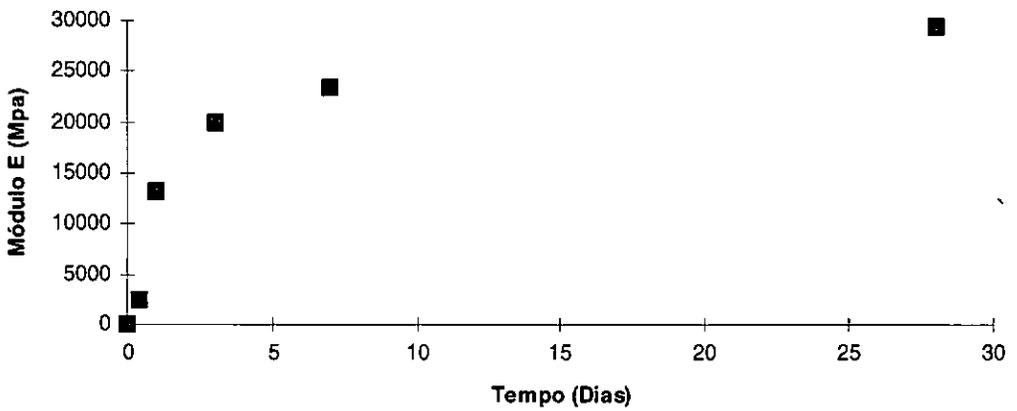


Fig.VI.2 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 06.

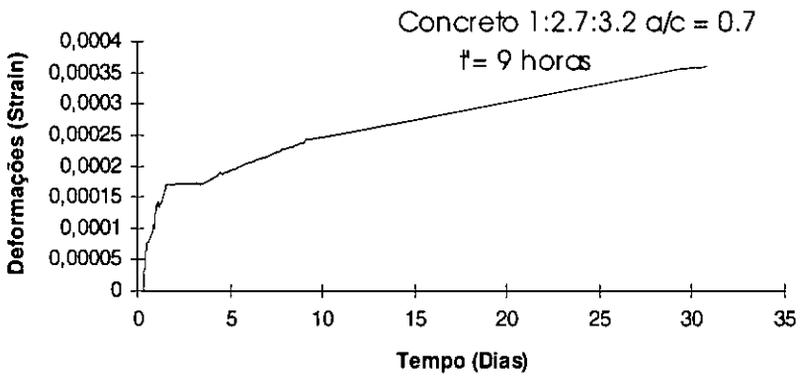
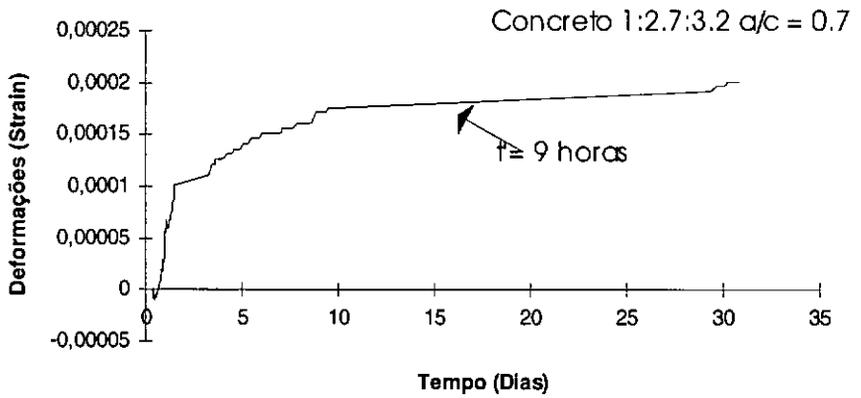
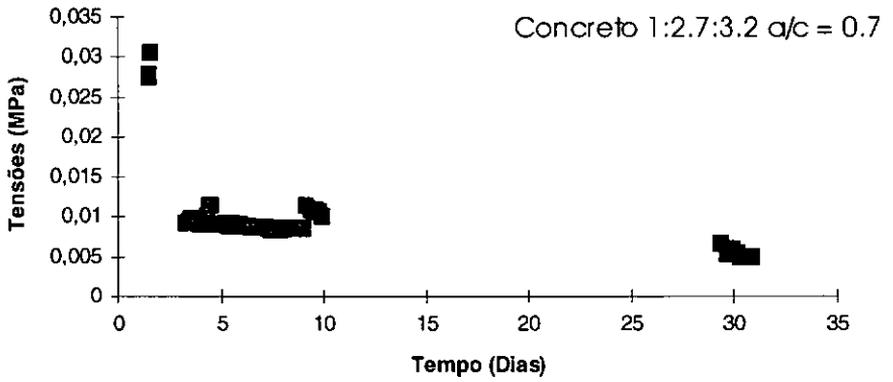
**Ensaio 6 - Curva de fluência****Ensaio 6 - Curva de retração**

Fig.VI.3 - Curvas de fluência e retração do concreto 06.

### Ensaio 6 - Curva de relaxação



### Ensaio 6 - Curva de Temperatura

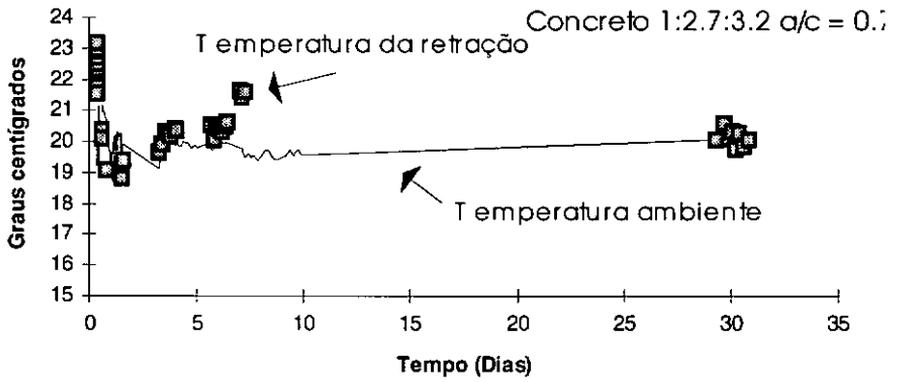


Fig.VI.4 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 06.

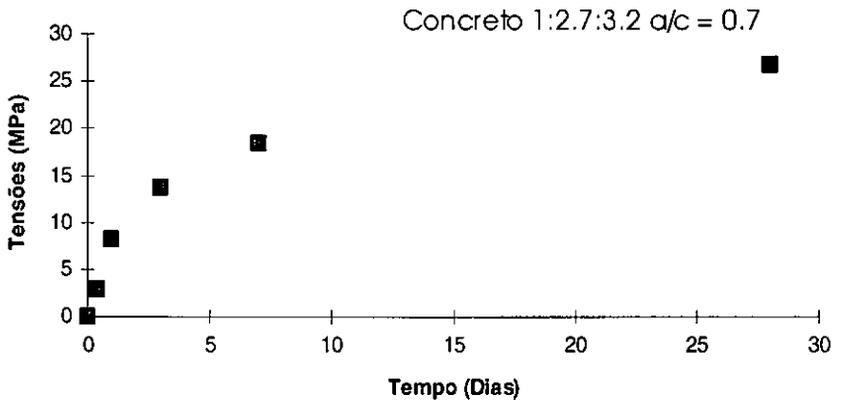
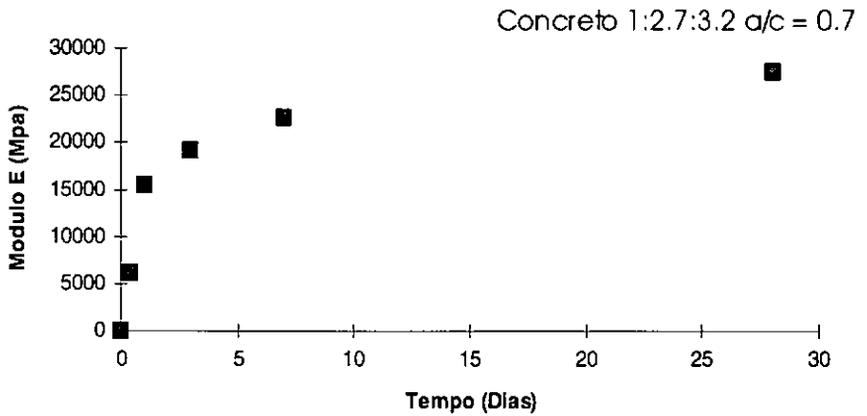
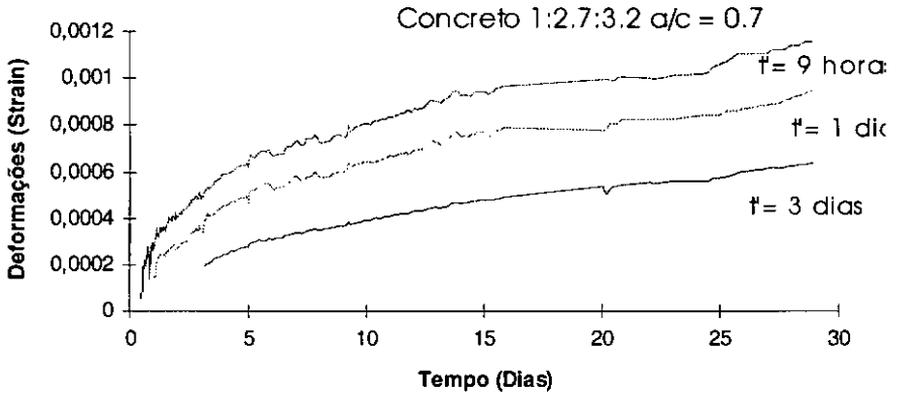
**Ensaio 7 - Resistência à compressão****Ensaio 7 - Elasticidade**

Fig.VI.5 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 07.

### Ensaio 7 - Curvas de fluência



### Ensaio 7 - Curva de retração

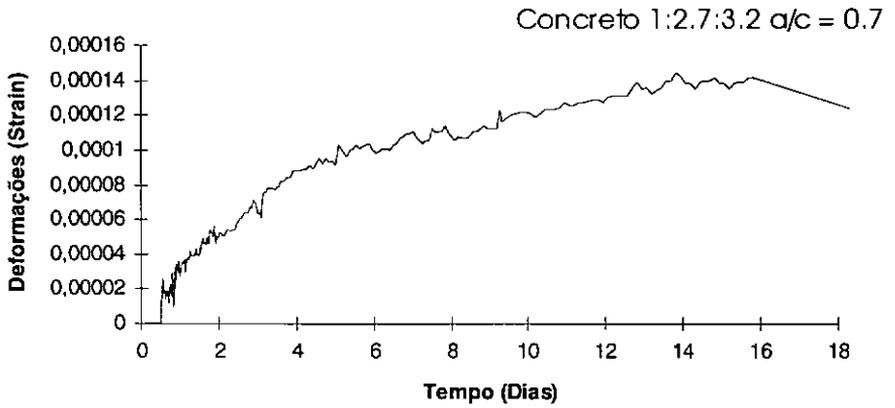
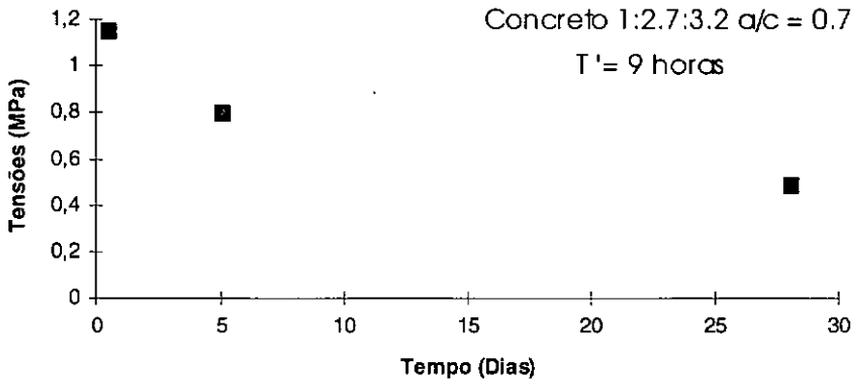


Fig. VI.6 - Curvas de fluência e retração do concreto 07.

### Ensaio 7 - Curva de relaxação



### Ensaio 7 - Curvas de Temperatura

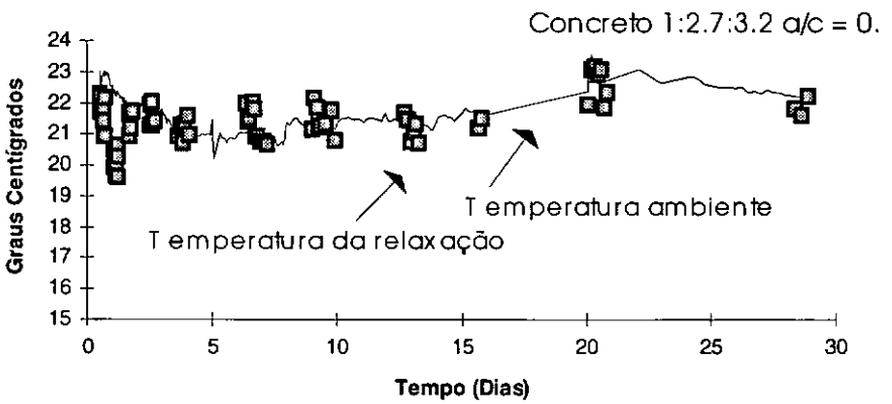
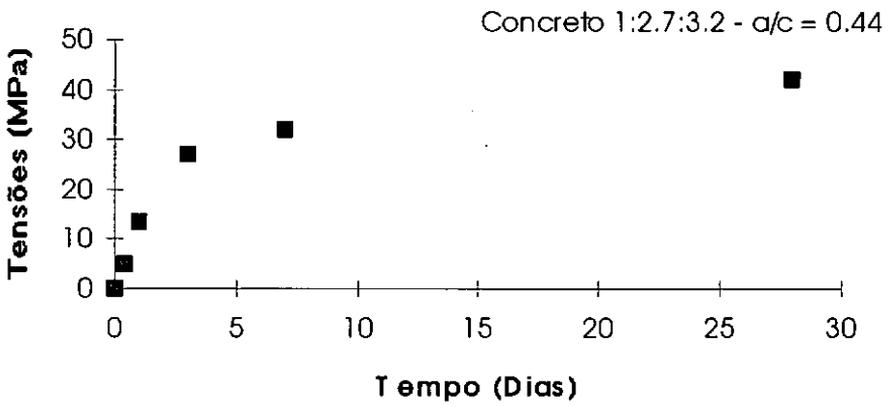


Fig. VI.7 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 07.

### Ensaio 8 - Resistência à compressão



### Ensaio 8 - Elasticidade

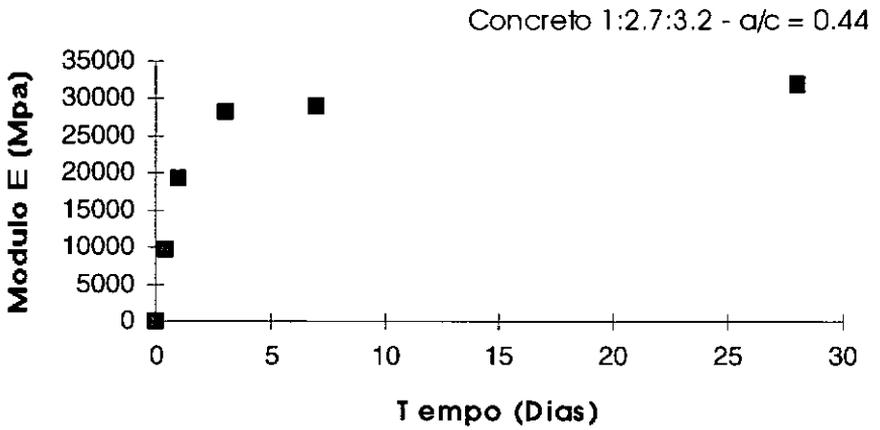


Fig.VI.8 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 8.

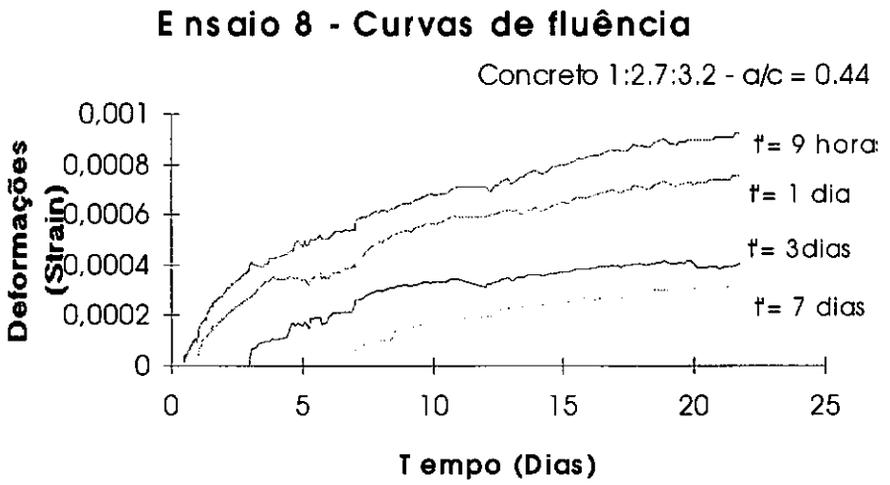
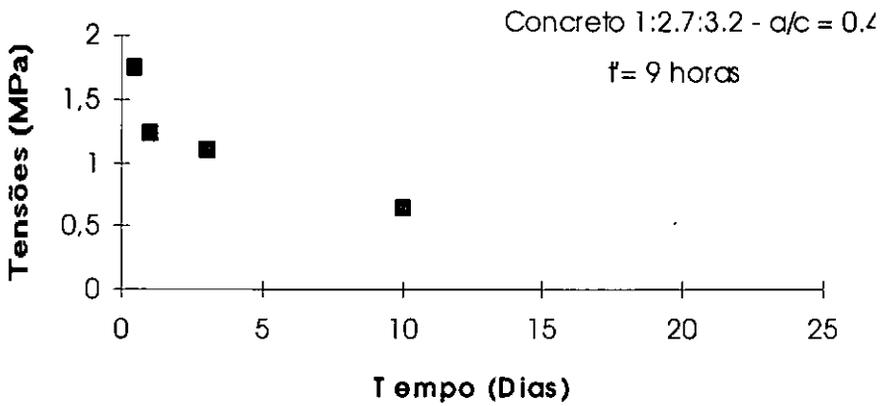


Fig.VI.9 - Curva de fluência do concreto 08.

### Ensaio 8 - Curva de relaxação



### Ensaio 8 - Curvas de Temperatura

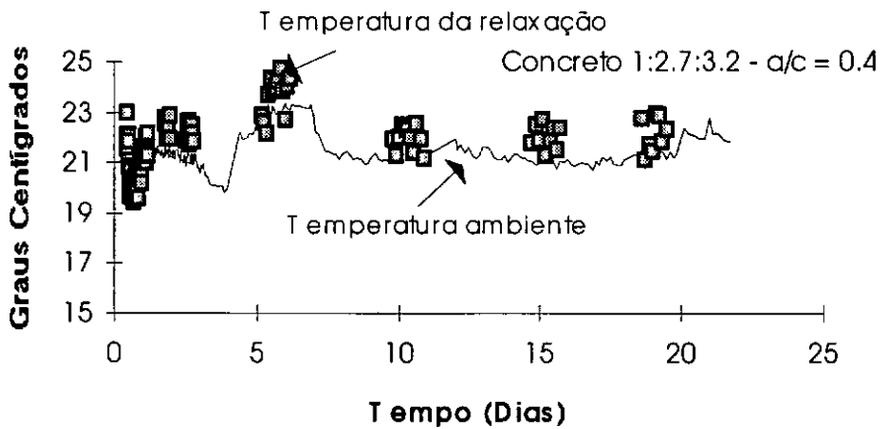


Fig.VI.10 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 08.

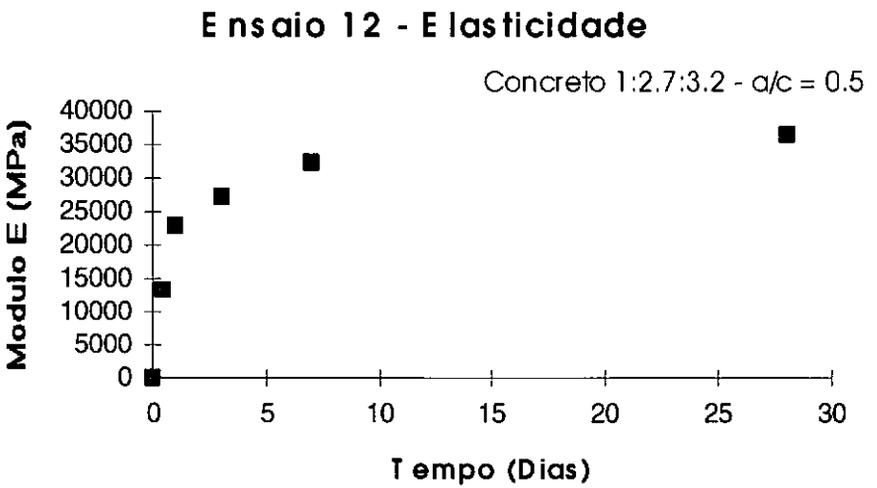
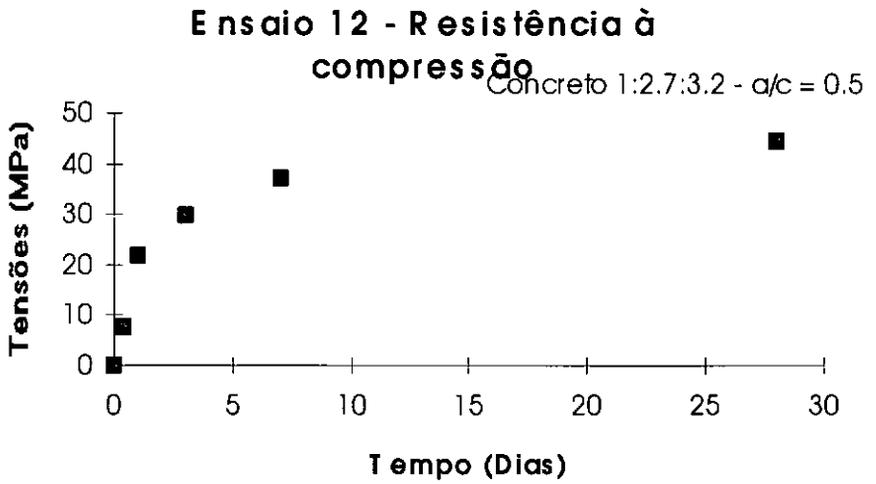
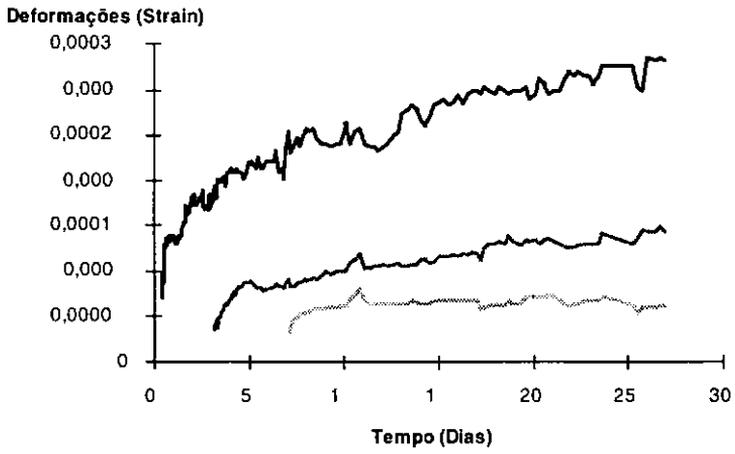


Fig.VI.11 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 12.

### Curvas de fluência pura - Ensaio 12



### Ensaio 12 - Curva de retração

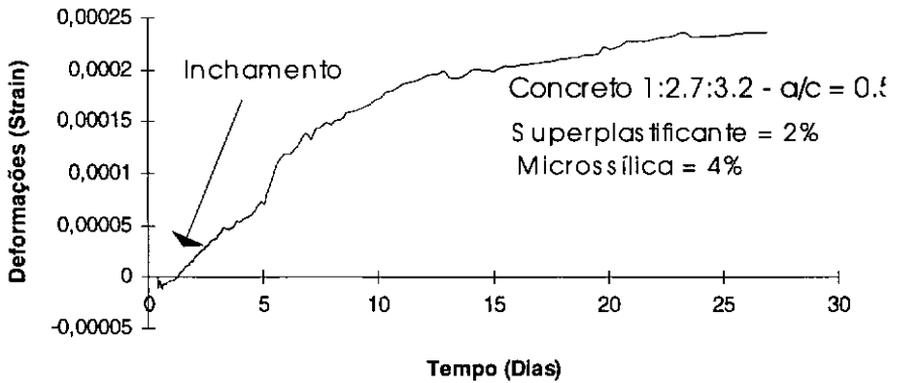
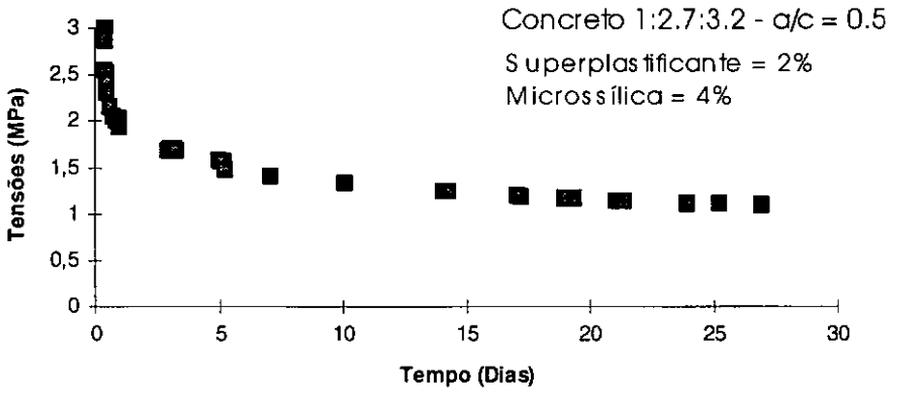


Fig.VI.12 - Curvas de fluência e retração do concreto 12.

### Ensaio 12 - Curva de relaxação



### Ensaio 12 - Curvas de Temperatura

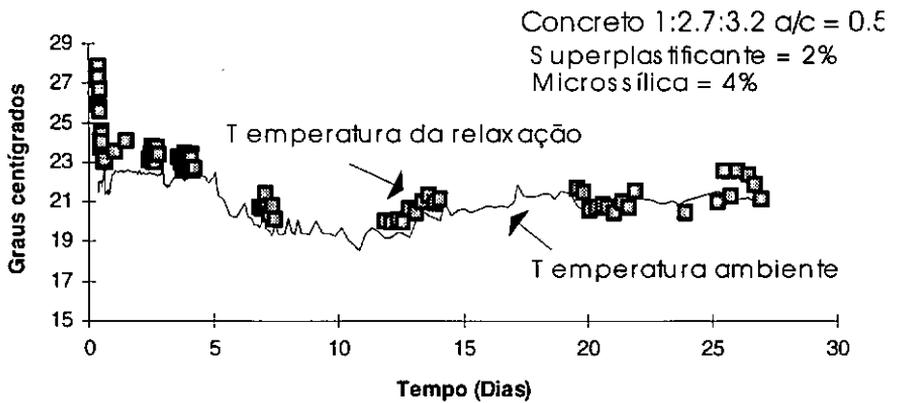


Fig.VI.13 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 12.

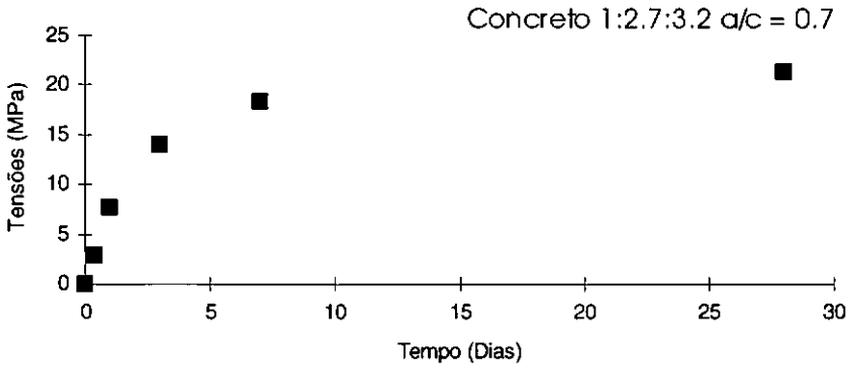
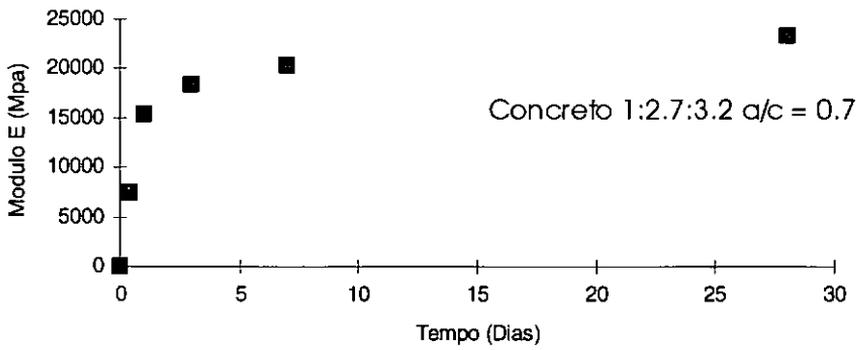
**Ensaio 16 - Resistência à Compressão****Ensaio 16 - Elasticidade**

Fig.VI.14 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 16.

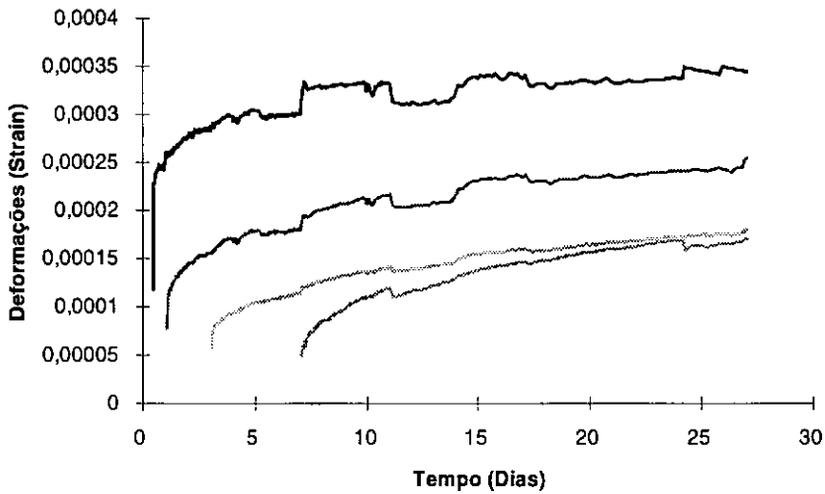
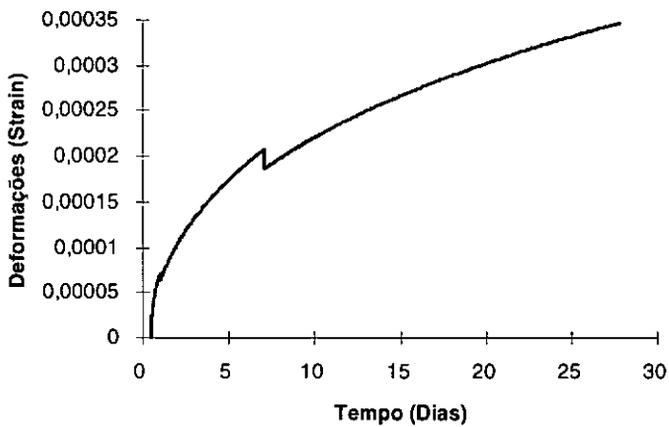
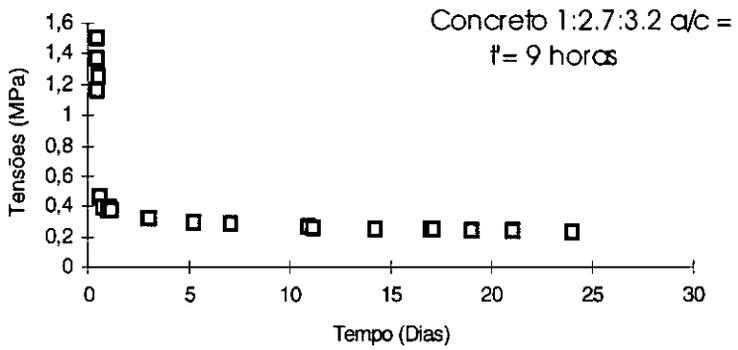
**Curva de fluência pura - Ensaio 16****Curva de retração (CEB) - Ensaio 16**

Fig.VI.15 - Curvas de fluência e retração do concreto 16.

### Ensaio 16 - Curva de relaxação



### Curva de temperatura - Ensaio 16

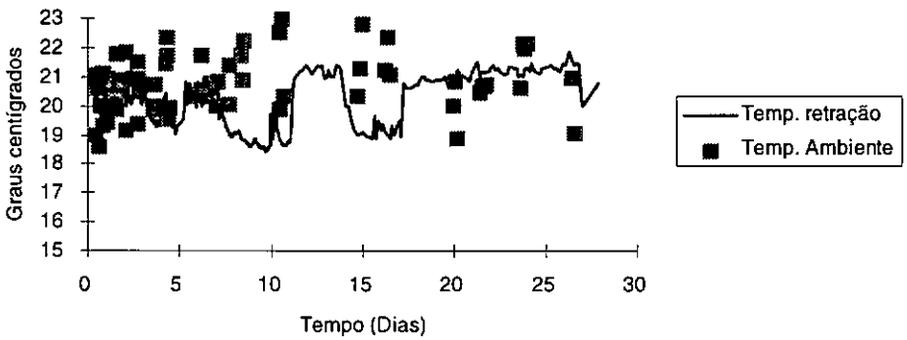


Fig.VI.16 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 16.

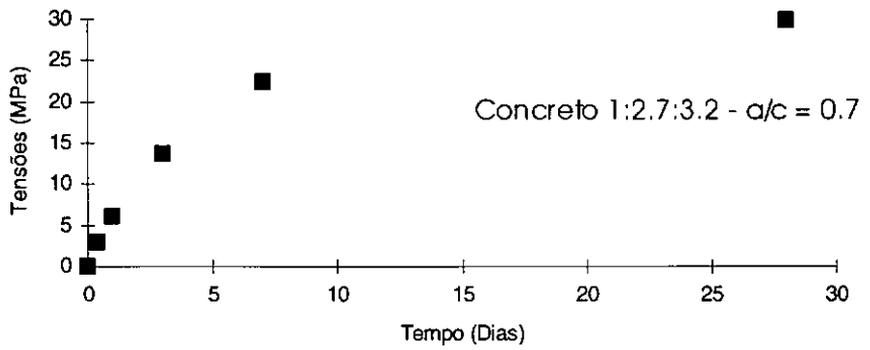
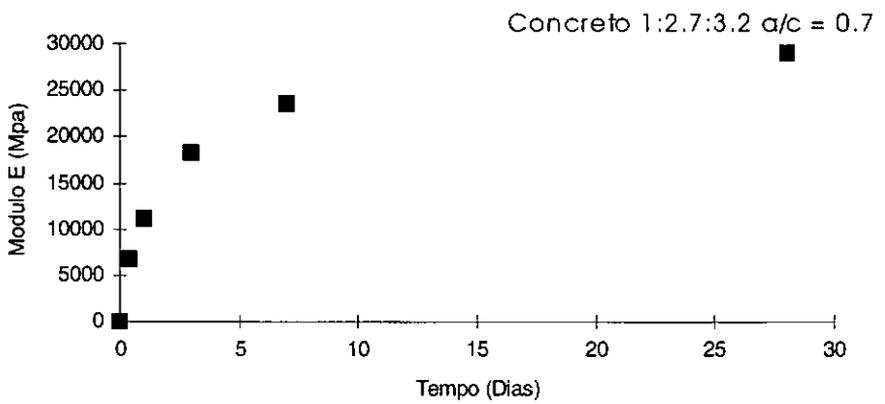
**Ensaio 20 - Resistência à compressão****Ensaio 20 - Elasticidade**

Fig.VI.17 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 20.

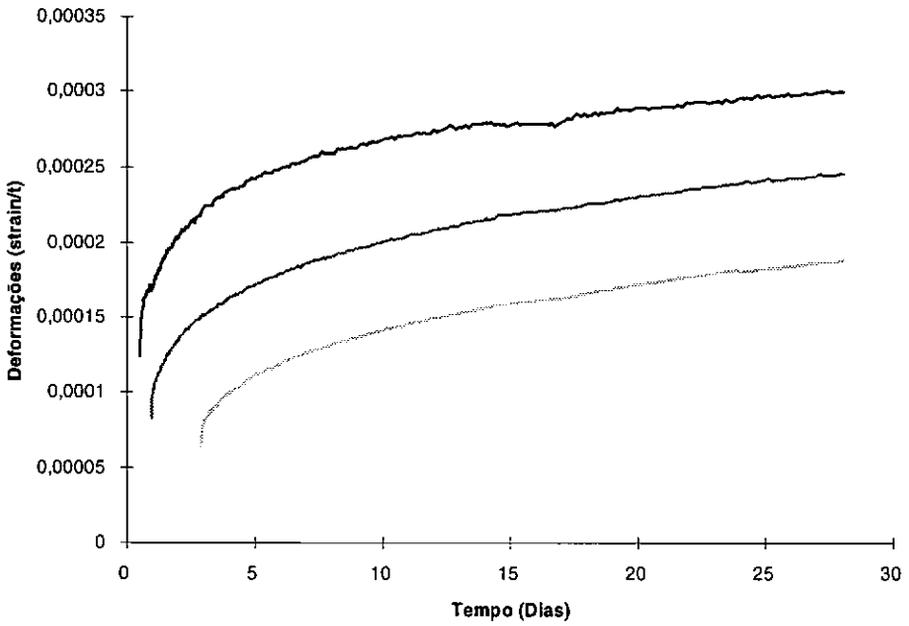
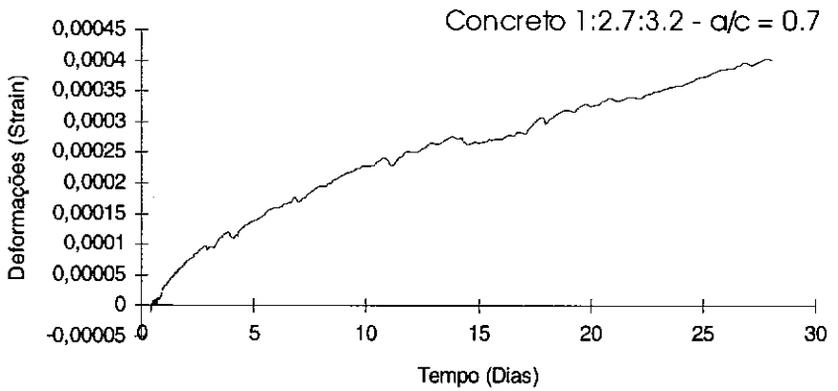
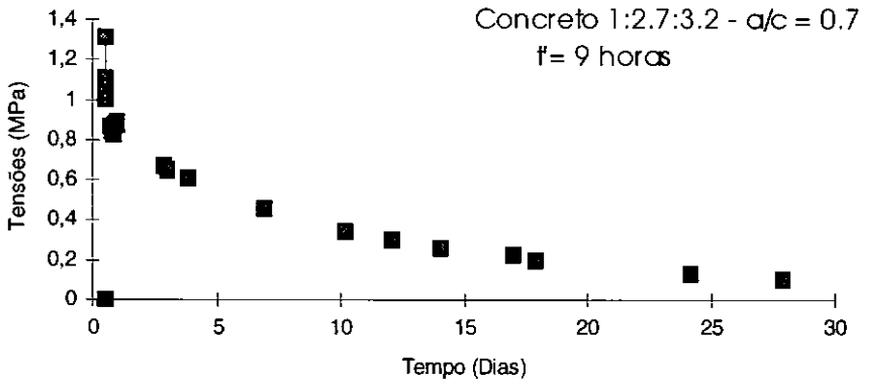
**Ensaio 20 - Fluência pura****Ensaio 20 - Curva de retração**

Fig.VI.18 - Curvas de fluência e retração do concreto 20

### Ensaio 20 - Curva de relaxação



### Ensaio 20 - Curvas de temperatura

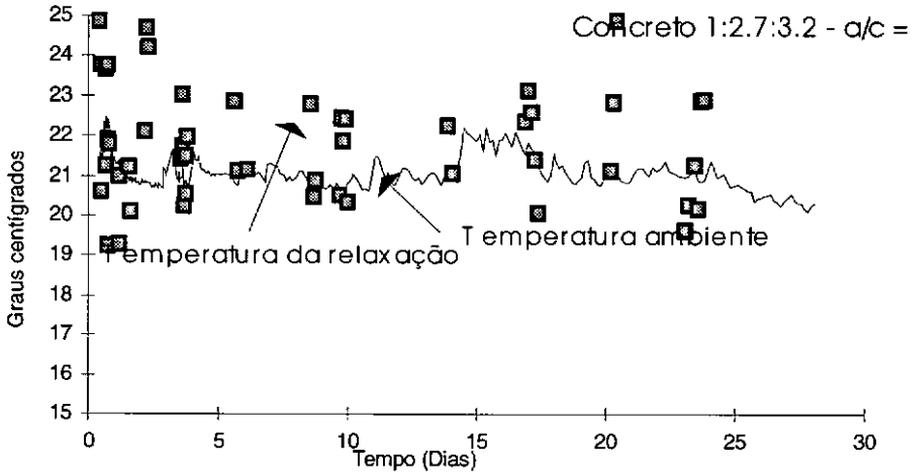


Fig.VI.19 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 20.

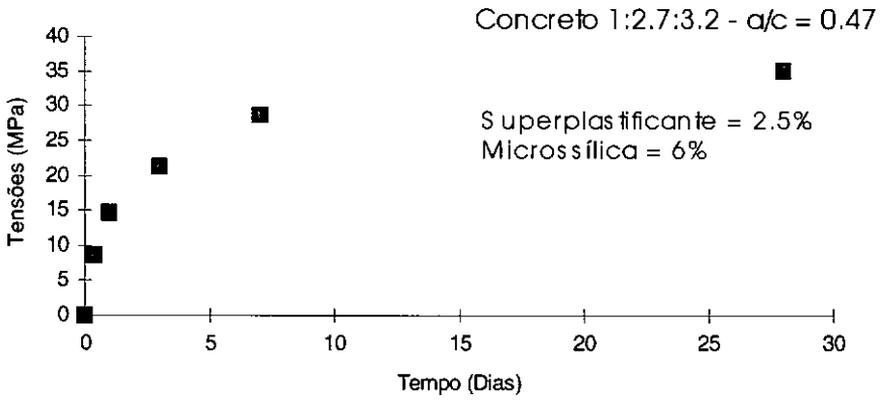
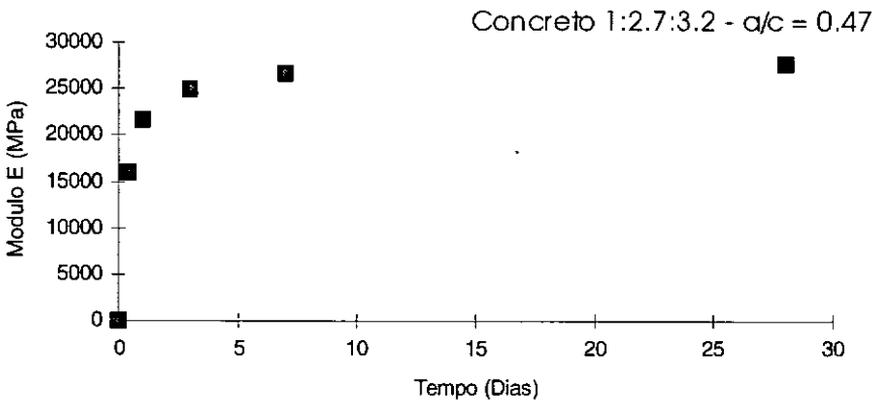
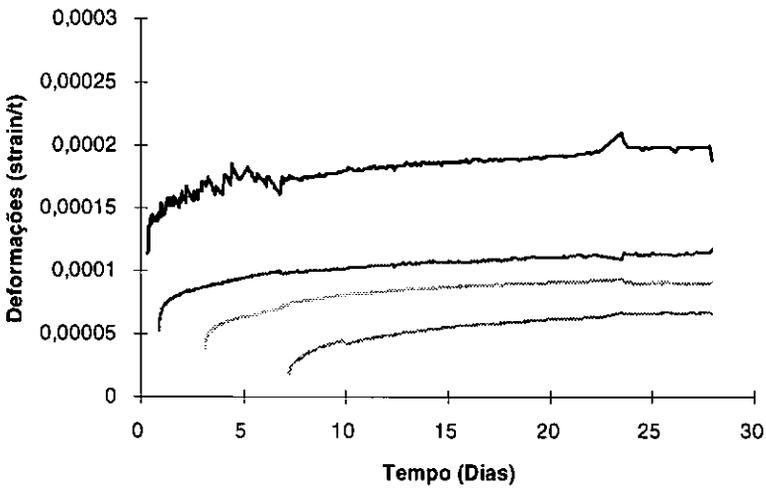
**Ensaio 21 - Resistência à compressão****Ensaio 21 - Elasticidade**

Fig.VI.20 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 21.

### Ensaio 21 - Fluência pura



### Ensaio 21 - Curva de retração

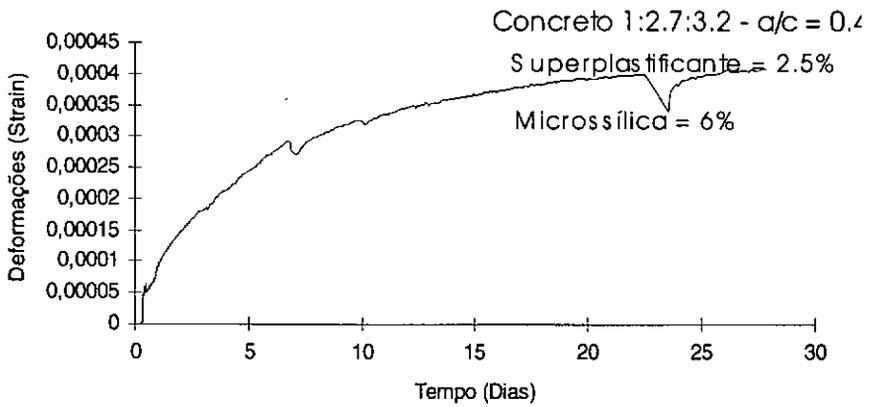


Fig.VI.21 - Curvas de fluência e retração do concreto 21.

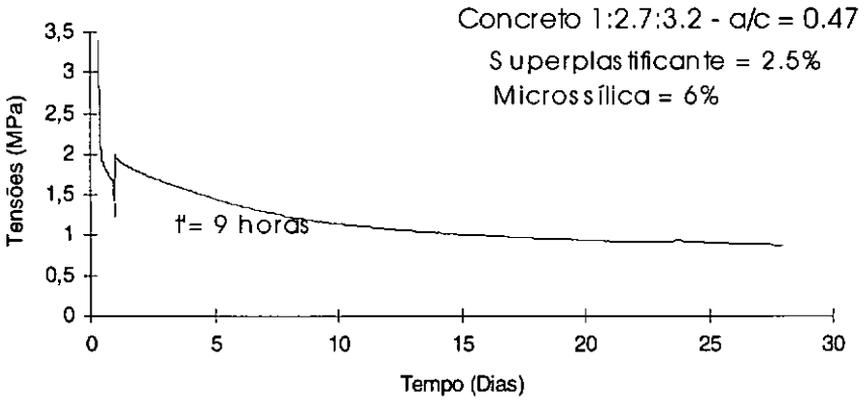
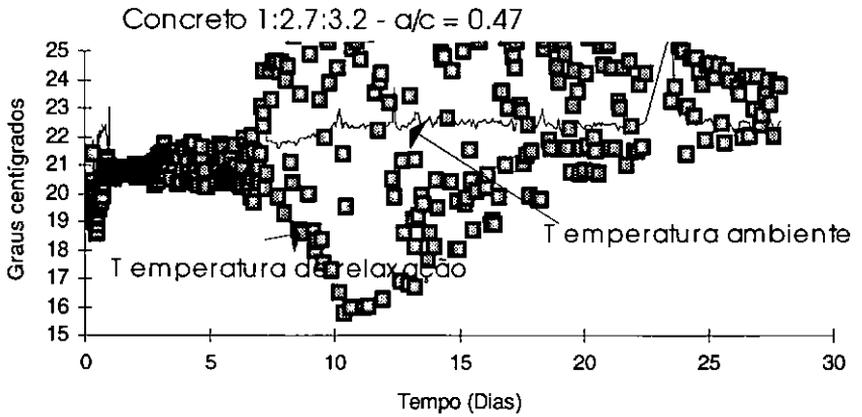
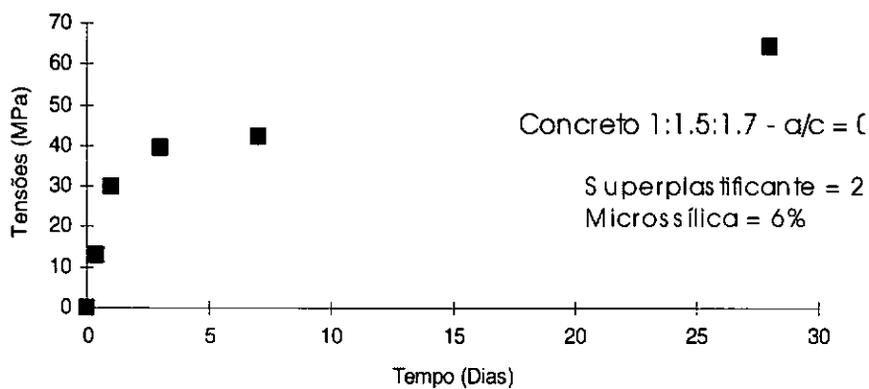
**Ensaio 21 - Curva de relaxação****Ensaio 21 - Curva de temperatura**

Fig.VI.22 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 21.

### Ensaio 22 - Resistência à compressão



### Ensaio 22 - Elasticidade

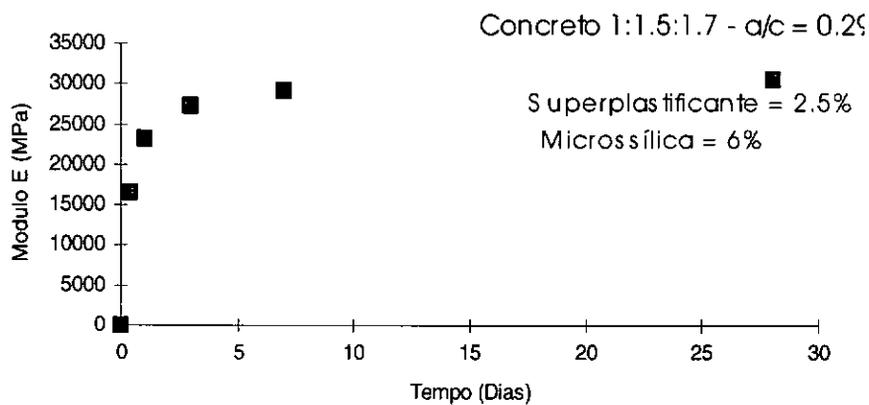


Fig.VI.23 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 22.

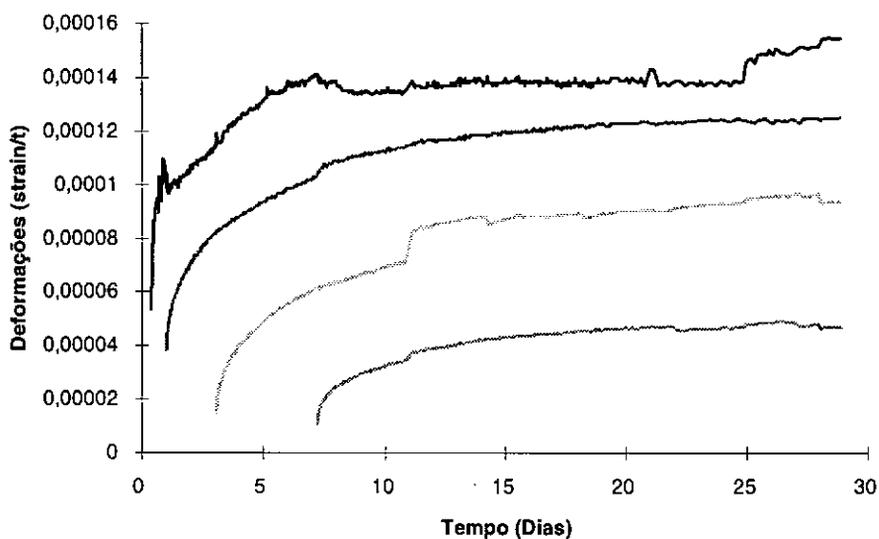
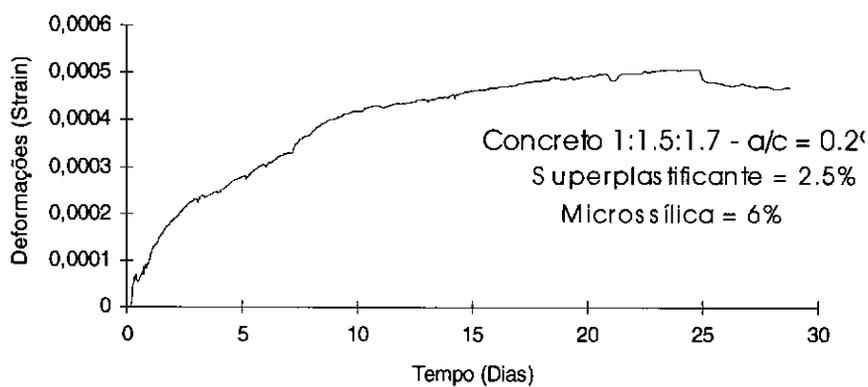
**Ensaio 22 - Fluência pura****Ensaio 22 - Curva de retração**

Fig.VI.24 - Curvas de fluência e retração do concreto 22.

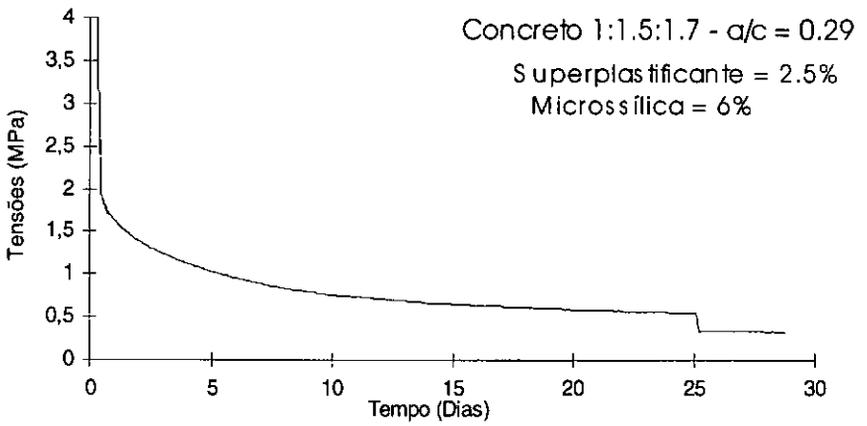
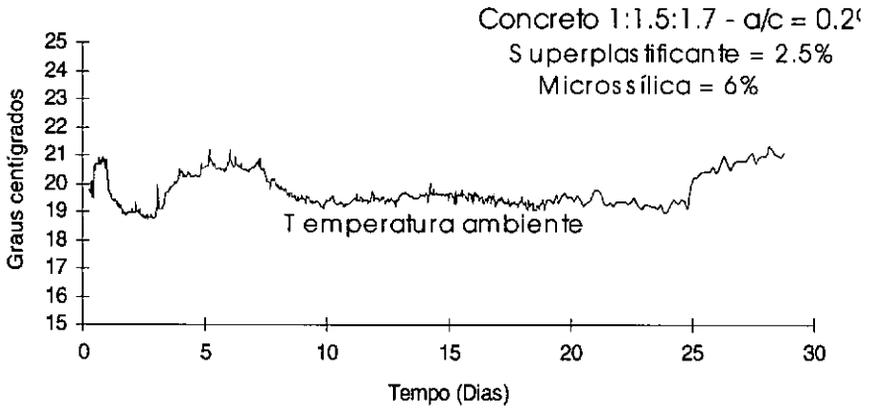
**Ensaio 22 - Curva de relaxação****Ensaio 22 - Curva de temperatura**

Fig.VI.25 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 22.

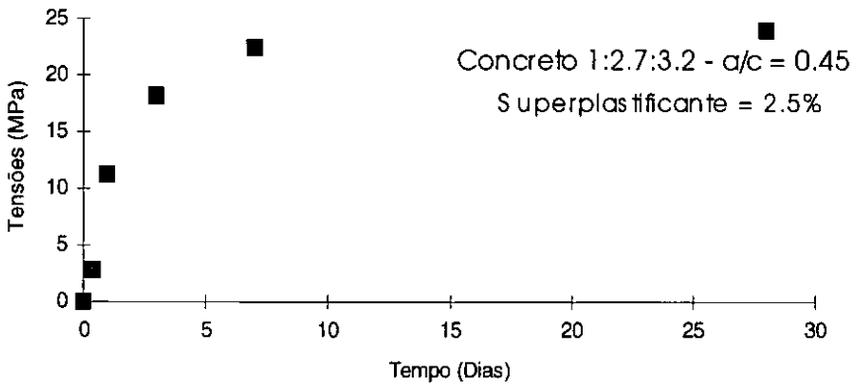
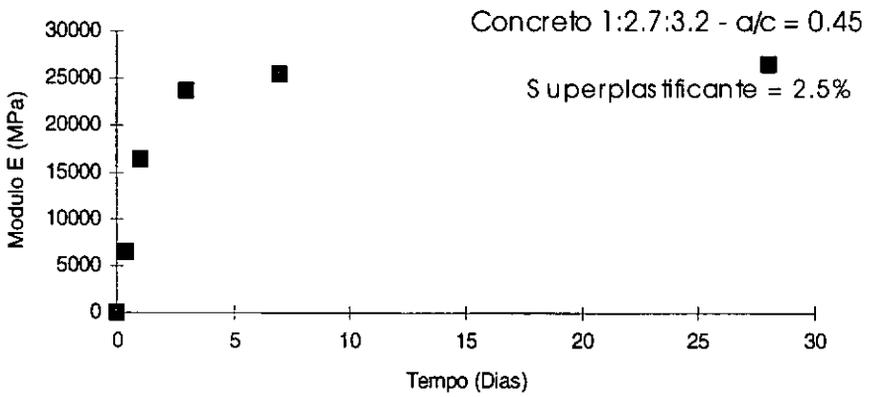
**Ensaio 26 - Resistência à compressão****Ensaio 26 - Elasticidade**

Fig.VI.26 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 26.

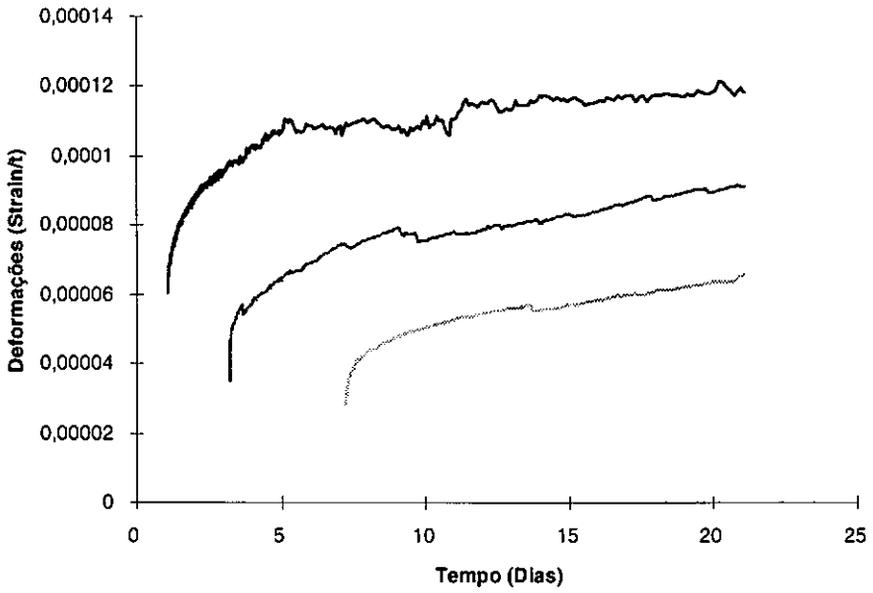
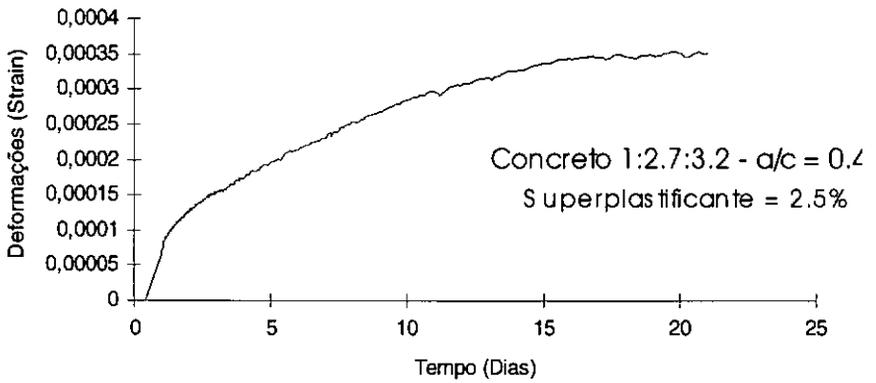
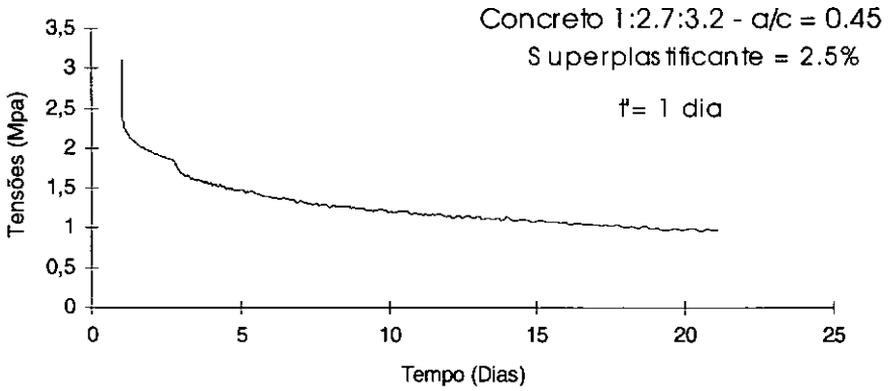
**Ensaio 26 - Fluência pura****Ensaio 26 - Curva de retração**

Fig. VI.27 - Curvas de fluência e retração do concreto 26.

### Ensaio 26 - Curva de relaxação



### Ensaio 26 - Curvas de Temperatura

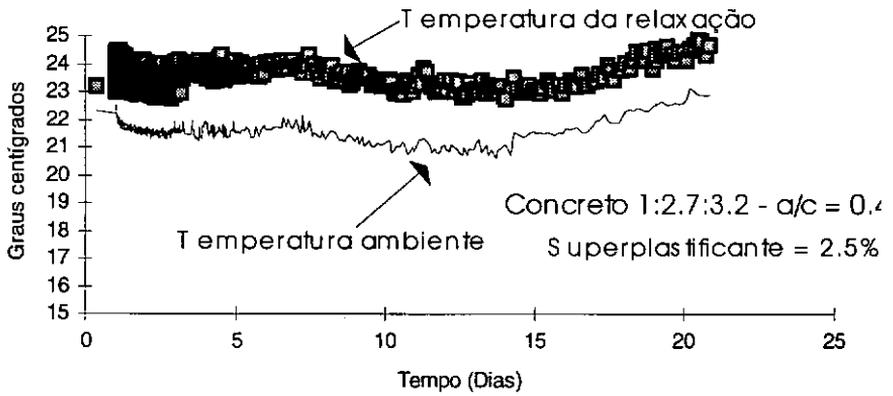


Fig.VI.28 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 26.

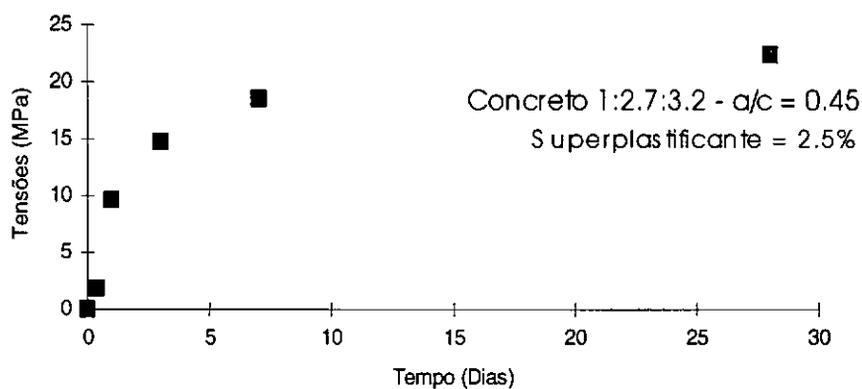
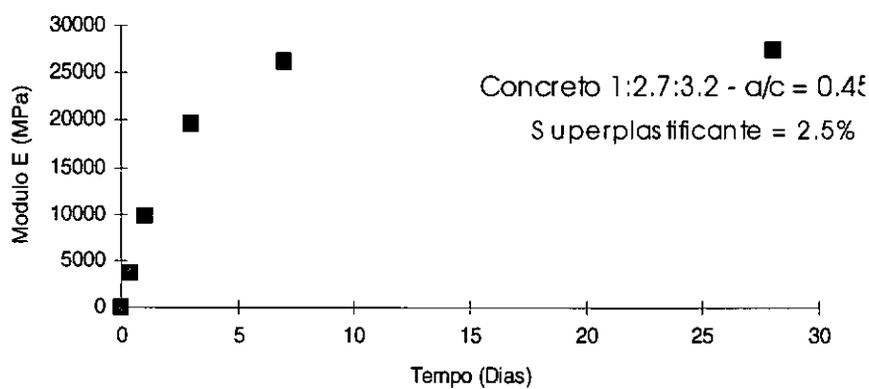
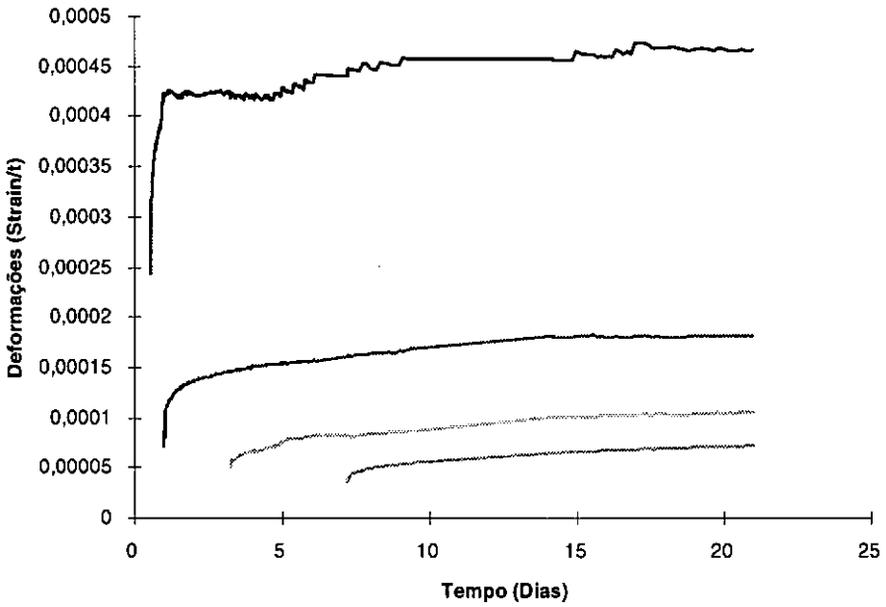
**Ensaio 27 - Resistência à compressão****Ensaio 27 - Elasticidade**

Fig.VI.29 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 27.

## Ensaio 27 - Fluência pura



## Ensaio 27 - Curva de retração

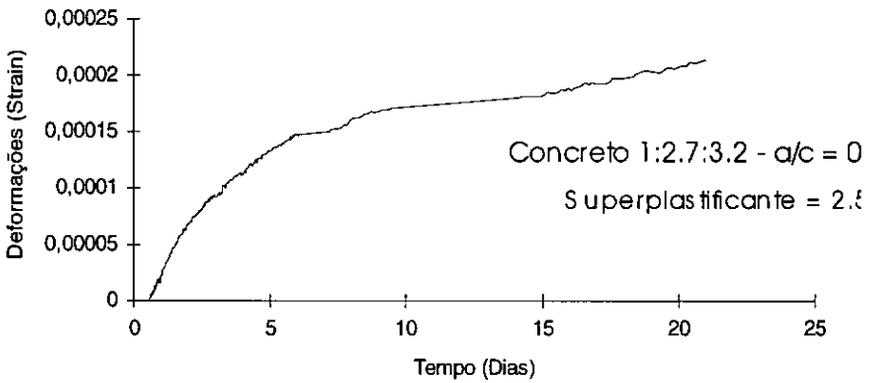
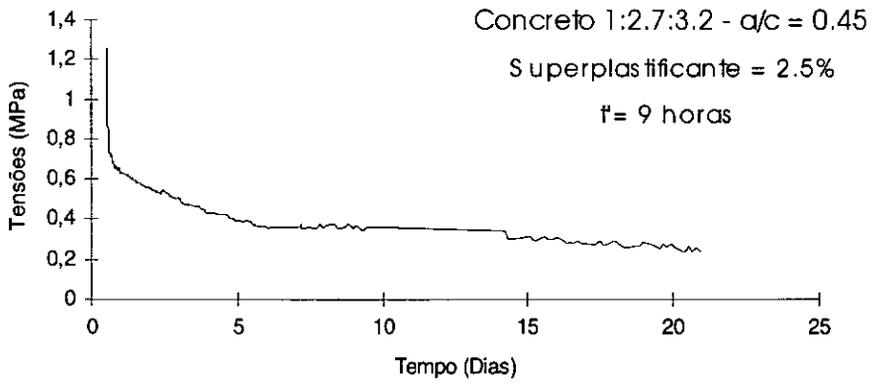


Fig.VI.30 - Curvas de fluência e retração do concreto 27.

### Ensaio 27 - Curva de relaxação



### Ensaio 27 - Curvas de Temperatura

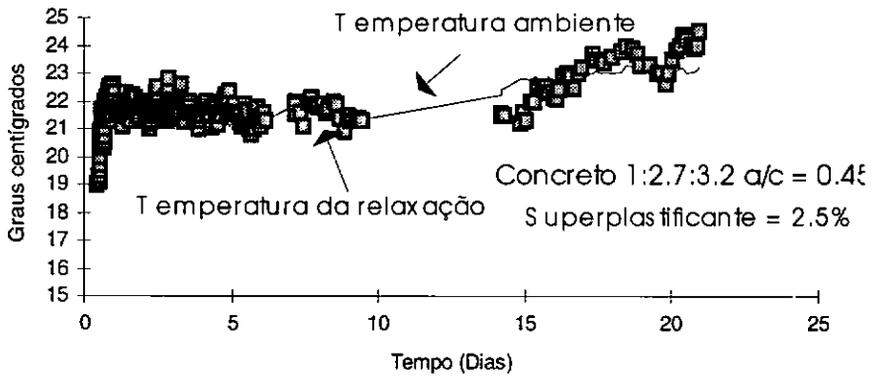
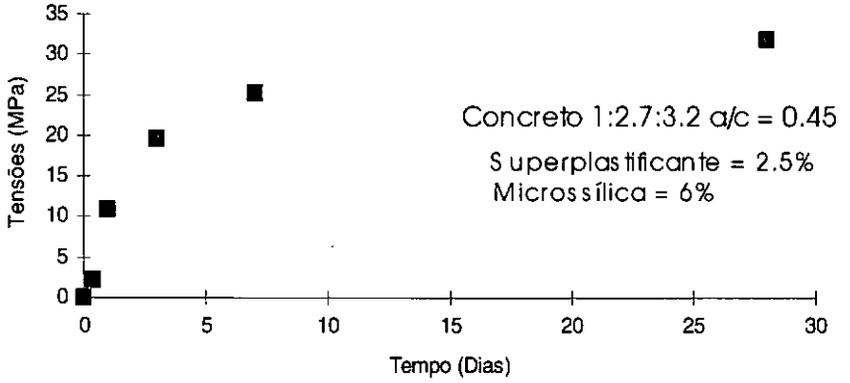


Fig.VI.31 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 27.

### Ensaio 28 - Resistência à compressão



### Ensaio 28 - Elasticidade

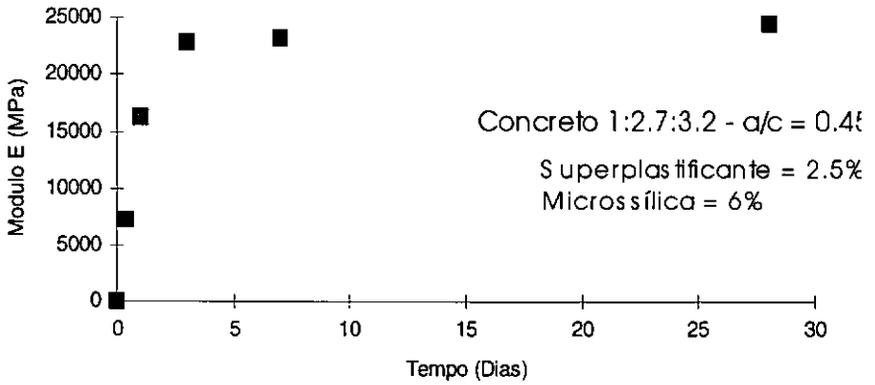
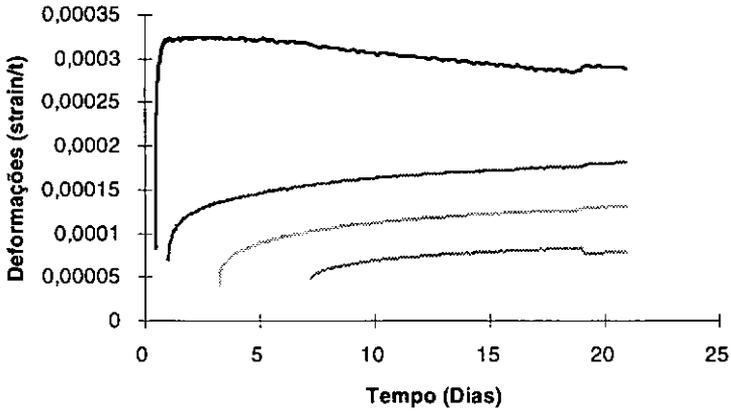


Fig.VI.32 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 28.

### Ensaio 28 - Fluência pura



### Ensaio 28 - Curva de retração

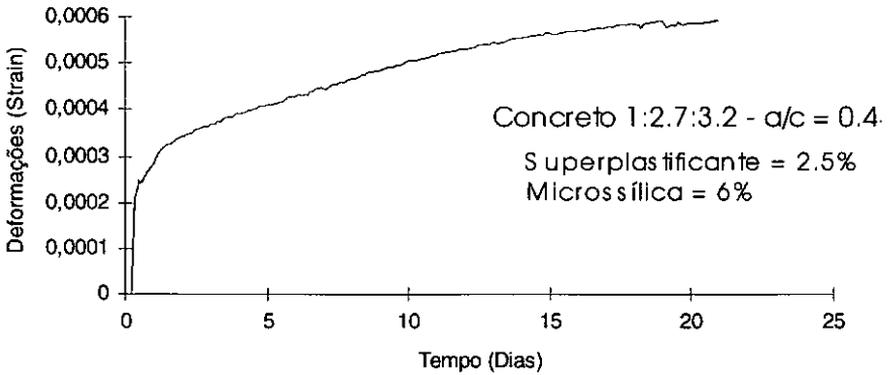
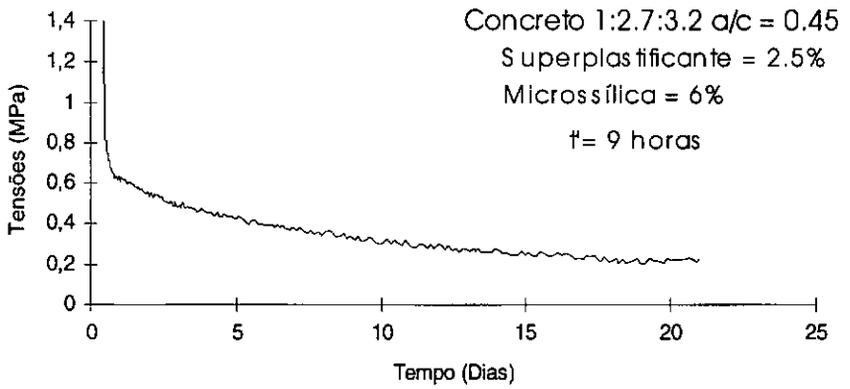


Fig.VI.33 - Curvas de fluência e retração do concreto 28.

### Ensaio 28 - Curva de relaxação



### Ensaio 28 - Curvas de Temperatura

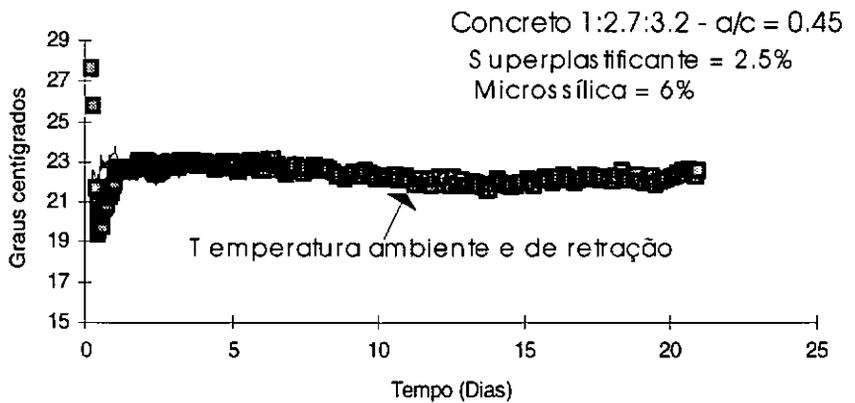


Fig.VI.34 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 28.

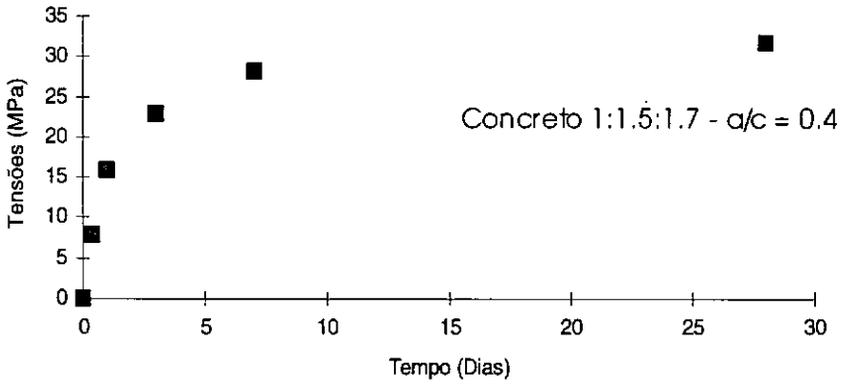
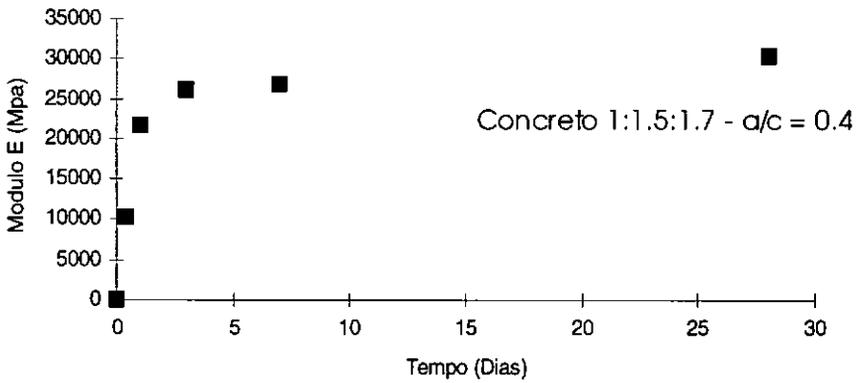
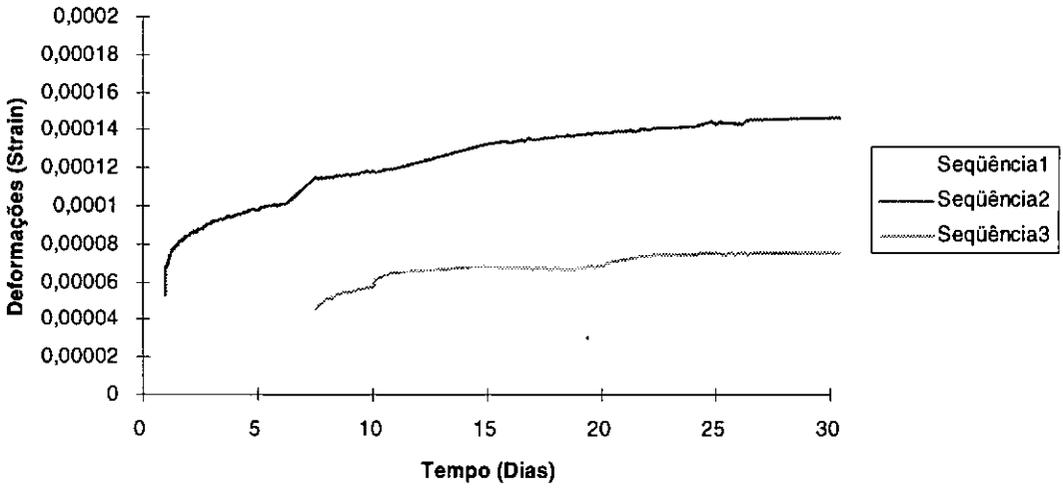
**Ensaio 29 - Resistência à compressão****Ensaio 29 - Elasticidade**

Fig.VI.35 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 29.

### Curvas de fluência - Ensaio 29



### Ensaio 29 - Curva de retração

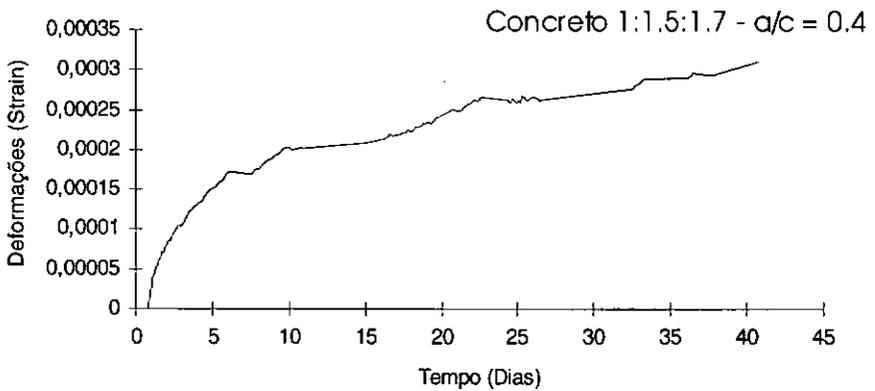
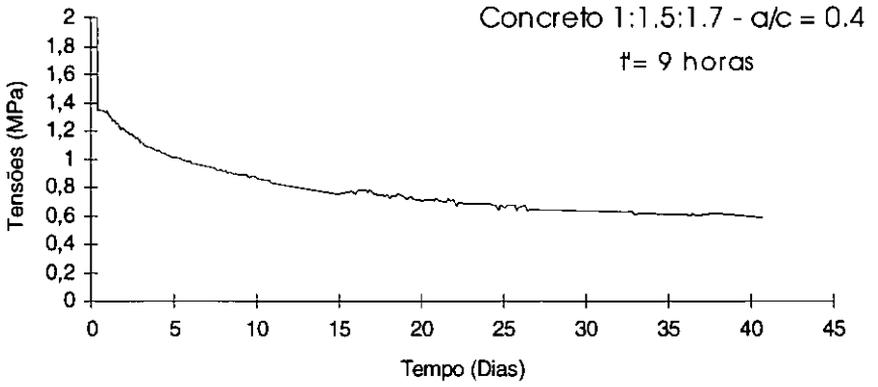


Fig.VI.36 - Curvas de fluência e retração do concreto 29.

### Ensaio 29 - Curva de relaxação



### Ensaio 29 - Curvas de Temperatura

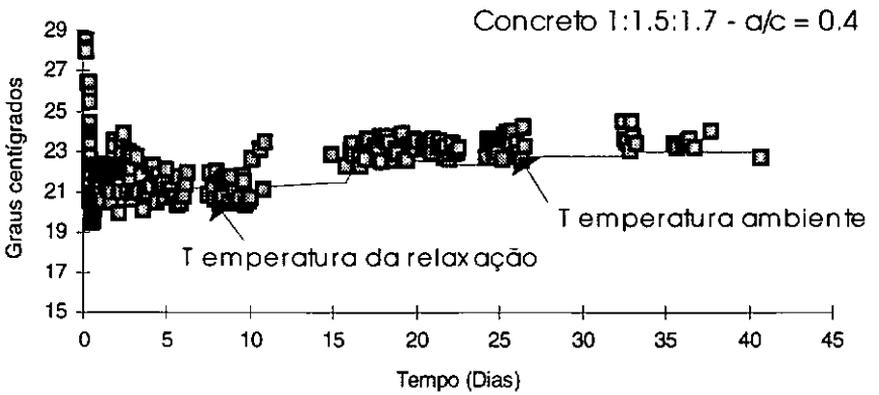


Fig.VI.37 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 29.

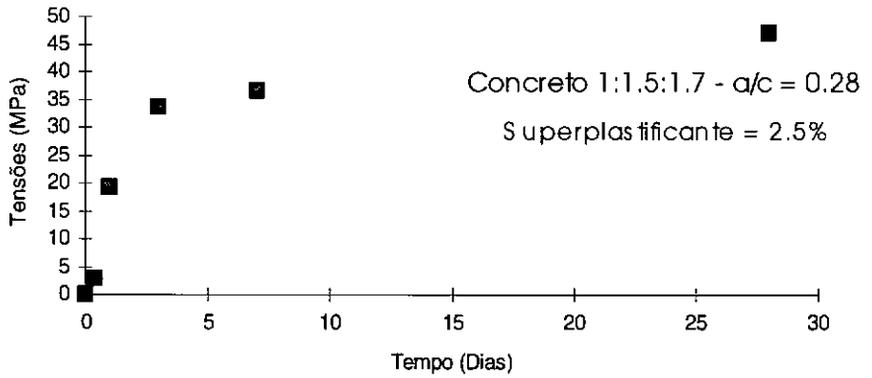
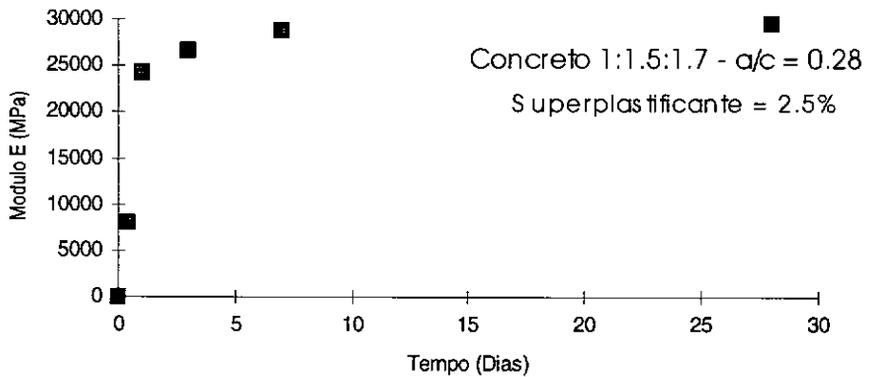
**Ensaio 30 - Resistência à compressão****Ensaio 30 - Elasticidade**

Fig.VI.38 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 30.

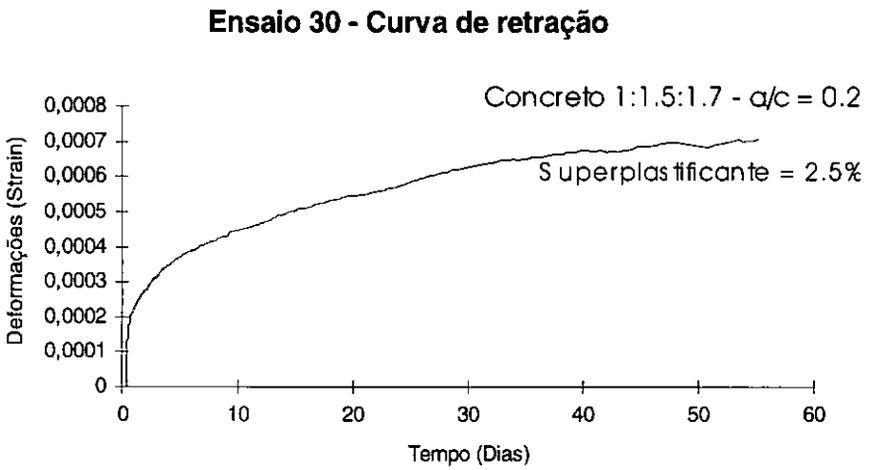
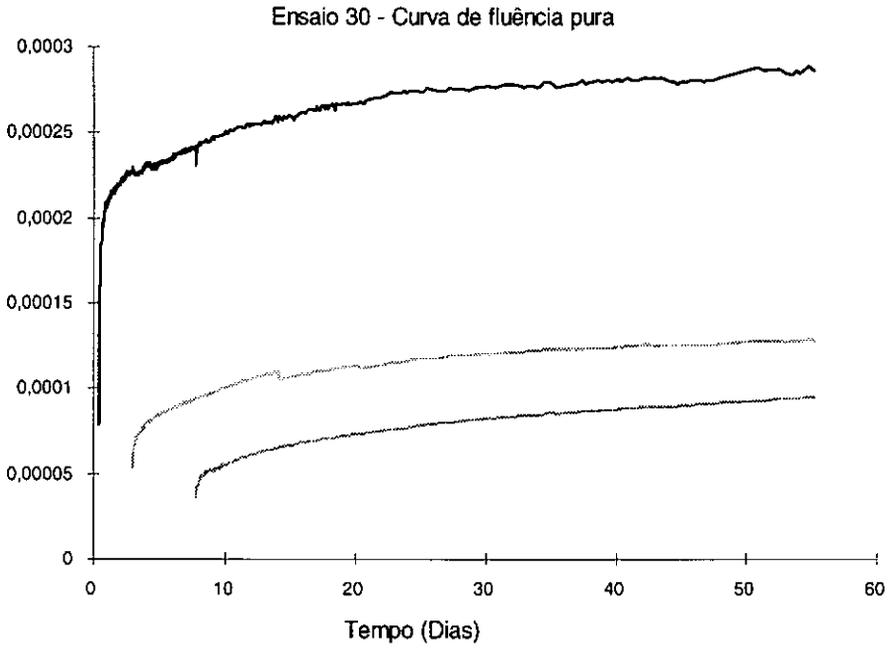
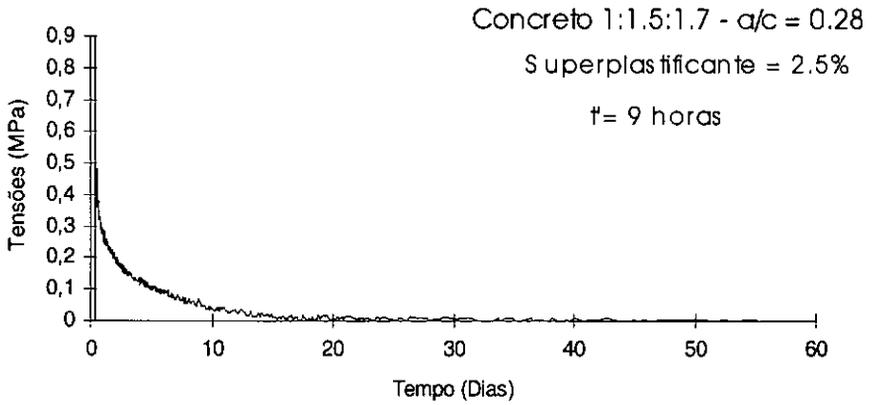


Fig.VI.39 - Curvas de fluência e retração do concreto 30.

### Ensaio 30 - Curva de relaxação



### Ensaio 30 - Curvas de temperatura

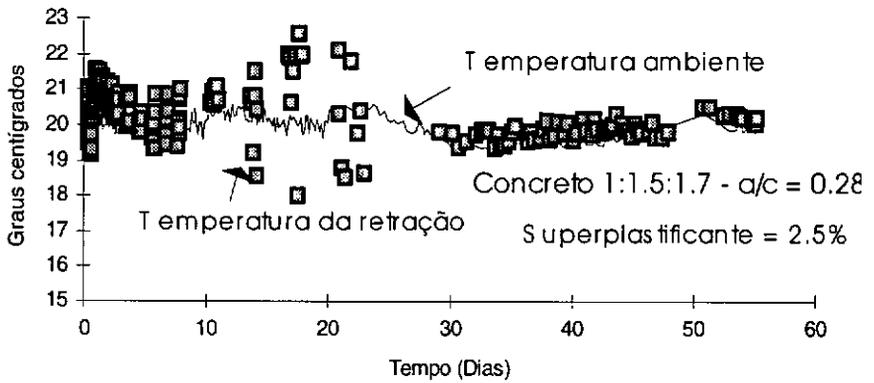


Fig.VI.40 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 30.

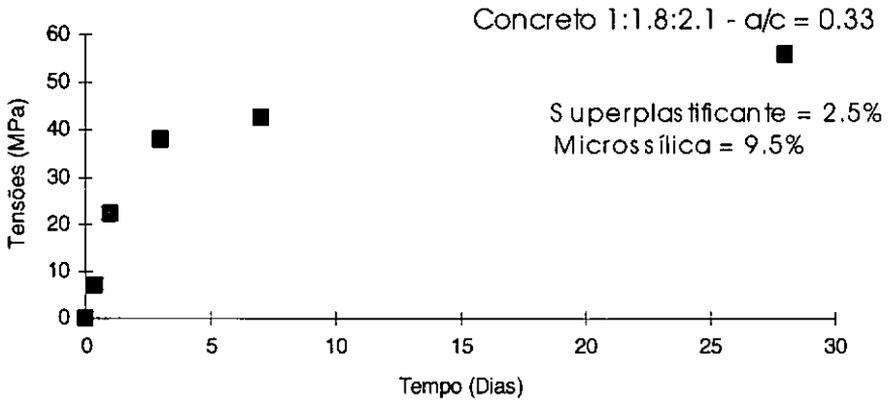
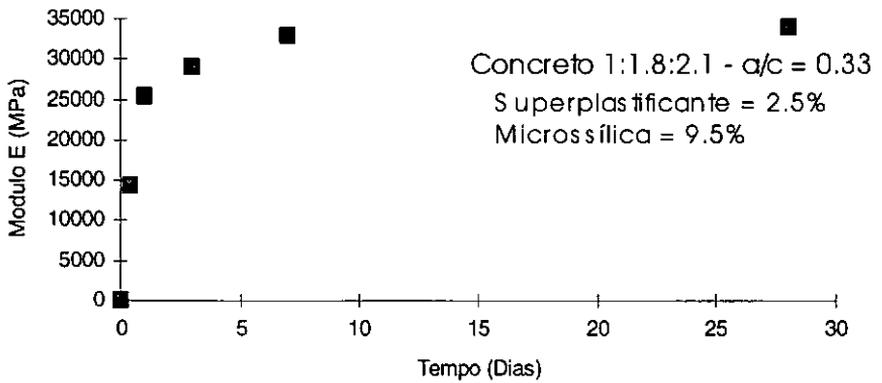
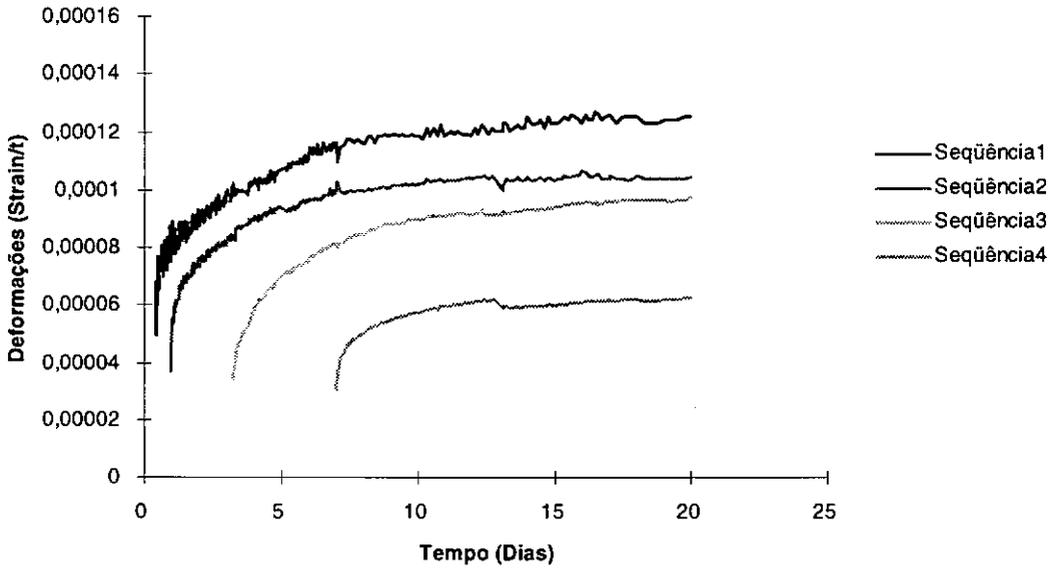
**Ensaio 31 - Resistência à compressão****Ensaio 31 - Elasticidade**

Fig.VI.41 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 31

### Ensaio 31 - Fluência pura



### Ensaio 31 - Curva de retração

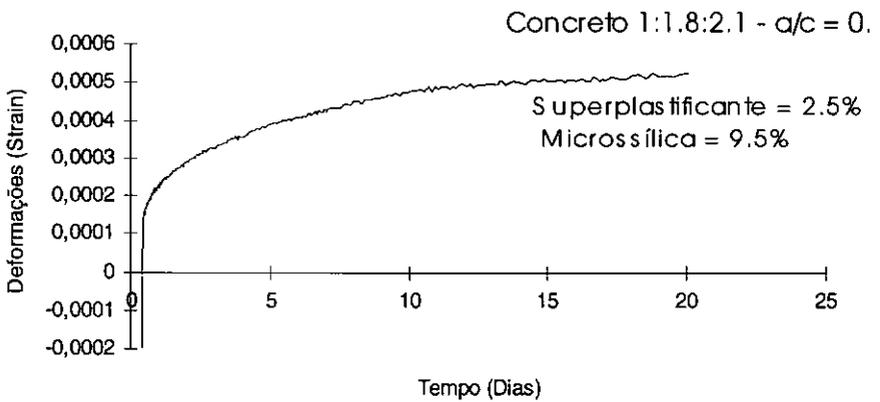
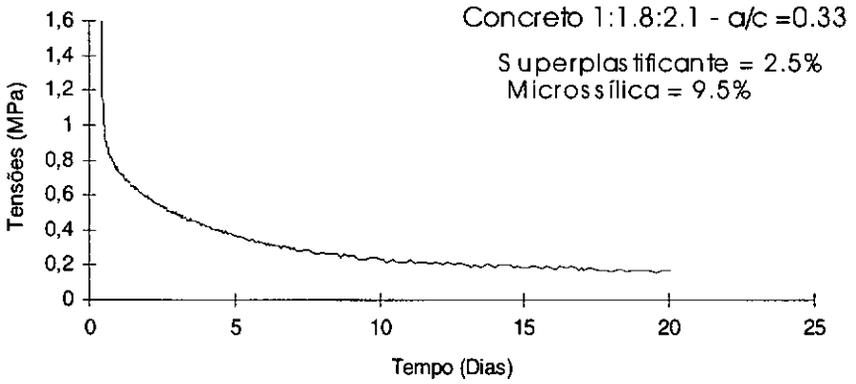


Fig.VI.42 - Curvas de fluência e retração do concreto 31

### Ensaio 31 - Curva de relaxação



### Ensaio 31 - Curvas de temperatura

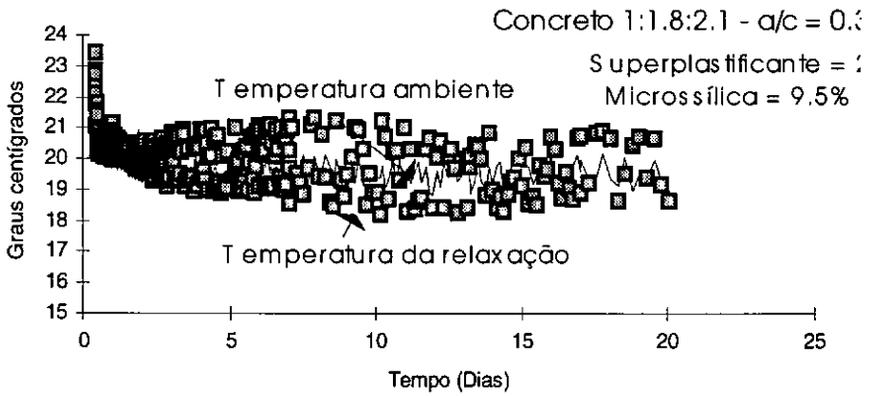
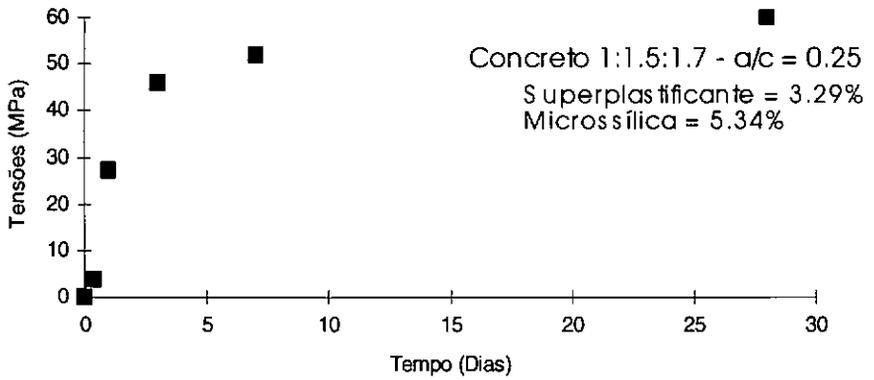


Fig. VI.43 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 31.

### Ensaio 32 - Resistência à compressão



### Ensaio 32 - Elasticidade

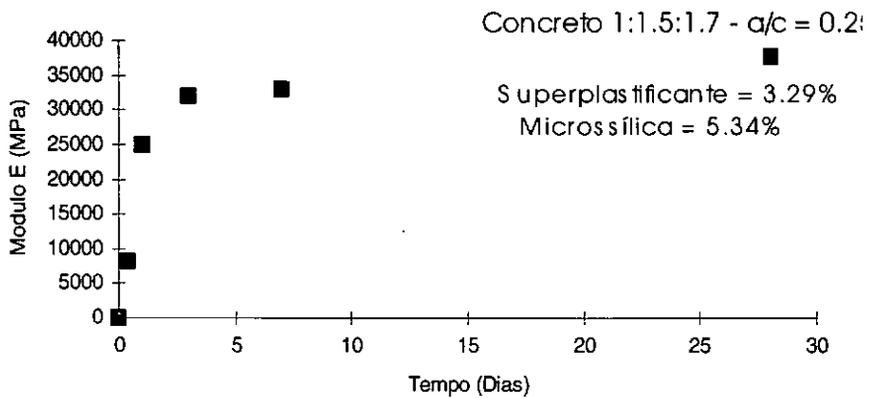


Fig.VI.44 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 32.

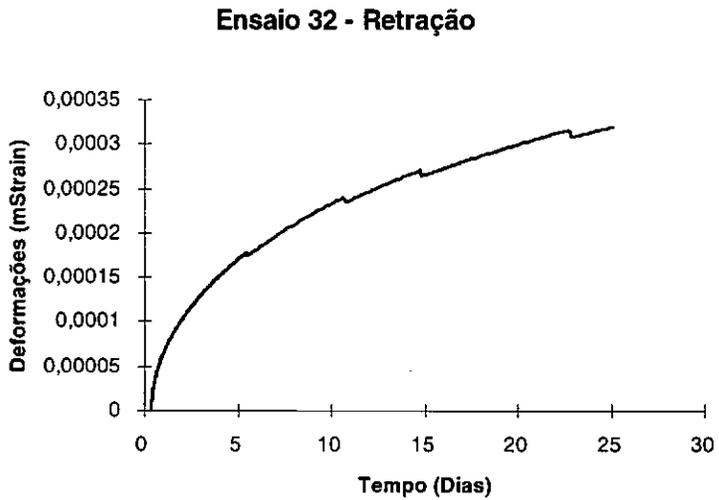
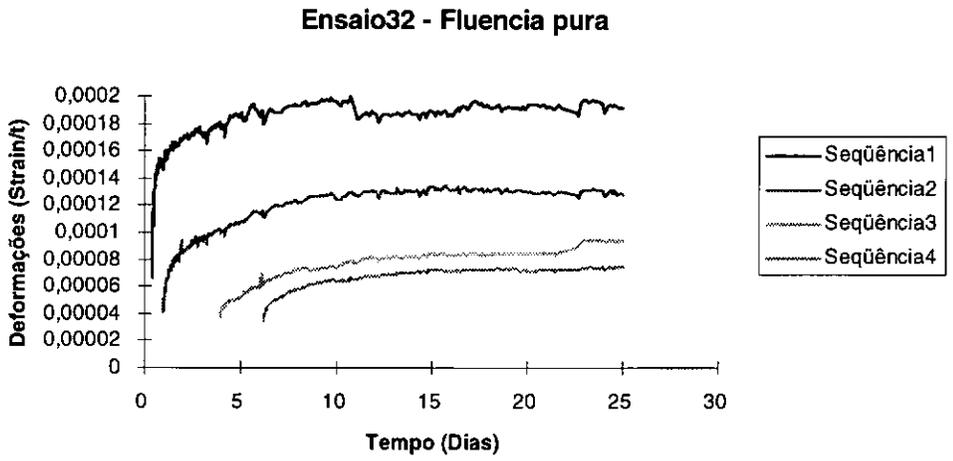
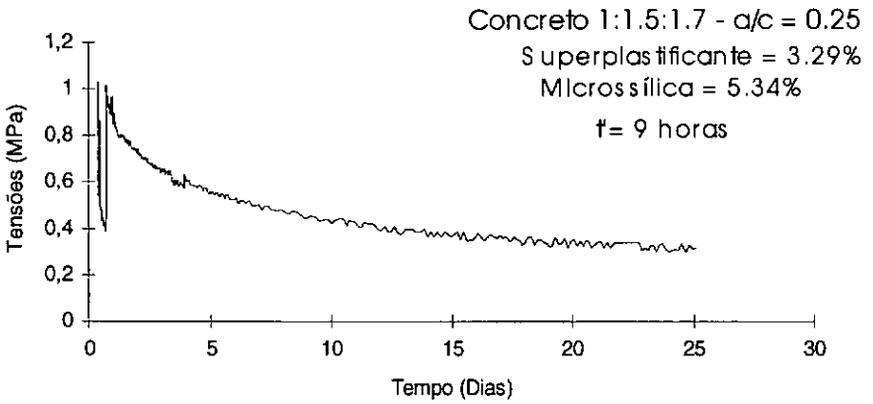


Fig.VI.45 - Curvas de fluência e retração do concreto 32.

### Ensaio 32 - Curva de Relaxação



### Ensaio 32 - Curvas de Temperatura

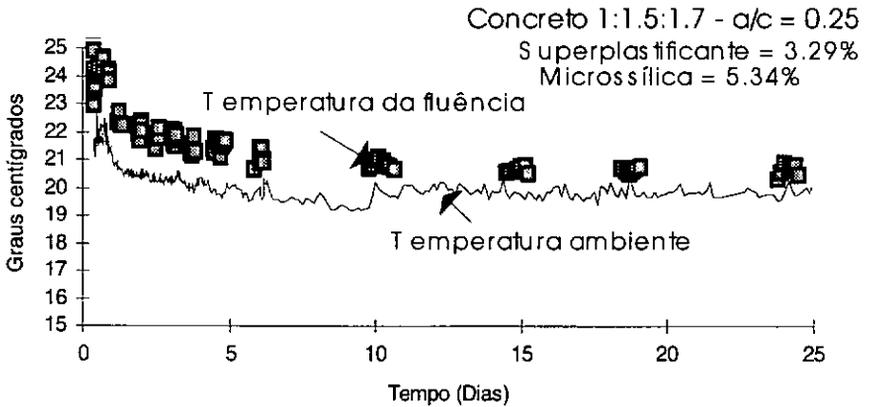
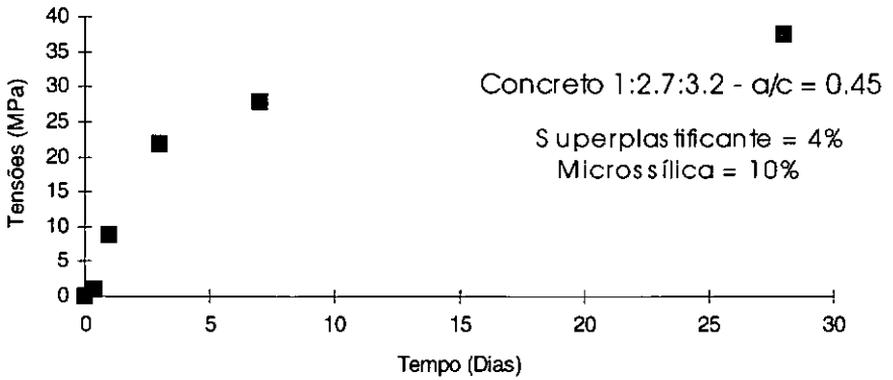


Fig. VI.46 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 32.

### Ensaio 33 - Resistência à compressão



### Ensaio 33 - Elasticidade

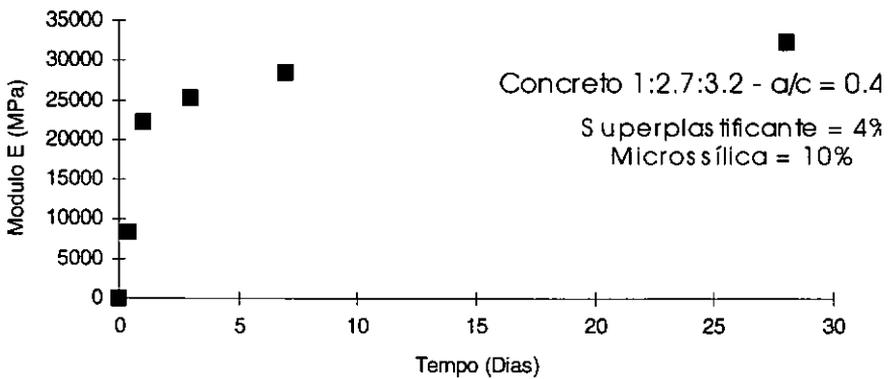


Fig.VI.47 - Curvas de resistência à compressão e módulo E do concreto 33.

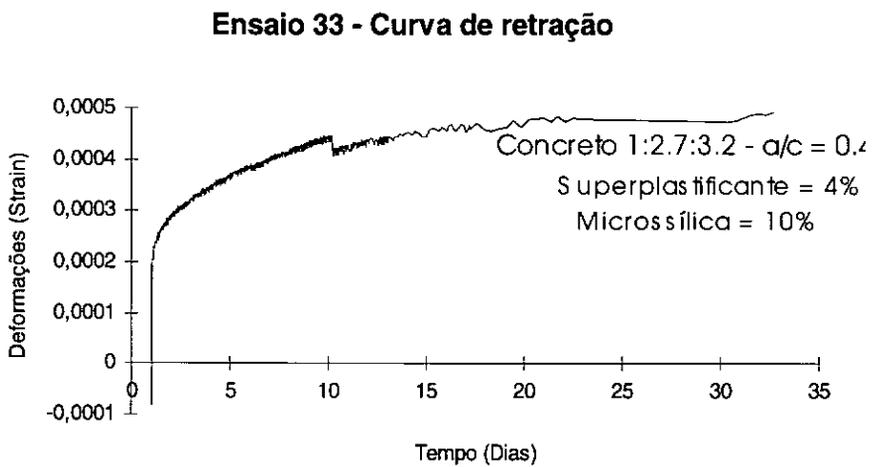
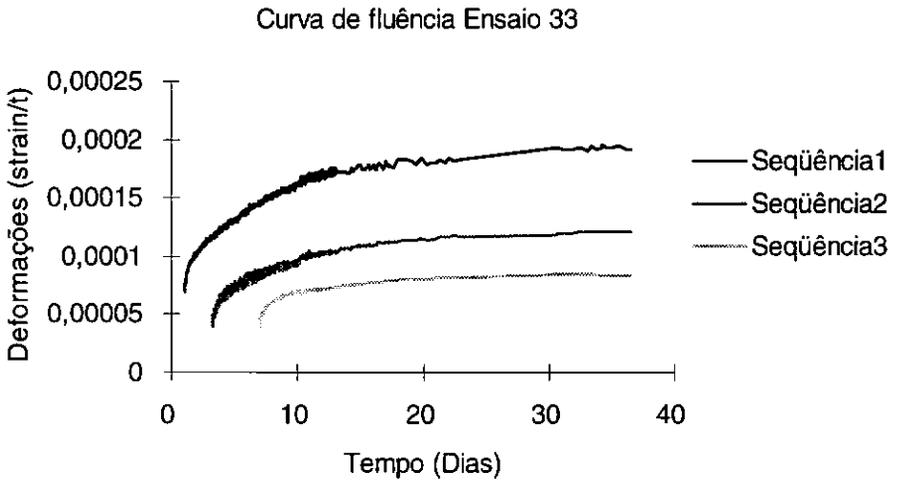
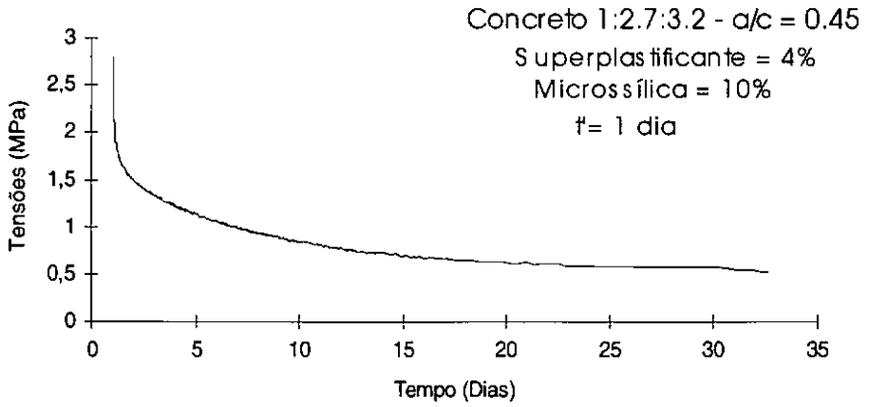


Fig.VI.48 - Curvas de fluência e retração do concreto 33.

### Ensaio 33 - Curva de relaxação



### Ensaio 33 - Curva de Temperatura

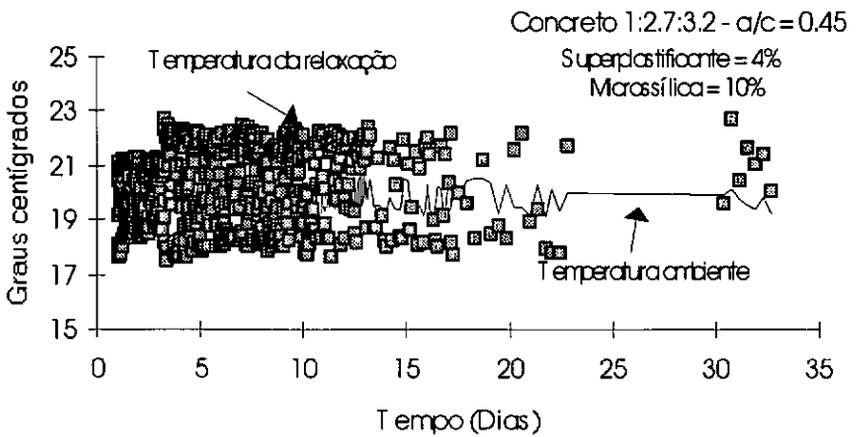


Fig. VI.49 - Curvas de relaxação e temperatura do concreto 33.

### Conclusões preliminares:

As curvas experimentais apresentadas anteriormente indicam uma série de inconsistências que apontam para alguns problemas na realização dos ensaios. Entretanto, decidimos apresentar todas as curvas para que seja possível, a partir da experiência obtida neste trabalho experimental, evitar problemas na realização de novas séries de ensaios.

Devemos ressaltar o fato de que a realização de ensaios de concreto jovem é tarefa extremamente difícil em função da complexidade da instrumentação (corpos de prova com concreto ainda molhado) e da operacionalização dos procedimentos, visto que, nas poucas idades a variação dos parâmetros a determinar é extremamente rápida, ocasionando falhas na captação dos dados devido a descuidos aparentemente de pequena ou nenhuma importância.

Ainda é importante ressaltar que algumas inconsistências dos resultados experimentais não podem ser verificadas imediatamente após um ensaio, ou após uma série de ensaios. Estas inconsistências tornam-se transparentes apenas após uma comparação entre os resultados de diversas experiências e também de comparações e ajustes de funções analíticas, o que dificulta muito a sua correção, uma vez que ao ser constatado o problema a série de ensaios já foi concluída.

No capítulo IX (Resultados das análises) serão indicados alguns destes problemas, bem como serão discutidas suas causas e então, analisaremos o ajuste das curvas experimentais a partir de resultados obtidos numericamente, podendo-se assim avaliar a influência dos problemas de realização dos ensaios e de comportamento dos materiais ensaiados.

## CAPÍTULO VII

### FUNÇÕES DE FLUÊNCIA E RELAXAÇÃO

#### VII.1 - Funções da literatura:

Existe um grande número de funções na literatura tentando descrever o comportamento reológico dos concretos. Algumas funções conseguem atender relativamente bem o objetivo de prever o comportamento da fluência, porém, por ser o concreto um material que apresenta uma variação de comportamento muito significativa em função dos materiais usados na composição, das condições climáticas, de cura e do tipo de carregamento aplicado (inclusive em relação à idade em que o elemento de concreto recebe o carregamento) é quase impossível que uma determinada função possa ser aplicada com sucesso de forma geral.

Desta forma, algumas funções são consideradas genéricas, embora na realidade só atendam às idades mais elevadas, ou seja, habitualmente não descrevem de forma ideal os chamados concretos jovens. Por outro lado, existem funções que são consideradas boas para os concretos jovens, não se comportando bem, entretanto, quando as idades de carregamento passam dos 3 ou 4 dias.

Outro problema que afeta, ou dificulta o desenvolvimento das funções de previsão do comportamento reológico do concreto, é a introdução dos aditivos, tanto os químicos, como especialmente os minerais. Estes aditivos alteram consideravelmente o comportamento das curvas de resistência à compressão, módulo de elasticidade, fluência e outras deformações diferidas, em alguns casos prejudicando o comportamento das curvas baseadas em modelos matemáticos.

Apesar dos problemas apresentados apresentaremos algumas das mais conhecidas funções matemáticas que se dispõem a descrever o comportamento da fluência:

#### VII.1.1 - Função de Byfors-Pferffelle:

De uma forma geral temos:  $\epsilon(t) = J(t, t') \times \sigma(t)$  onde normalmente consideramos  $\sigma$  unitário. Podemos então, escrever:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\varphi(t, t')}{E(t)} \quad (\text{Eq. VII.1})$$

que é a função de fluência expressa em função do coeficiente de fluência adimensional  $\phi(t,t')$ . Este coeficiente, recomendado pelo Swedish Handbook for Concrete Constructions, a partir do desenvolvimento de Byfors e Pfefferle [14] é dada por:

$$\phi(t,t') = \phi_0 \cdot \phi_h \cdot \phi_{t'} \cdot \phi_{t-t''} \quad (\text{Eq. VII.2})$$

sendo as parcelas  $\phi$ ,  $\phi_h$ ,  $\phi_t$  e  $\phi_{t-t''}$  referentes à fluência básica, à umidade do concreto, à idade de aplicação da carga e ao tempo sob carregamento, respectivamente.

O valor de  $\phi_0$  deverá ser tomado na faixa entre 1 e 3 para o cimento normal, conforme o Swedish Handbook.

A parcela referente à umidade do concreto nos concretos massa pode ser negligenciada.

Para  $\phi_{t'}$ , Byfors [14] recomenda:

$$\phi_{t'} = \left[ \frac{\frac{f_{cc}(t')}{f_{cc}(28d)} + a}{1 + a} \right]^{-2/3} \quad (\text{Eq. VII.3})$$

sendo o valor de "a" recomendado igual a 0,17 por Byfors.  $f_{cc}(t')$  é a resistência à compressão na idade de aplicação do carregamento e  $f_{cc}(28)$  a resistência aos 28 dias.

Para a parcela de influência do tempo sob carga, Pfefferle [14] recomenda uma equação que é baseada no modelo da cadeia generalizada de Kelvin-Voigt (ver capítulo IV).

$$\phi_{t-t''} = 1 - \sum_{i=1}^n a_i x \ell^{(-b_i \sqrt{t-t''})} \quad (\text{Eq. VII.4})$$

onde a e b são constantes que definem as características da fluência;  $b_i$  tem dimensões  $\frac{1}{\sqrt{\text{dias}}}$  e  $a_i$  não tem dimensão. Os coeficientes foram utilizados conforme [14] depois de ajustes em vários concretos de diversos pesquisadores para  $i=4$ , ou seja, representando uma cadeia de Kelvin de 4 elementos:

Valores para a (na ordem de índices de 1 a 4): 0,015; 0,085; 0,85; 0,05;

Valores para b (na ordem de índices de 1 a 4): 24,0; 2,3; 0,085; 0,01.

Com estes valores teremos finalmente a seguinte equação:

$$\varphi(t, t') = 2,0x \left[ \frac{\frac{f_{cc}(t')}{f_{cc}(28)} + 0,17}{1,17} \right] x \left( 1 - \sum_{i=1}^4 a_i x \ell^{-(b_i \sqrt{t-t'})} \right) \quad (\text{Eq.VII.5})$$

Conforme se pode constatar na literatura, esta função é especialmente aplicada para descrever o comportamento da fluência do concreto jovem, tendo sido observado um bom ajuste em experiências de laboratório descritas em [07]. Entretanto, nestas mesmas experiências foi possível constatar que após idades não maiores que 5 dias o comportamento da curva deixa de acompanhar os dados experimentais.

### VII.1.2 - Função de Bazant - Model B-3:

Existe uma grande quantidade de funções apresentadas por Bazant para descrever a fluência dos concretos. Apresentaremos aqui a mais recente delas, publicada pela Materials and Structures, 28 de 1995 [06], denominada “Model B 3”. Esta função, independente de sua alta qualidade, devido a considerar um grande número de parâmetros, o que reduz consideravelmente a possibilidade de efeitos secundários, é de difícil aplicação, por apresentar diversas constantes e equações não dimensionais, ou que são amarradas em unidades diferentes daquelas do sistema internacional (SI).

Segundo esta versão a função de fluência mencionada por Bazant e Baweja, apresentada em [06], deverá ser escrita como:

$$J(t, t') = q_1 + C_0(t, t') + C_d(t, t', t_0) \quad (\text{Eq.VII.6})$$

nesta função  $q_1 = \frac{1}{E_0}$  que representa a deformação imediata devida ao carregamento unitário, sendo  $E_0$  o chamado módulo assintótico do concreto. O uso de  $E_0$ , apesar do módulo estático  $E$ , é conveniente devido ao concreto apresentar uma fluência considerável, mesmo para cargas com pequeno tempo de duração.  $E_0$  pode ser considerado como um módulo elástico real mas meramente um parâmetro empírico que pode ser considerado independente da idade,  $t$  é o tempo de análise.  $t'$  é a idade de carregamento e  $t_0$  a idade de início do processo de secagem do concreto. Neste modelo é considerado coeficiente de Poisson igual a 0,18 em todas as direções, adotando-se válido o princípio da superposição e portanto, validando a aplicação para tensões de até 0,4 da tensão de ruptura. É lembrado que as microfissuras de tração podem causar um aparente coeficiente menor, devendo, entretanto, isto ser considerado nos modelos de fissuração.

Na equação VII.6,  $C_0(t, t')$  é a função de fluência básica (conteúdo de umidade constante) e  $C_d(t, t', t_0)$  é a função de fluência adicional devido à secagem simultânea.

$$q_1 = 0,6.10^6 / E_{28} \quad (\text{Eq.VII.7}) ,$$

sendo:

$$E_{28} = 57000 \left( f_c' \right)^{1/2} \quad (\text{Eq.VII.8}),$$

sendo  $f_c'$  dado em psi, podendo-se tomar 1 psi = 6895 Pa, conforme ACI.

Desta forma vem:

$$f_c' = f_{ck} + 1200 \text{ psi} \quad (\text{Eq.VII.9})$$

$$C_0(t, t') = q_2 Q(t, t') + q_3 \ln \left[ 1 + (t - t')^n \right] + q_4 \ln \left( \frac{t}{t'} \right) \quad (\text{Eq.VII.10})$$

usando-se  $m=0,5$  e  $n=0,1$  (conforme recomendação de Bazant em [06].

enquanto, os termos  $q$  são parâmetros constitutivos empíricos definidos como:

$$q_2 = 451,1c^{0,5} \left( f_c' \right)^{-0,9} \quad (\text{Eq.VII.11})$$

$$q_3 = 0,29(w/c)^4 q_2 \quad (\text{Eq.VII.12})$$

$$q_4 = 0,14(a/c)^{-0,7} \quad (\text{Eq.VII.13})$$

sendo  $c$  o conteúdo de cimento em  $lb.ft^{-3}$  (tomar  $1 lb.ft^{-3} = 16,03 kg.m^{-3}$ ),  $w/c$  o fator água cimento e  $a/c$  a relação entre agregados e cimento em peso.

$$C_d(t, t', t_0) = q_5 \left( \ell^{-8H(t)} - \ell^{-8H(t')} \right)^{1/2} \quad \text{para } t' \geq t_0 \quad (\text{Eq.VII.14})$$

sendo:

$$H(t) = 1 - (1 - h)S(t) \quad (\text{Eq.VII.15})$$

onde  $h$  é a umidade relativa indicada em valores entre 0 e 1, e  $S(t)$  é a função tempo de

relaxação dada por:

$$S(t) = \tanh \left( \frac{t - t_0}{\tau_{sh}} \right)^{1/2} \quad (\text{Eq.VII.16})$$

$$q_5 = 7,57 \times 10^5 f_c'^{-1} \varepsilon_{sh\infty}^{-0,6} \quad (\text{Eq.VII.17})$$

$$\varepsilon_{sh\infty} = \varepsilon_{s\infty} \frac{E(7 + 600)}{E(t_0 + \tau_{sh})} \quad (\text{Eq.VII.18})$$

Os valores do parentese do numerador, segundo Sandeep Baweja (correspondencia eletrônica de 10 de Novembro de 1995, equivalem aos valores de  $t_0$  e de  $\tau_{sh}$ , referencias, em dias.

$$\tau_{sh} = K_t (K_s D)^2 \quad (\text{Eq.VII.19})$$

$$k_t = 190,8 \cdot t_0^{-0,08} f_c'^{-0,25} \quad (\text{dias.in}^{-2}) \quad (\text{Eq.VII.20})$$

para  $K_s$  será tomado o valor de 1,25 (para prisma de seção quadrada),  $D=2v/S$ , sendo  $v$  o volume e  $S$  a área da seção (o valor de  $D$  deverá aparecer em polegadas).

Finalmente será tomado para  $E(t)$  conforme recomendação do autor [06] a função do ACI:

$$E(t) = E(28) \left( \frac{t}{(4 + 0,85t)} \right)^{1/2} \quad (\text{Eq.VII.21})$$

### VII.1.3 - Função do CEB-FIP/90:

Estas funções apresentadas em [05] são aplicáveis para concretos entre 12 e 80 MPa, sujeitos a tensões de compressão inferiores a 40% da tensão de ruptura do mesmo na idade de carregamento. Os concretos poderão estar expostos a umidades relativas do ar entre 40 e 100% e temperaturas entre 5 e 30°C.

Para uma tensão constante aplicada no tempo  $t_0$ , teremos:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_{c(t_0)}}{E_c} \cdot \phi(t, t_0) \quad (\text{Eq.VII.22})$$

onde:

$\phi(t, t_0)$  = coeficiente de fluência;

$E_c$  = módulo de elasticidade aos 28 dias.

A deformação dependente da tensão pode ser escrita como:

$$\varepsilon_{\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_c} \right] = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) \quad (\text{Eq. VII.23})$$

onde:

$J(t, t_0)$  = função de fluência (“creep compliance”), representando a deformação total dependente da tensão por unidade de tensão;

$E_c(t_0)$  = módulo de elasticidade para o tempo de carregamento  $t_0$ , dado conforme a equação IV.8; neste caso,  $1/E_c(t_0)$  representa a deformação inicial por unidade de tensão de carregamento;

Para tensões e deformações, o princípio da superposição é considerado válido.

Assim sendo, o coeficiente de fluência poderá ser calculado como:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (\text{Eq. VII.24})$$

onde,

$\phi_0$  = o coeficiente de fluência básico;

$\beta_c$  = coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo após o carregamento;

$t$  = é a idade do concreto em dias, no momento considerado;

$t_0$  = é a idade do concreto no momento de aplicação da carga;

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (\text{Eq. VII.25})$$

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/RH_0}{0.46(h/h_0)^{1/3}} \quad (\text{Eq. VII.26})$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5.3}{(f_{cm}/f_{cm0})^{0.5}} \quad (\text{Eq. VII.27})$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + (t_0/t_1)^{0.2}} \quad (\text{Eq. VII.28})$$

onde,

$$h = \frac{2A_c}{u} \quad (\text{Eq. VII.29})$$

$f_{cm}$  = resistência à compressão média do concreto aos 28 dias;

$f_{cm0}$  = 10 MPa;

RH = umidade relativa do ar ambiente;

$RH_0$  = 100%

$h$  = relação das dimensões do elemento (mm), onde  $A_c$  é a área da seção e “ $u$ ” o perímetro do elemento em contato com a atmosfera;

$h_0$  = 100mm

$t_1$  = 1 dia

O desenvolvimento da fluência com o tempo será dado por:

$$\beta_c(t-t_0) = \left[ \frac{(t-t_0)/t_1}{\beta_H + (t-t_0)/t_1} \right]^{0.3} \quad (\text{Eq. VII.30})$$

com:

$$\beta_H = 150 \left\{ 1 + \left( 1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right\} \cdot \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (\text{Eq. VII.31})$$

## VII.2 - Obtenção das curvas de relaxação:

Como é bastante conhecido, a fluência e a relaxação podem ser consideradas dois aspectos de um mesmo fenômeno. Desta forma, é possível se observar um mesmo fenômeno sob dois ângulos distintos. A literatura apresenta geralmente descrição de funções de fluência, visto que o número de referências a ensaios desenvolvidos para a obtenção de curvas de fluência é muito superior àqueles que objetivam curvas de relaxação. No presente trabalho foram desenvolvidos ensaios de fluência e de relaxação paralelamente, objetivando a verificação do comportamento das técnicas numéricas de inversão das funções ao serem comparadas com conjuntos de resultados experimentais.

A obtenção de curvas de relaxação é geralmente feita pela aplicação de algoritmos que invertem numericamente a função de fluência, conforme proposto inicialmente por Bazant [36].

Na realidade estes algoritmos resolvem numericamente a equação de Volterra de 1ª espécie:

$$1 = \int_{t_a}^t J(t, t') dR(t, t_a') \quad (\text{Eq. VII.32})$$

A solução  $R(t, t_a')$  da equação acima, representa então que tensões devem ser aplicadas para que a resposta em termos de deformações seja uma deformação unitária.

O algoritmo proposto por Bazant [36] é simplesmente a aplicação da formulação integral mostrada no capítulo IV desta tese para a resolução da equação (32) acima.

É importante notar aqui, que este procedimento de “inversão” só é válido se for aplicável o princípio da superposição, ou seja, se estivermos no domínio da viscoelasticidade linear.

## CAPÍTULO VIII

### METODOLOGIA DE ANÁLISE

Neste capítulo serão apresentados os métodos numéricos adotados para a análise e comparação do comportamento obtido em laboratório para cada um dos assuntos abaixo indicados, mostrando-se os motivos e justificativas de sua utilização.

#### VIII.1 - Metodologia para resistência à compressão:

Para a análise da consistência dos dados obtidos no laboratório pelos ensaios de resistência à compressão, conforme métodos descritos no capítulo V, existem inúmeras funções que pretendem descrever o desenvolvimento deste fenômeno, entre outros as várias versões apresentadas nas várias edições de diversas Normas Técnicas como CEB-FIP, ACI, NBR, as versões de diversos autores como Neville [01] e Byfors [03] entre outros. Várias destas formulações apresentam comportamento muito próximo ao desenvolvimento real da resistência à compressão dos mais variados concretos.

Desta forma, foi adotado para verificação da consistência dos dados obtidos em laboratório, a curva apresentada em [05] e reproduzida no presente trabalho no capítulo VII. Esta formulação apresentada no CEB-FIP/90 [05] é de aplicação prática, bastante atual, uma vez que faz parte da última versão do código modelo e conforme poderá ser visto no capítulo VIII a seguir, apresenta resultados de muito boa qualidade.

É importante considerar que a função mencionada, mostrada também no capítulo II, depende, além da resistência à compressão do concreto aos 28 dias que conhecemos no caso das análises desenvolvidas, de um coeficiente “s” que é função do tipo de cimento que está sendo utilizado no traço analisado, variando de 0,20 para os cimentos de endurecimento rápido e alta resistência, até 0,38 para os cimentos de endurecimento lento. Este coeficiente foi ajustado em cada um dos traços considerados, tomando-se como referência, não o cimento, uma vez que foi utilizado sempre o mesmo tipo de cimento em toda a pesquisa, mas a composição do traço. Foi adotado coeficiente 0,20 nos traços de consumo de cimento superior a  $450 \text{ kg/m}^3$ , com utilização de microssílica e adoção de fator água/cimento considerado baixo (menor que 0,40), uma vez que estes traços apresentam um ganho de resistência à compressão muito alto já nas primeiras horas de existência, podendo o seu comportamento ser considerado similar àqueles concretos dosados com cimentos de alta resistência inicial e elevada resistência

Para os traços mais “pobres”, ou seja, com consumo de cimento próximo aos  $300 \text{ kg/m}^3$ , sem adição de microssílica ou superplastificantes e com fator água cimento acima dos 0,5, o coeficiente “s” foi adotado próximo aos 0,38, valor indicado como limite superior.

Para os traços intermediários o valor de “s” foi sendo ajustado, obedecendo linearmente a variação ocorrida dentro do intervalo de valores recomendados, tomando-se ainda como base o valor de 0,20 recomendado para cimentos de resistência normal e rápido endurecimento.

Desta forma, podemos observar na figura IX.1 do capítulo seguinte que na grande maioria dos 12 casos apresentados, a função indicada pelo CEB-90 pode ser considerada como sendo de muito boa qualidade para quaisquer concretos, aditivados ou não, inclusive nas primeiras idades. À exceção de um ou outro ponto fora do traçado normal, apenas as curvas 16 e 29 não cobriram os pontos experimentais, comportando-se entretanto, de forma razoável em relação a estes.

### VIII.2 - Metodologia para o módulo de elasticidade:

De uma forma geral, as funções que descrevem o módulo de elasticidade do concreto tendem a fazê-lo em função da resistência à compressão, uma vez que conforme mostrado no capítulo II desta tese estes fenômenos apresentam comportamentos integrados. Estas equações geralmente são as que apresentam melhores resultados conforme foi possível constatar em diversas verificações.

Também neste caso, adotamos a formulação do CEB-FIP/90 [05], descrita no capítulo VII desta tese, uma vez que após a aplicação de diversas formulações para comparação pudemos observar e concluir tratar-se de uma formulação bastante simples de ser aplicada e com ajuste de alta qualidade. Esta formulação é baseada no equacionamento apresentado para determinação da resistência à compressão, o que facilita em muito sua aplicabilidade.

Deve-se considerar ainda que a formulação mais atual apresentada pelo CEB apresenta alta credibilidade internacionalmente e como poderá ser verificado no próximo capítulo, alta qualidade de ajuste com os dados experimentais.

Também esta formulação adotada tem aplicabilidade bastante simples. A equação é função da resistência à compressão aos 28 dias, do módulo de elasticidade aos 28 dias e do mesmo coeficiente “s” que é adotado conforme a escolha definida no item anterior, na formulação da resistência à compressão, sendo função do tipo de cimento adotado.

### VIII.3 - Metodologia para fluência:

A descrição do comportamento experimental das curvas de fluência dos variados concretos ensaiados já não encontra na literatura uma facilidade tão grande de ajuste como os fenômenos acima descritos. Diversas funções de fluência foram testadas. Apresentamos no próximo capítulo os resultados obtidos com as funções do Swedish Handbook of Concrete, conhecido como função de Byfors, sendo na realidade uma função desenvolvida por Byfors e Pferffelle [14], função esta também conhecida por apresentar bons ajustes para concretos

jovens [07] e a função apresentada no CEB-FIP/90 [05] por tratar-se de função de alta credibilidade internacional.

A função do Swedish Handbook of Concrete na realidade, é composta por um produto de algumas parcelas, como também pode observado no capítulo VII desta tese. A parcela que apresenta a influência do tempo sobre carga ( $t-t'$ ) é uma função de Dirichlet descrevendo o modelo de Kelvin, com 4 elementos, sendo que os coeficientes são tomados como fixos, o que impede um ajuste genérico da função como veremos a seguir. Este ajuste certamente foi adotado para simplificar a utilização da equação e permitir que a mesma seja usada na forma de predição de traços genéricos, entretanto, a fixação dos coeficientes obriga a se impor sérias restrições ao campo de aplicabilidade da equação, uma vez que os parâmetros adotados certamente o foram baseados em um determinado tipo de concreto, o que impede a sua aplicabilidade para traços genéricos. Desta forma temos a explicação do motivo pelo qual, em geral a função apresenta um bom ajuste para as baixas idades [07], [50] e [51], perdendo completamente a qualidade para idades mais avançadas.

Esta função, conhecida como função de Byfors, uma das adotadas para verificação dos resultados experimentais, é função de um conjunto de parâmetros que tem seus valores recomendados em [14]. No momento das aplicações, por diversas vezes tentou-se ajustar estes parâmetros afim de se obter resultados mais próximos aos experimentais, adotando-se entretanto, os mesmos parâmetros para um mesmo tipo de concreto nas diversas idades ensaiadas.

Quanto à função do CEB-FIP/90, conforme pode ser visto no capítulo VII deste trabalho, é definida em função de uma grande variedade de parâmetros que foram adotados conforme indicados a seguir:

RH = Umidade relativa do ar adotada como 50%;

$A_c$  = área da secção do corpo de prova =  $100 \times 100 \text{mm} = 10000 \text{mm}^2$

u = perímetro do corpo de prova =  $4 \times 100 \text{mm} = 400 \text{mm}$

Além destes parâmetros a equação é função do módulo de elasticidade do concreto na idade de aplicação do carregamento e aos 28 dias, tendo sido estes valores adotados das funções do CEB/90 anteriormente discutidas.

Foram verificadas diversas outras funções de fluência, como as BP-KX [19] a [24] e MODEL B3 [06] de Bazant, sendo esta última também apresentada neste trabalho no capítulo VII, entretanto, como é possível observar, estas funções além de não apresentarem aplicação prática razoável não atingiram em dois ensaios analisados comportamentos compatíveis com as demais formulações e com os dados experimentais, sendo finalmente desconsideradas no presente trabalho.

Finalmente, no capítulo IX, após a apresentação dos resultados das comparações procederemos a análise do comportamento das funções de Byfors e do CEB-FIP/90.

#### VIII.4 - Aplicações dos modelos de Kelvin para fluência

Tendo em vista a dificuldade de se obter funções na literatura que bem descrevam o comportamento da fluência dos concretos, constatou-se que a aplicação do modelo de Kelvin, descrito pela série de Dirichlet, a dados experimentais, apresenta um ajuste de altíssima qualidade, constatando-se desvios da ordem de 0,999 no traçado da curva pela função em relação à curva experimental.

No capítulo IX desta tese apresentaremos as curvas comparativas entre os dados experimentais e as curvas geradas pela aplicação do modelo de Kelvin. Na geração destas curvas foram analisados diversos fatores que influenciam a qualidade do ajuste, como os valores dos pesos  $w_1$  e  $w_2$ , para os quais constatamos que quanto mais próximo de zero se tornem, melhor se comporta o ajuste das curvas. O número de termos do modelo de Kelvin tem uma grande importância na qualidade do ajuste, sendo que cadeias de 4 elementos se mostraram bastante eficazes, embora, obviamente, quanto maior o número de elementos melhor será o ajuste alcançado.

Do ponto de vista prático a geração das curvas de fluência baseadas no modelo de Kelvin seguiram o seguinte roteiro, baseando-se no programa ESPECKEL.FOR que foi adaptado do programa ESPECKMAX.FOR apresentado em [13].

A adaptação deste programa consistiu na geração de curvas a partir do modelo físico de Kelvin, enquanto o programa original era baseado no modelo físico de Maxwell (o programa original visava a geração de curvas de relaxação):

1. - É preparado o arquivo (.dis) que contem em sequência os valores de  $t-t'$  e de  $J(t,t')$  separados por cada um dos  $t'$  ensaiados;
2. - É preparado o arquivo (.dat) que é o arquivo de dados propriamente dito, que contem informações do nome dos arquivos a serem gerados com resultados, número de dados a serem lidos, valores de "taumus", bem como, os dados relativos a tipos de arquivos a serem gerados, se completos ou reduzidos, como saídas em planilhas do tipo "lotus" ou não, método de interfaceamento entre dois pontos discretos, método do retângulo e/ou do trapézio;
3. - Com estes dados é executado o programa ESPECKEL.FOR que a partir da leitura dos valores discretos dos ensaios gera os coeficientes, através do método dos mínimos quadrados, que descreverão as curvas de fluência para cada um dos  $t'$  utilizados nos ensaios. Estes coeficientes são baseados no ajuste da curva experimental com a função gerada pela série de Dirichlet descrevendo o modelo de Kelvin;
4. - O programa ESPECKEL.FOR gera um arquivo com terminação .TMX que contem os coeficientes a serem aplicados nas funções logarítmicas utilizadas na série de Dirichlet para descrever os valores do E (módulo de elasticidade) e dos  $E_\mu$ . Este arquivo contem ainda os valores dos "taumus" que são os valores dos tempos de retardamento que também serão utilizados na função da série de Dirichlet, conforme mostrado na equação VII.2;

5. - Finalmente é gerado outro arquivo, que contem os valores de  $t$ ,  $t'$ ,  $t-t'$  e  $J(t,t')$  discretos e dos coeficientes do arquivo .TMX. Neste arquivo desenvolve-se o cálculo do valor de  $J(t,t')$  para a série de Dirichlet e faz-se então a comparação que será mostrada no capítulo a seguir. São geradas ainda neste arquivo curvas de fluência para quaisquer  $t'$  que se queira interfacear entre os valores originados dos ensaios.

No capítulo IX, após a apresentação das curvas traçadas pelo processo acima será desenvolvida uma discussão sobre seu comportamento.

### VIII.5 - Geração das curvas de relaxação pelo modelo de Maxwell

Para a geração das curvas de fluência partindo-se das curvas de fluência executamos o procedimento a seguir exposto, baseado na utilização do programa ESPECMAX.FOR versão 2.3 que foi originada do programa de mesmo nome apresentado em [13]. Este programa foi adaptado para gerar curvas de fluência a partir da série de Dirichlet baseada nos coeficientes gerados pelo programa ESPECKEL.FOR descrito no item anterior:

1. - É feita a geração do arquivo de dados (.DAT) que contem além das mesmas informações do arquivo de dados da etapa anterior, as informações dos coeficientes necessários para a geração das curvas de fluência, ou seja, este arquivo conterà integralmente o arquivo (.TMX) gerado na análise anterior (primeira parte), pelo modelo de Kelvin;

2. - Será então executado o programa ESPECMAX (Versão 2.3) que numa primeira etapa gerará curvas de fluência para os valores de  $t'$  solicitados no arquivo de dados. A seguir o programa promoverá a “inversão” da família de funções de fluência para a obtenção da curva de relaxação. Esta inversão se dá pelo método já bastante conhecido apresentado originalmente por Bazant em [36]. A partir desta etapa o programa desenvolve ajuste da função de relaxação pelo método dos mínimos quadrados obtendo os coeficientes que definem o comportamento da função logaritmica que descreve os valores de  $E_{\mu}$  da série de Dirichlet do modelo de Maxwell.

3. - Finalmente é gerado um arquivo contendo  $t$ ,  $t'$ ,  $t-t'$ , os valores discretos de  $R(t,t')$  e procede-se a geração da curva de relaxação originada de todo o procedimento acima descrito, permitindo finalmente a comparação das curvas e a verificação do ajuste de toda a metodologia.

Também no capítulo IX, após a apresentação das curvas de relaxação obtidas pelo processo de inversão e utilização do modelo da cadeia de Maxwell, apresentaremos discussão e comentários sobre a qualidade dos resultados.

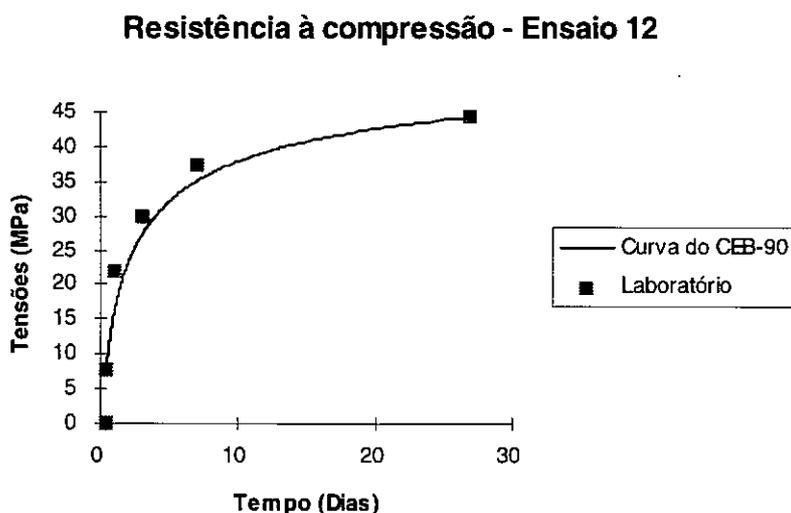
## CAPÍTULO IX

### RESULTADOS DAS ANÁLISES

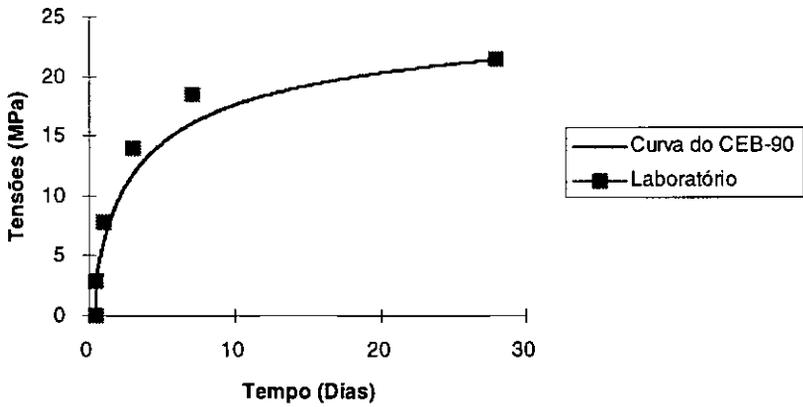
Neste capítulo serão apresentadas as curvas comparativas entre os resultados de laboratório e as funções descritas para resistência à compressão, módulo de elasticidade e fluência dos concretos. Serão ainda apresentadas famílias de curvas de fluência obtidas pela aplicação da série de Dirichlet como descrição do modelo físico de Kelvin, conforme visto nos capítulos anteriores. A partir destas famílias, que apresentam concordância absoluta com as curvas experimentais, obtiveram-se curvas de relaxação pela aplicação da cadeia de Maxwell, sendo estas curvas também apresentadas. Toda a metodologia utilizada na geração das curvas aqui apresentadas encontra-se apresentada no capítulo VIII desta tese, bem como, seus comentários e análises de resultados poderão ser encontrados no capítulo X.

#### IX.1 - Curvas de resistência à compressão:

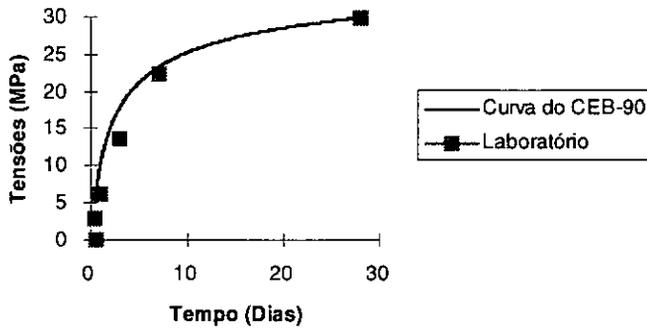
As curvas geradas por ensaios serão comparadas com a função apresentada no CEB-FIP/90, Model Code [05], demonstrando-se a boa qualidade de ajuste encontrado:



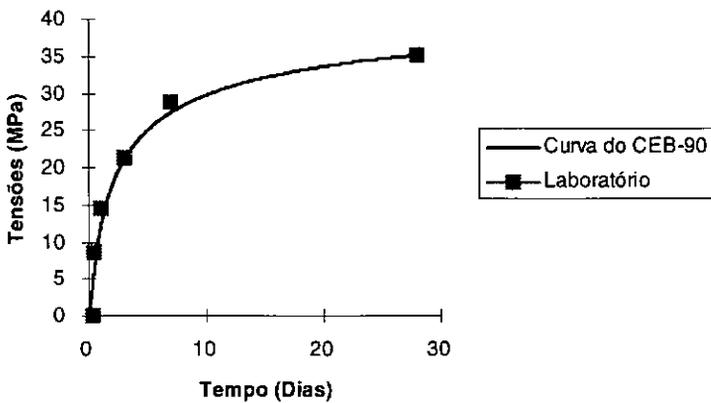
### Resistência à compressão - Ensaio 16

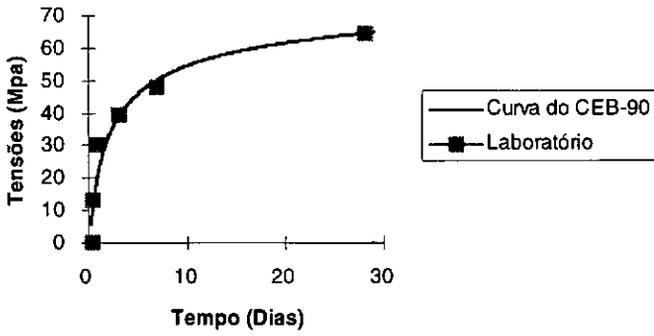
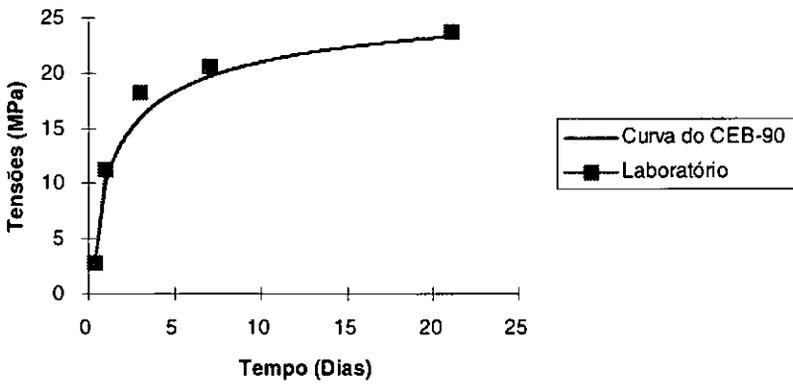


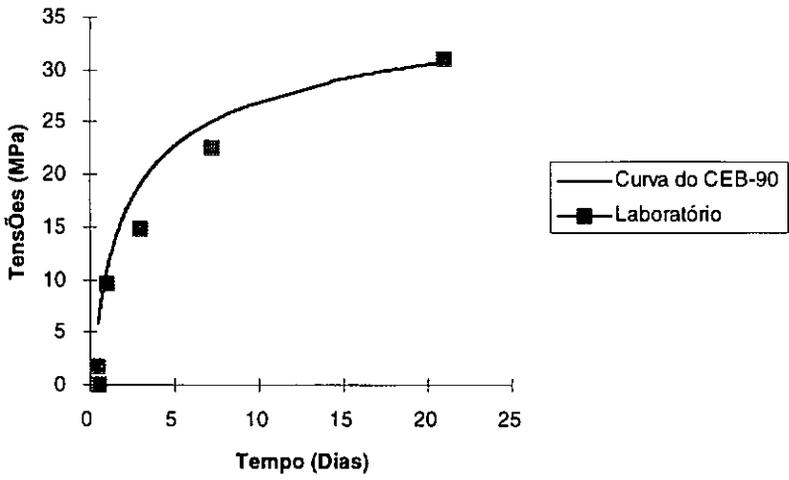
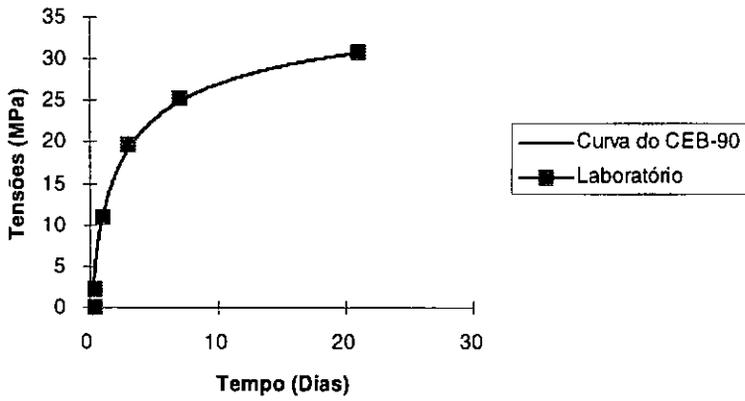
### Resistência à compressão - Ensaio 20



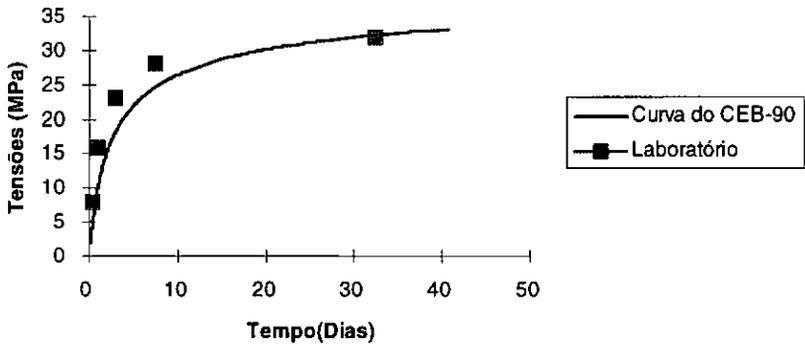
### Resistência à compressão - Ensaio 21



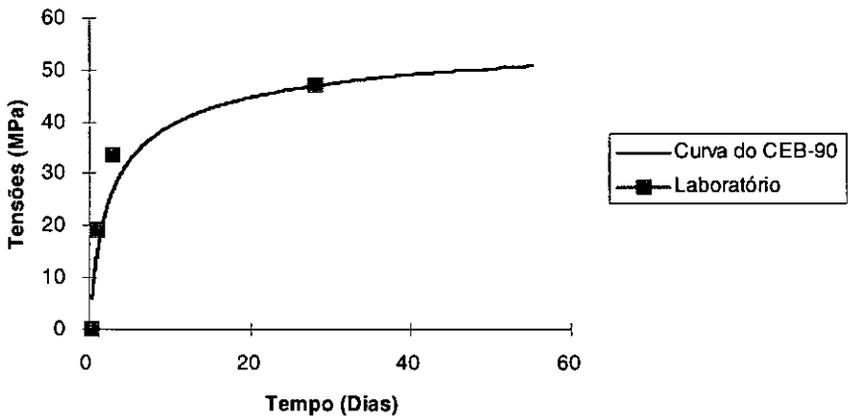
**Resistência a compressão - Ensaio 22****Resistência à compressão - Ensaio 26**

**Resistência à compressão - ensaio 27****Resistência à compressão - Ensaio28**

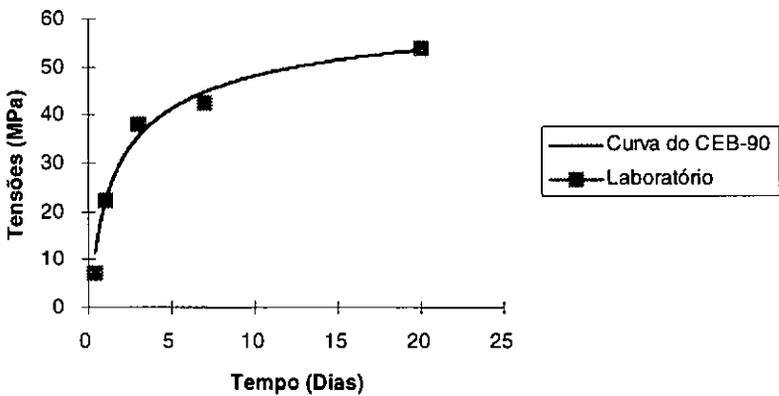
## Resistência à compressão - ensaio 29



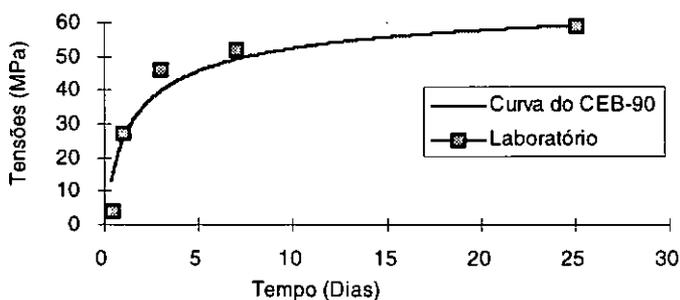
## Resistência à compressão - ensaio 30



## Resistência à compressão - Ensaio 31



### Resistência à compressão - Ensaio 32



### Resistência à compressão - Ensaio 33

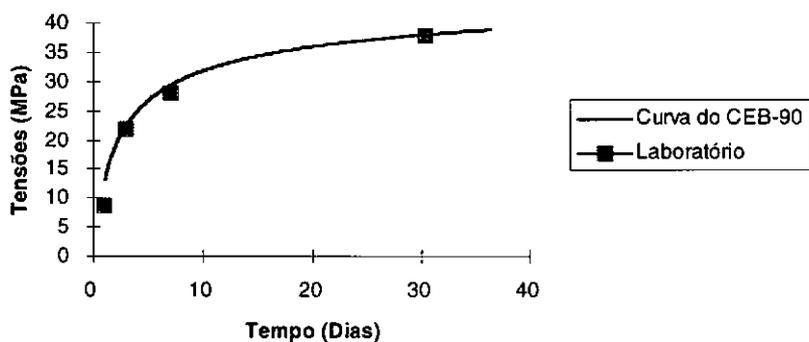
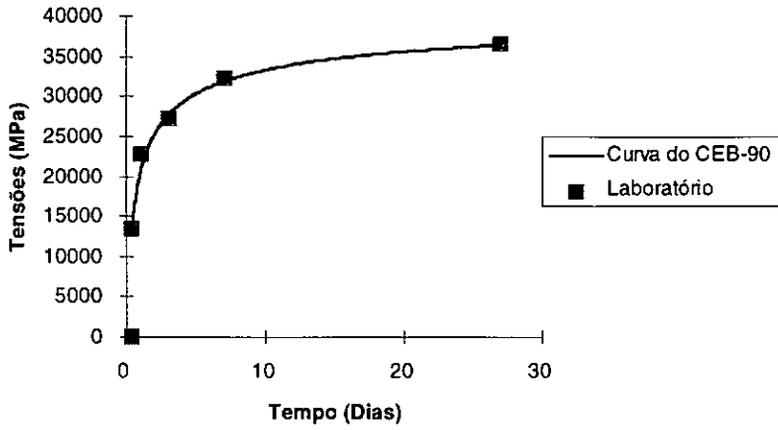
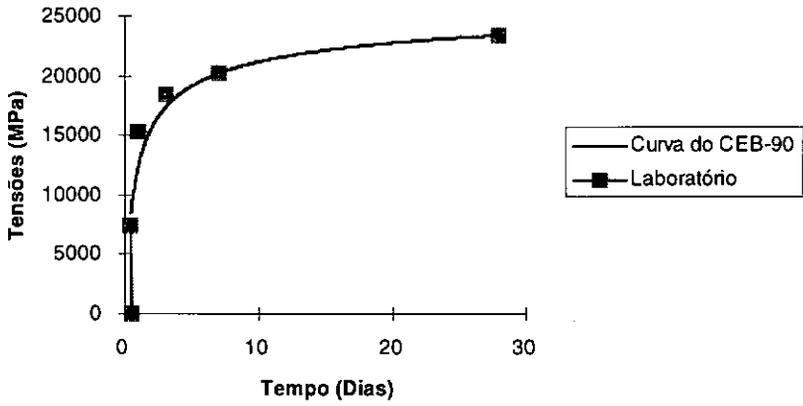


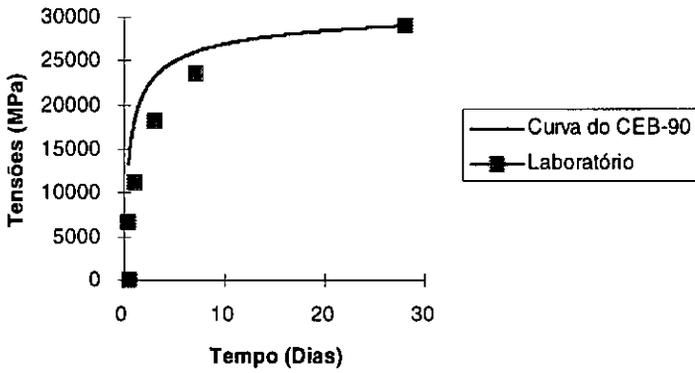
Fig. IX.1 - Curvas de resistência à compressão comparadas com função do CEB-FIP/90.

### IX.2 - Curvas de módulo de elasticidade:

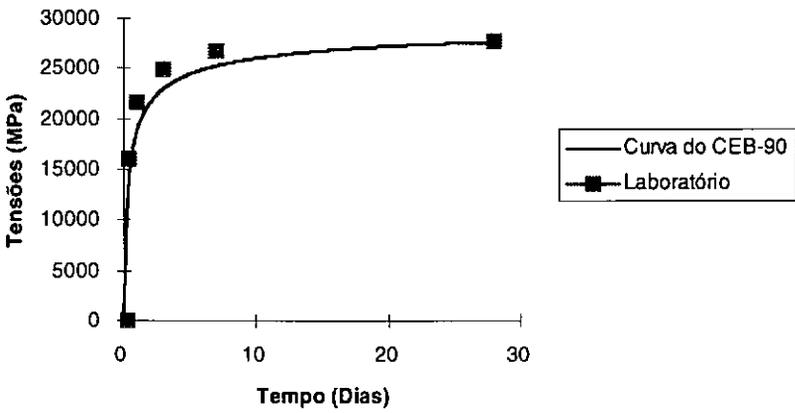
Neste item serão apresentadas as curvas de módulo de elasticidade obtidas no Laboratório, comparadas com a função apresentada no CEB-FIP/90 [05] que também apresentarão uma qualidade de ajuste muito boa, como poderá ser observado:

**Módulo de elasticidade - Ensaio 12****Módulo de elasticidade - Ensaio 16**

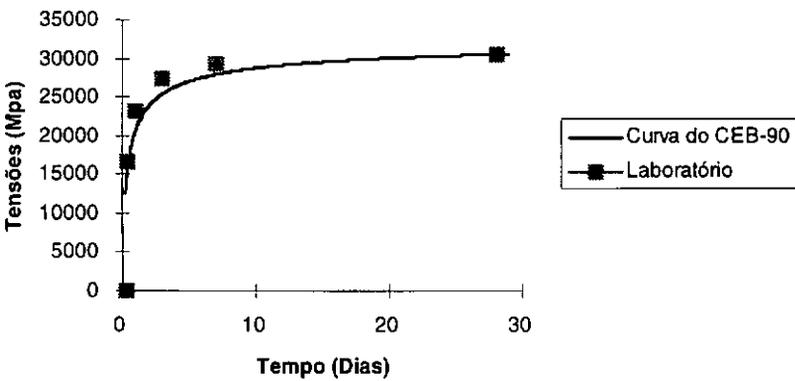
### Módulo de Elasticidade - Ensaio 20



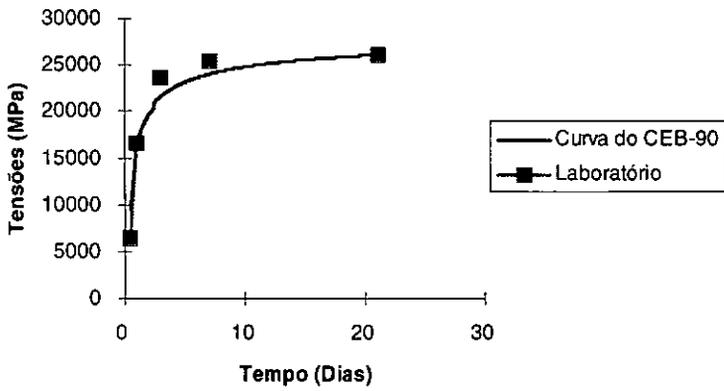
### Módulo de elasticidade - Ensaio 21



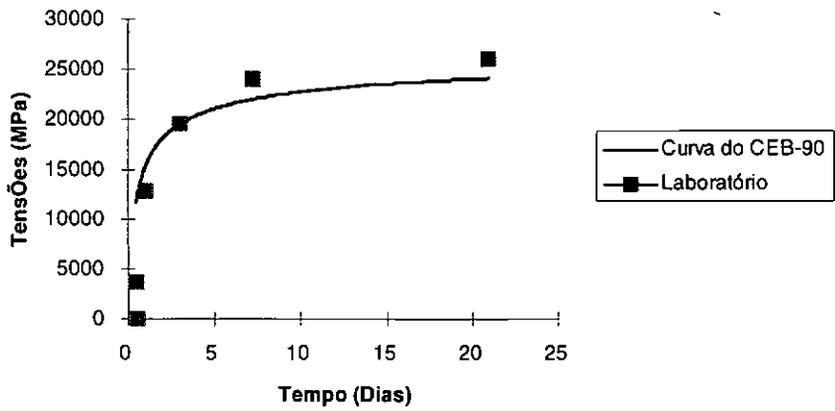
### Módulo de elasticidade - Ensaio 22



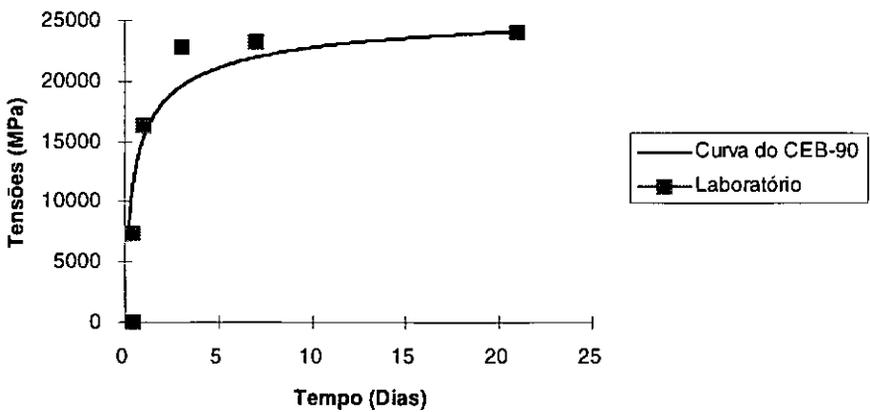
### Módulo de elasticidade - Ensaio 26



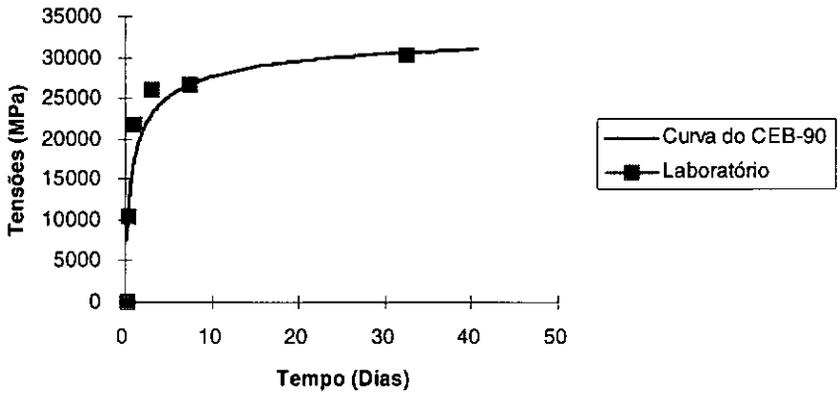
### Módulo de elasticidade - Ensaio 27



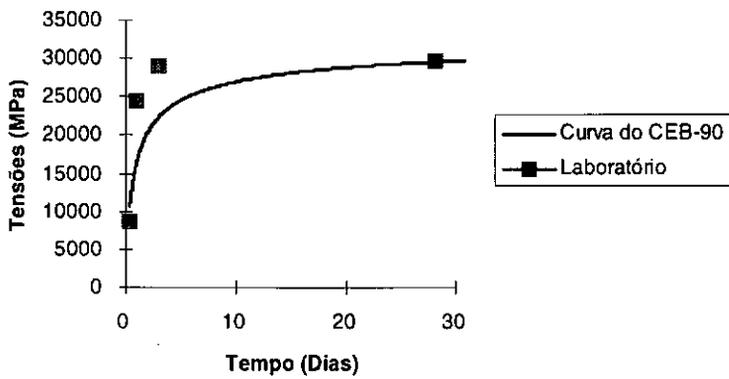
### Módulo de elasticidade - Ensaio 28



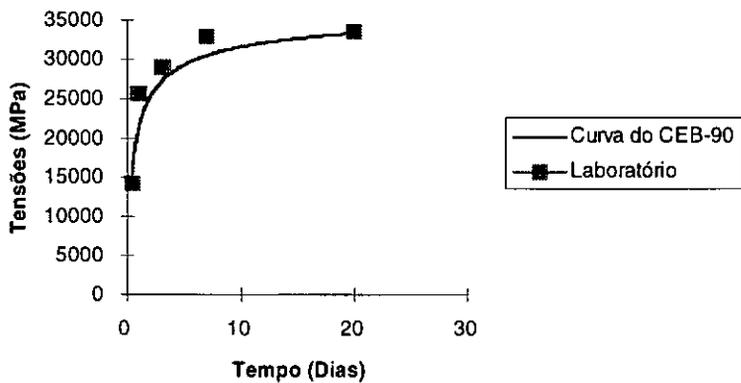
### Módulo de Elasticidade - Ensaio 29



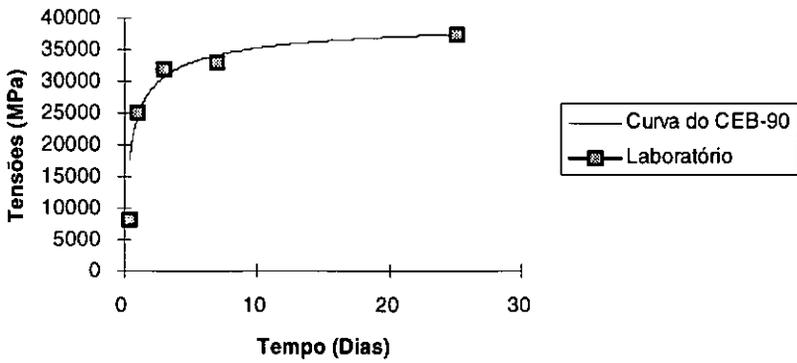
### Módulo de Elasticidade - Ensaio 30



### Módulo de elasticidade - Ensaio31



### Módulo de Elasticidade - Ensaio 32



### Módulo de elasticidade - ensaio 33

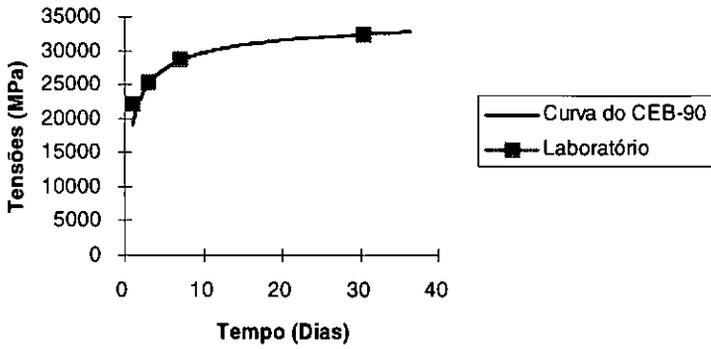


Fig.IX.2 - Curvas de módulo de elasticidade comparadas com função do CEB-FIP/90.

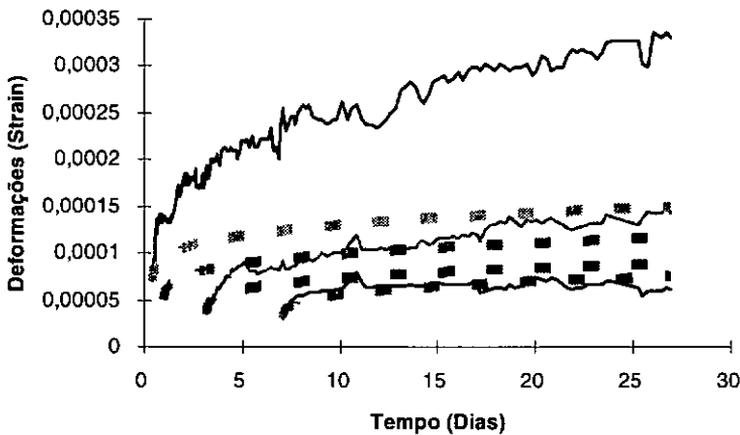
### IX.3 - Curvas de fluência - comparação com função do CEB-FIP/90:

Inicialmente, devemos considerar que foram feitas tentativas de aplicações do modelo B3 de Bazant, recentemente apresentado em [06] (1995). Esta função já recebeu diversas críticas sobre a dificuldade de sua aplicação (problemas de ordem dimensional entre outros), entretanto, apesar disto, resolvemos aplicá-la aos resultados experimentais desta tese. Efetivamente, mesmo dispondo de ferramental informático adequado para a sua implementação, a aplicação da função Model B3 mostrou-se impraticável.

Após comunicação com os autores (Bazant e Baweja) e algumas correções por eles sugeridas, mesmo assim os resultados desta função não apresentaram a menor correlação com os resultados experimentais por nós obtidos, assim como com as funções de Bazant e de Byfors-Pfefferlle.

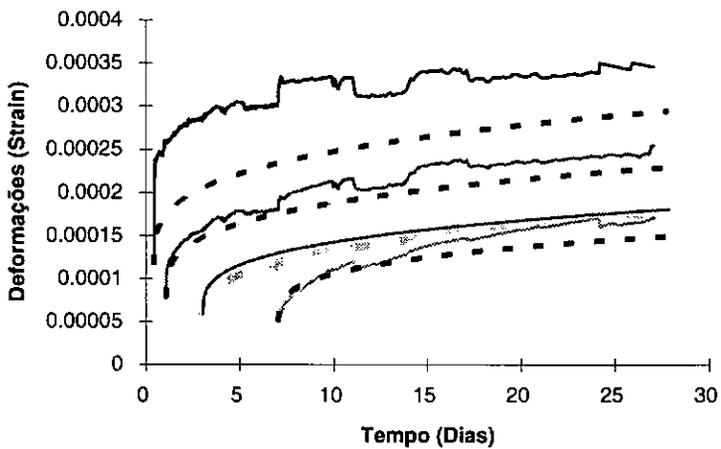
Neste item são apresentadas as curvas de fluência obtidas em laboratório, comparadas com aquelas obtidas utilizando-se a formulação apresentada pelo CEB-FIP/90 [05].

**Curva de fluência x CEB/90 - Ensaio 12**

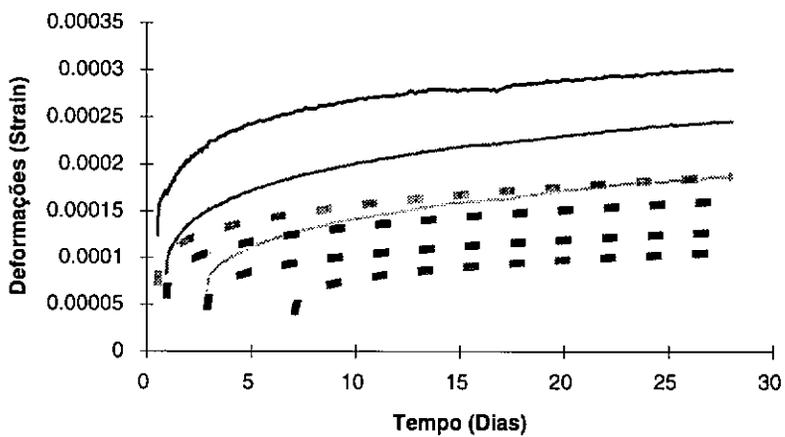


Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Curvas de fluência x CEB/90 - Ensaio 16

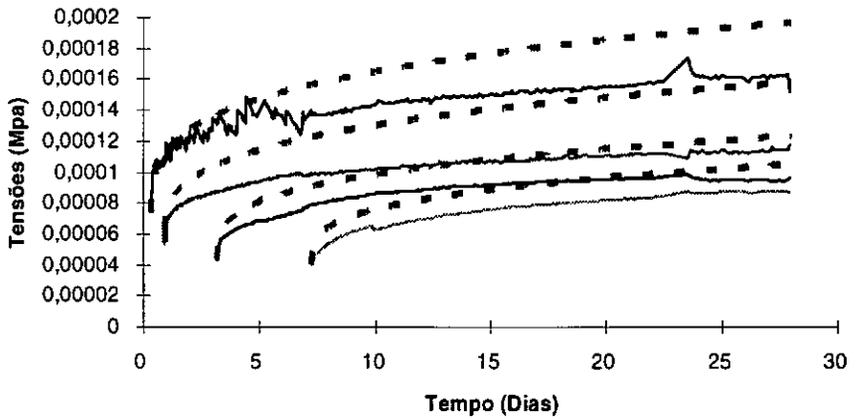


### Curvas de fluência x CEB/90 - Ensaio 20

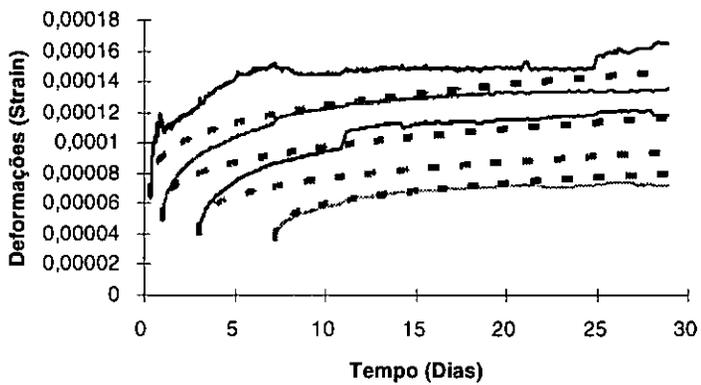


Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

Curvas de fluência x CEB/90 - Ensaio 21

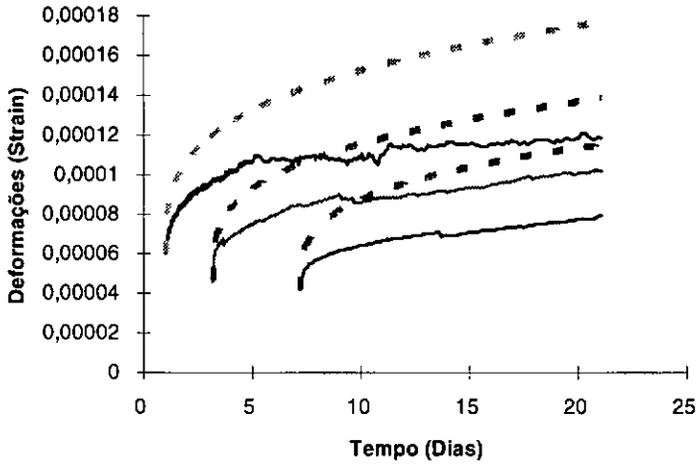


Curvas de fluência x CEB/90 - Ensaio 22

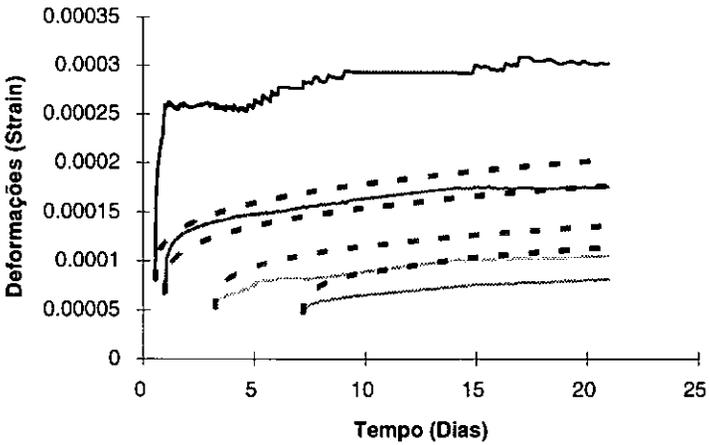


Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

**Curvas de fluência x CEB/90  
- Ensaio 26**



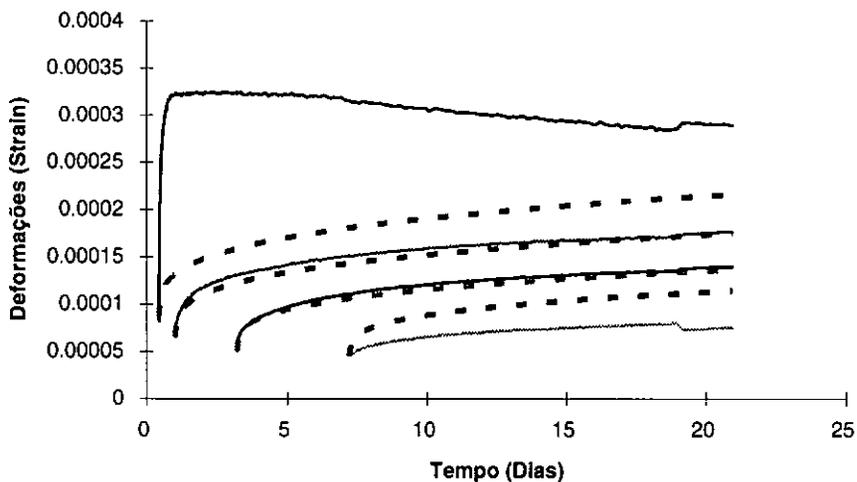
**Curvas de fluência 27 x ceb/90**



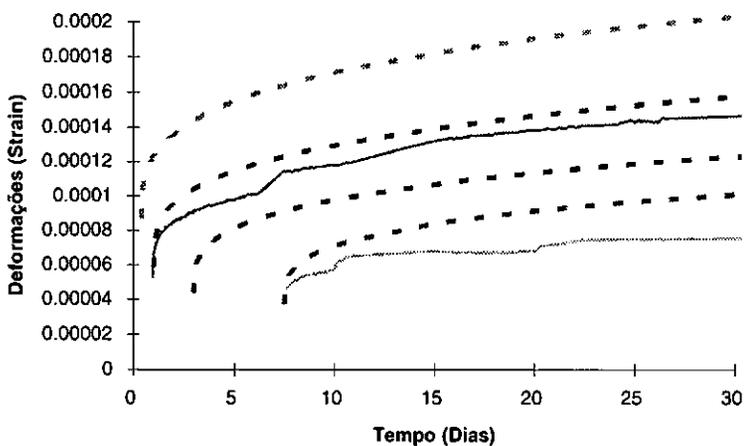
Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90

\_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Curvas de fluência x CEB/90 - Ensaio 28



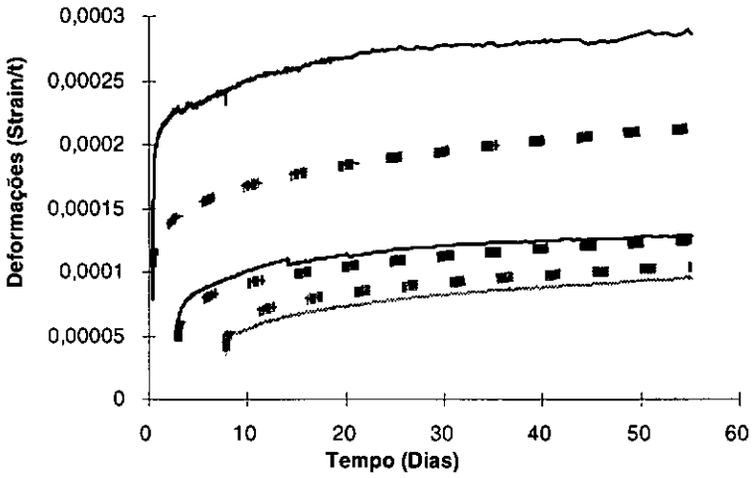
### Curvas de fluência - Ensaio 29 - CEB/90



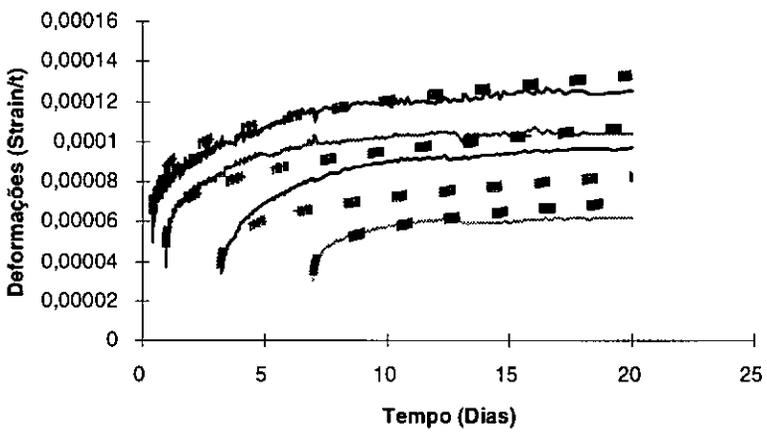
Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90

\_\_\_\_\_ Curvas experimentais

Curva de fluência x CEB/90 - Ensaio 30

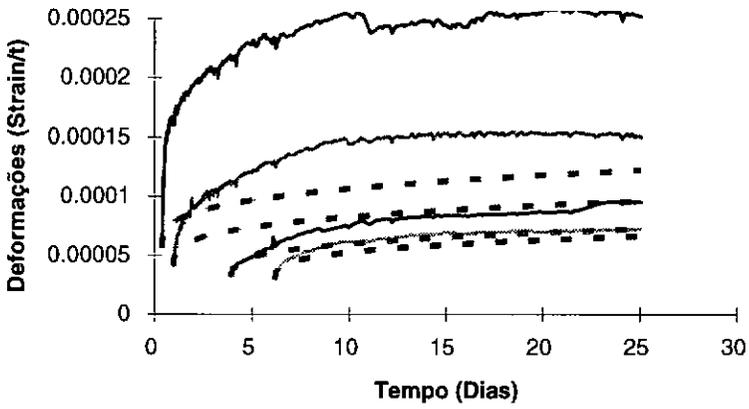


Curva de Fluencia x CEB/90 - Ensaio 31



Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Ensaio32 - Fluencia pura x CEB/90



### Funções de fluência - ensaio 33

Função do CEB/90

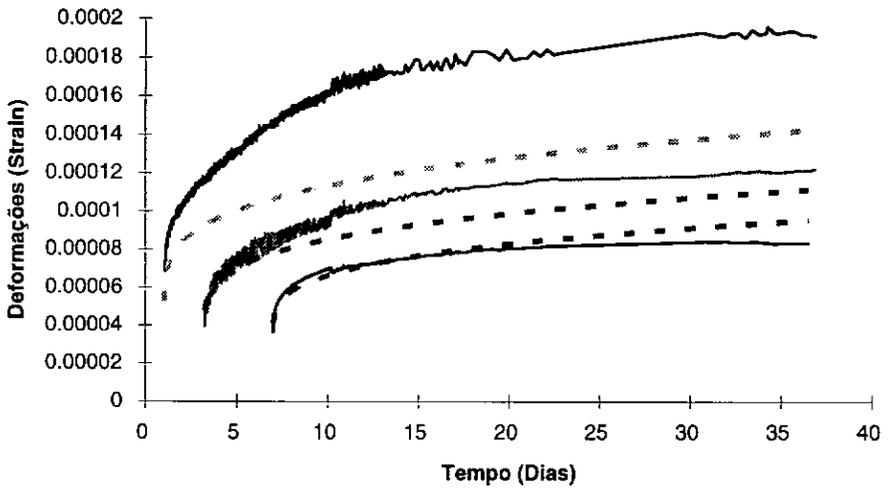


Fig.IX.3 - Curvas de fluência x curvas da função do CEB-FIP/90.

Legenda: - - - - - Curvas do CEB-90      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Conclusões preliminares:

Conforme pode ser visto pelos gráficos mostrados anteriormente, a função do CEB-FIP/90 para fluência não proporciona um bom ajuste para os valores experimentais, principalmente para as baixas idades de carregamento (concreto jovem).

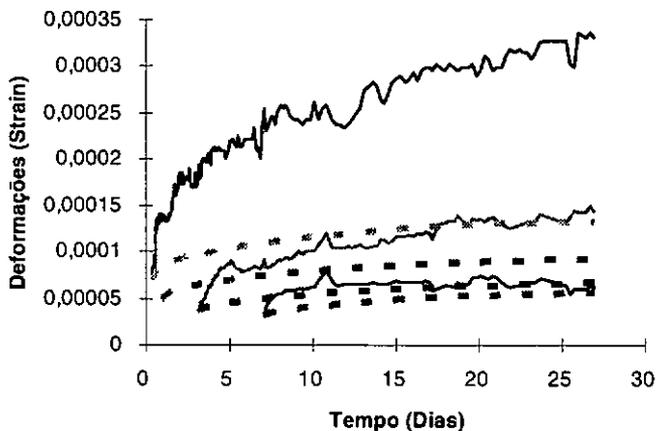
Entretanto, para idades de carregamentos maiores que 3 dias a função do CEB/90 proporciona melhores ajustes em diversas séries ensaiadas (ver notadamente os ensaios 16, 22 28 e 30).

É importante ressaltar que as funções do CEB são funções de previsão do comportamento à fluência e não funções previstas para a realização de ajustes. Além disto, não são funções desenvolvidas para concreto jovem ou para concretos com características modificadas por aditivos químicos (superplastificantes) ou minerais (microsílica). A função do CEB/90 (assim como a de Byfors-Pfefferle - ver item IX.4) se situa dentro de um quadro de conclusão geral desta tese (ver capítulo XI) de que, dado o estado atual de conhecimento da fluência do concreto jovem e da fluência dos concretos modificados com aditivos, o emprego de funções de “previsão” deve ser evitado, ou em caso extremo aplicado com elevada precaução.

#### IX.4 - Curvas de fluência - comparação com a função de Byfors:

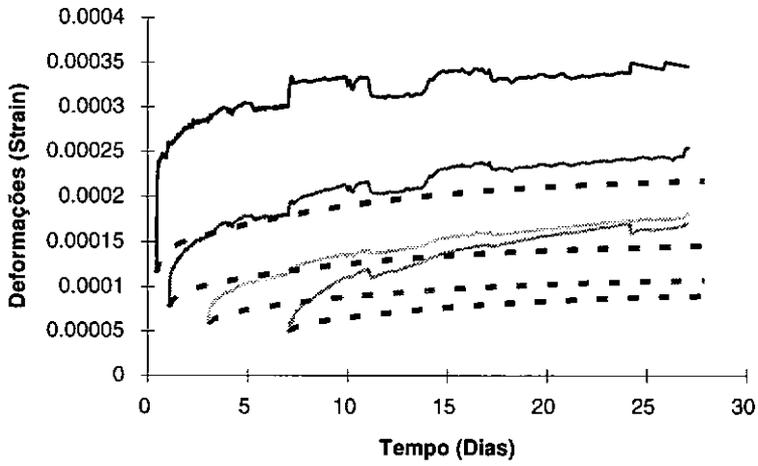
Neste item apresentaremos novamente as funções de fluência obtidas em laboratório, desta vez, entretanto, comparadas com as curvas geradas pela função de Byfors e Pfefferle utilizada pelo Swedish Handbook of Concrete [14]:

**Função de fluência x Função de Byfors - Ensaio 12**

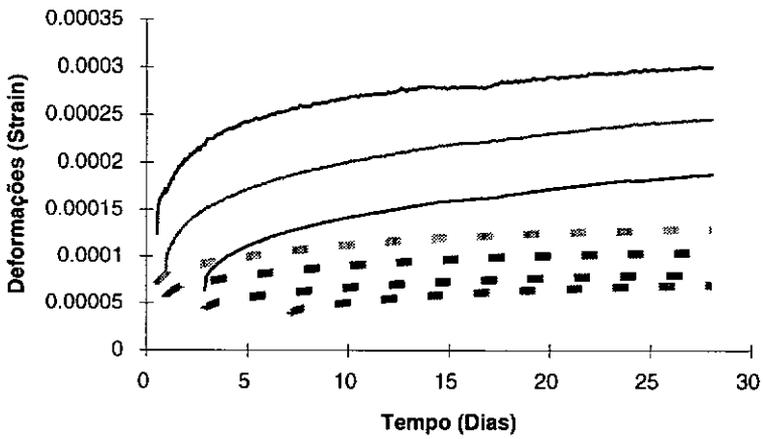


Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Curvas de fluência x Byfors - Ensaio 16

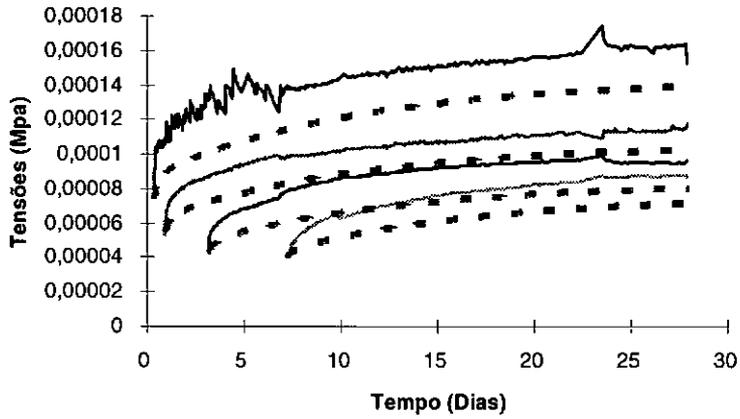


### Curvas de fluência x Byfors - Ensaio 20

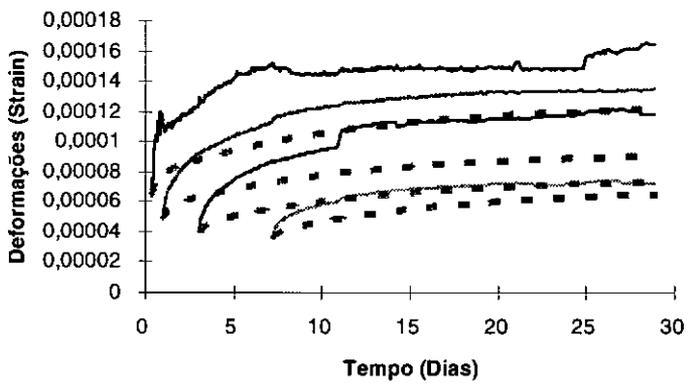


Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

Curvas de fluência x Byfors - Ensaio 21

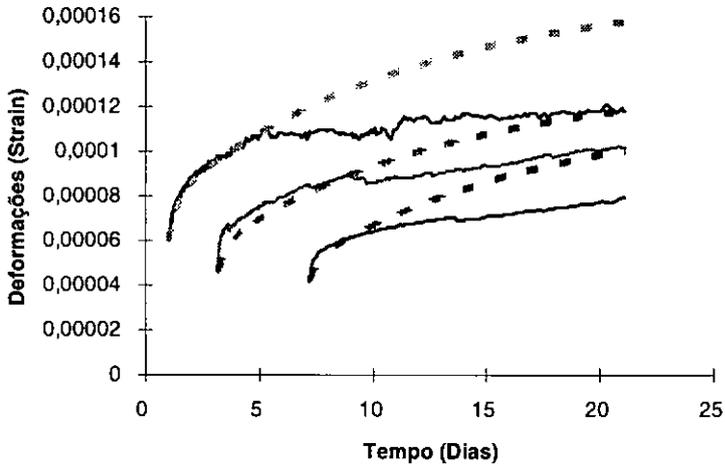


Curvas de fluência x Byfors - Ensaio 22

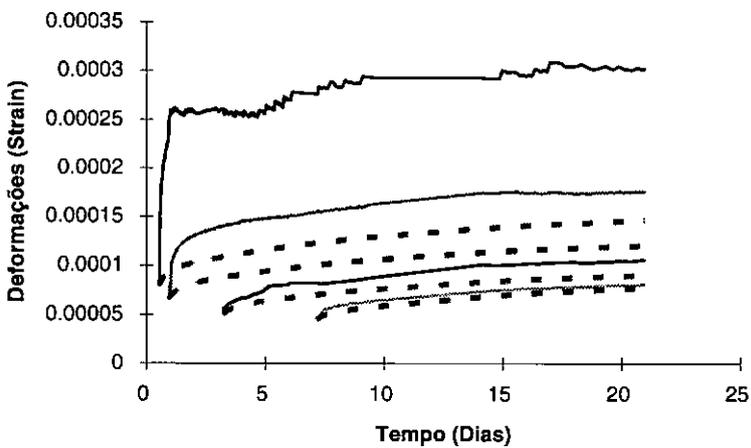


Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Curvas de fluência x Byfors - Ensaio 26

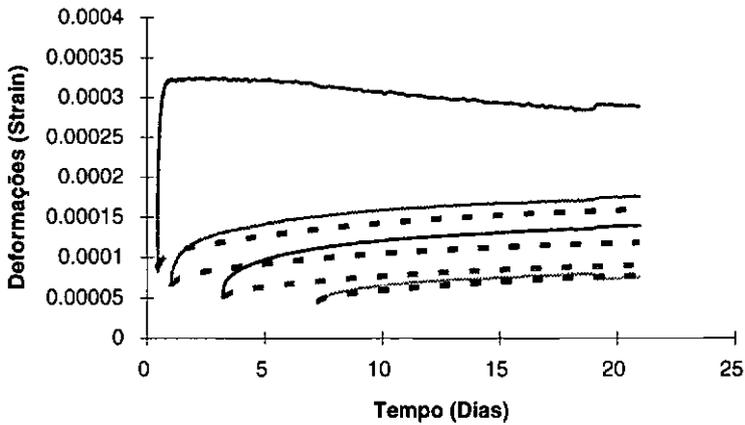


### Curvas de fluência x Byfors Ensaio 27

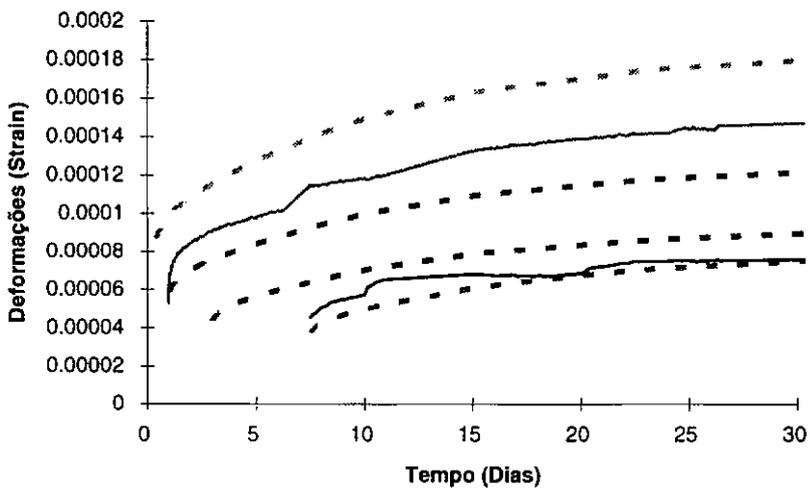


Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

Curvas de fluência x Byfors - Ensaio 28

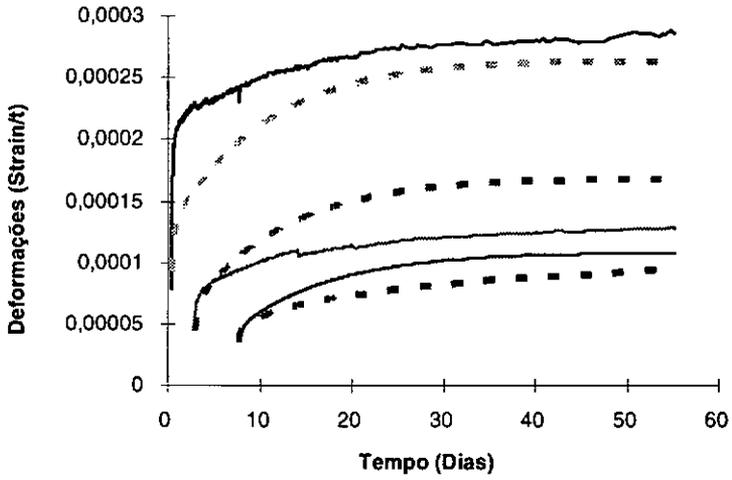


Curvas de fluencia - Ensaio 29 - Curva de Byfors

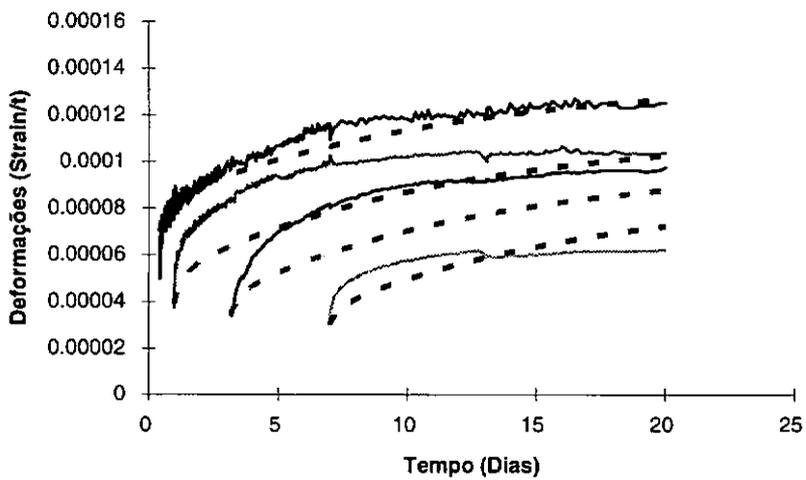


Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Curvas de Fluencia xByfors - Ensaio 30

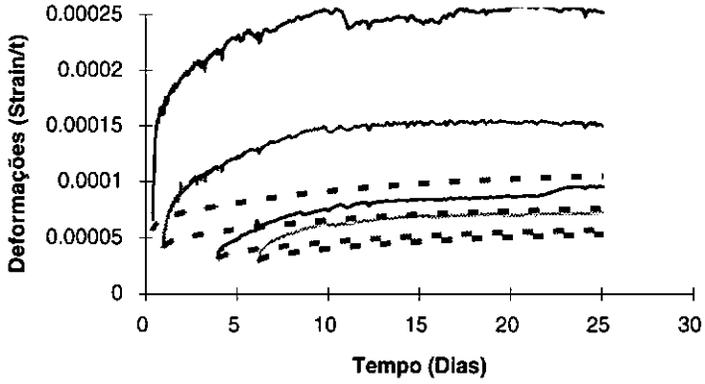


### Ensaio 31 - Fluencia pura x Byfors



Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Ensaio32 - Fluencia pura x Byfors



### Curva de fluência x Byfors - Ensaio 33

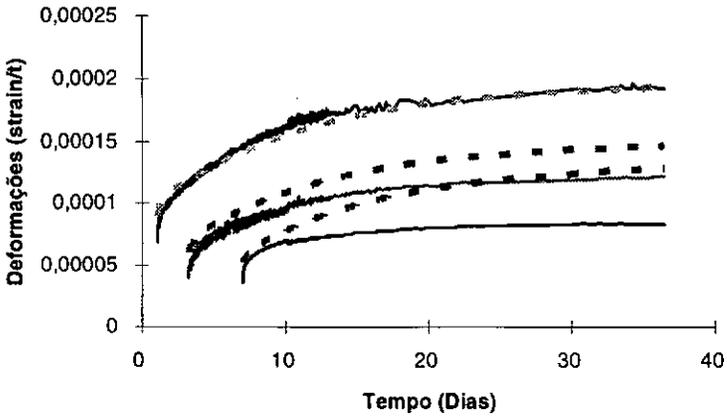


Fig.IX.4 - Curvas de fluência x curvas da função de Byfors.

Legenda: - - - - - Curvas de Byfors      \_\_\_\_\_ Curvas experimentais

### Conclusões preliminares:

As funções de Byfors-Pfefferle, que são aquelas constantes do Swedish Handbook of Concrete, são as funções que têm sido mais utilizadas para previsão e ajuste da fluência do concreto jovem.

Como podemos constatar observando as figuras anteriores, a função de Byfors-Pfefferle, assim como a função do CEB-FIP/90, não apresentam um ajuste satisfatório dos resultados experimentais do presente trabalho de pesquisa.

Visto que a função de Byfors-Pfefferle é uma função mais comumente empregada para concreto jovem, cabe aqui uma análise mais aprofundada sobre sua utilização.

Inicialmente, é importante considerar que a função de Byfors-Pfefferle corresponde a uma série de Kelvin generalizada.

Visto isto pode ser considerando que os procedimentos de ajuste das funções de fluência que serão apresentados posteriormente no item IX.5 também serão baseados em uma série de Kelvin consideramos ser importante para o texto desta tese o desenvolvimento analítico da comparação entre Kelvin e Byfors-Pfefferle que se segue.

A função de Byfors apresentada no capítulo VII desta tese, pode ser colocada na seguinte forma:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\varphi_{t'}}{E(t')} - \frac{\varphi_{t'}}{E(t')} \cdot \sum_{i=1}^4 a_i \ell^{-b_i \sqrt{t-t'}} \quad (\text{Eq.9.1})$$

Por outro lado a série de Kelvin-Dirichlet tem a forma:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_{\mu}(t')} - \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_{\mu}(t')} \cdot \ell^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} \quad (\text{Eq.9.2})$$

Se nos abstermos da diferença da raiz no expoente:  $\sqrt{t-t'}$  e  $(t-t')$ , temos que:

$$b_i = \frac{1}{\tau_{\mu}} \quad (\text{Eq.9.3})$$

reescrevemos então a equação (9.2) como:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_{\mu}(t')} - \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_{\mu}(t')} \cdot \ell^{-b(t-t')} \quad (\text{Eq.9.4})$$

tomando então a série de quatro termos, temos:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')} - \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')} \cdot \ell^{-b(t-t')} \quad (\text{Eq.9.5})$$

comparando, então, o 2º termo do lado direito da equação (9.5) com (9.1) vem:

$$\sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')} = \frac{\Phi_{t'}}{E(t')} \quad \text{donde} \quad \Phi_{t'} = E(t') \cdot \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')} \quad (\text{Eq.9.6})$$

reescrevendo então (9.5) como:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\Phi_{t'}}{E(t')} - \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')} \cdot \ell^{-b(t-t')} \quad (\text{Eq.9.7})$$

pré multiplicando o 3º termo do lado direito por:  $\left[ \frac{\Phi_{t'}}{E(t')} \cdot \frac{E(t')}{\Phi_{t'}} \right]$ :

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\Phi_{t'}}{E(t')} - \frac{\Phi_{t'}}{E(t')} \sum_{\mu=1}^4 \frac{E(t')}{\Phi_{t'}} \frac{1}{E_{\mu}(t')} \cdot \ell^{-b(t-t')} \quad (\text{Eq.9.8})$$

fazendo:

$$\frac{E(t')}{\varphi_{t'}} \cdot \frac{1}{E_{\mu}(t')} = a_i \quad (\text{Eq.9.9})$$

reescrevendo (9.8) como:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\varphi_{t'}}{E(t')} - \frac{\varphi_{t'}}{E(t')} \sum_{\mu=1}^4 a_i \cdot e^{-b_{\mu}(t-t')} \quad (\text{Eq.9.10})$$

A equação (9.10) é idêntica à equação (9.1) a menos da raiz no expoente dentro do somatório.

Desenvolvendo a equação (9.9) substituiremos  $\varphi_{t'}$  por (9.6) vem:

$$a_i = \frac{1}{\left[ \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')} \right] \cdot E_{\mu}(t')} \quad (\text{Eq.9.11})$$

Se chamamos:

$$E_q = \frac{1}{\sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_{\mu}(t')}} \quad (\text{Eq.9.12})$$

podemos reescrever (9.11) como:

$$a_i = \frac{E_q}{E_{\mu}(t')} \quad (\text{Eq.9.13})$$

Finalmente, ao considerar  $\underline{a_i}$  como uma constante, a equação considera que, não importa qual seja o tempo de aplicação do carregamento, a relação entre um  $E_\mu$  individual e o somatório dos  $E_\mu$  individuais não muda conforme indicado pela fórmula (9.11).

Então, a idade da carga influencia a função somente através de  $\varphi_{t'}$ , ou seja, (ver a fórmula (9.6)), através da relação entre  $E(t')$  e o somatório dos  $E_\mu(t')$  individuais:

$$\varphi_{t'} = E(t') \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{E_\mu(t')} \quad (\text{Eq.9.6 bis})$$

Este valor de  $\varphi_{t'}$  também pode ser dado (segundo Byfors) por:

$$\varphi_{t'} = \left[ \frac{\frac{f_{cc}(t')}{f_{cc}(28d)} + a}{1 + a} \right]^{-2/3} \quad \text{tomando-se } a=0,17 \text{ para os concretos}$$

testados por Byfors.

Após esta análise podemos notar então que, conforme foi visto anteriormente a função de Byfors-Pfefferle assume que o valor de  $\mathbf{a}_i$  é constante em  $t'$ . Sendo assim, uma verificação a ser feita para os ensaios realizados é se este valor de  $\mathbf{a}_i$  é constante (ou pelo menos aproximadamente constante). Para tal apresentamos a tabela IX.1 a seguir onde são apresentados os valores de  $\mathbf{a}_i$  calculados conforme a equação 9.13 acima, para os diversos ensaios realizados.

ensaio	a1	a2	a3	a4
12	7,397E-10	7,2272E-10	1,9539E-09	4,4747E-09
	5,8688E-12	3,3077E-11	9,7917E-13	2,7968E-10
	6,0062E-11	1,1237E-10	1,5127E-10	-6,8902E-10
16	1,2998E-10	8,4554E-13	1,3337E-10	-2,2526E-10
	7,5147E-10	2,1279E-10	1,9033E-09	-3,9346E-10
	1,0928E-10	3,6077E-11	4,114E-10	1,9215E-10
	7,4511E-11	1,6105E-10	5,5337E-10	2,9031E-10
20	1,2286E-09	2,4989E-09	4,9006E-09	-1,0474E-09
	2,1541E-10	3,5006E-10	9,2548E-10	9,3664E-10
	9,7307E-11	1,5774E-10	4,5718E-10	9,2386E-10
21	1,8053E-10	1,2636E-10	1,5351E-10	5,7078E-10
	3,7069E-11	2,1349E-11	6,6438E-11	6,38E-12
	4,0656E-11	1,0462E-11	1,8589E-10	-3,3006E-10
	1,1184E-11	3,1164E-11	8,1747E-11	3,7198E-11
22	4,2528E-10	2,4687E-10	6,5512E-10	-9,0723E-10
	8,2515E-11	1,5932E-10	6,1493E-10	-8,4291E-10
	5,891E-11	2,9771E-11	4,2603E-10	-5,9254E-10
	1,8873E-11	5,9019E-12	1,668E-10	-6,0335E-10
26	6,81E-11	1,8046E-10	2,3277E-10	-1,9748E-10
	6,9928E-11	6,1589E-11	8,352E-11	3,6554E-10
	1,8503E-11	2,2393E-11	8,0806E-12	2,2965E-10
	2,8868E-10	1,9894E-10	7,817E-10	-1,8753E-10
	1,3241E-10	8,4888E-11	4,0608E-10	-4,0622E-10
	1,1608E-10	7,4714E-11	3,8736E-10	-5,7278E-10
27	1,1793E-09	9,29E-11	1,7371E-10	1,5029E-09
	-5,668E-09	-1,9613E-09	-6,7012E-09	1,1024E-09
	2,0966E-11	4,8374E-11	1,1402E-10	1,7495E-10
	2,653E-11	1,7143E-11	1,2817E-10	-1,6025E-10
28	-1,0455E-09	-1,0099E-09	-2,2524E-09	3,1661E-10
	2,5597E-10	2,8254E-10	7,9225E-10	-3,6143E-10
	7,239E-12	8,3247E-12	1,7526E-10	-6,8866E-10
29	3,4659E-12	3,4151E-11	-4,5775E-11	1,9602E-10
	2,0515E-11	1,1447E-11	1,4516E-10	1,7248E-10
	1,2093E-12	-6,8238E-12	-2,9146E-11	-1,5751E-11
30	1,0229E-09	1,7475E-10	3,1264E-10	1,2453E-09
	4,6147E-11	2,7498E-11	1,2689E-10	2,1417E-11
	2,6629E-11	1,3926E-11	7,1527E-11	1,2162E-10
31	4,1395E-11	4,3881E-11	4,4569E-10	-1,1028E-09
	1,9035E-10	1,1408E-10	7,2973E-10	-2,3E-09
	1,6927E-11	1,0066E-10	2,6726E-10	-6,8129E-10
	5,02E-11	7,1914E-11	8,6202E-11	-2,6254E-10
32	1,9426E-09	8,848E-10	3,2666E-09	-6,7011E-09
	2,5885E-10	2,4642E-10	1,5733E-09	-3,5027E-09
	1,5024E-12	1,6968E-12	4,4652E-11	-1,6796E-11
	3,977E-11	7,1305E-11	2,0124E-10	-4,3859E-10
33	1,1034E-10	4,1932E-11	6,8031E-10	-4,535E-10
	9,5949E-11	7,1213E-11	4,6046E-10	-2,4267E-10
	1,2456E-10	1,1997E-10	2,3054E-10	-1,1825E-10

Tab.IX.1 - Valores dos coeficientes  $a_i$

Ora, como podemos observar na tabela IX.1 os valores de  $a_i$  apresentam uma variação que não permitiria simplificá-los a valores constantes para concretos com idades variáveis e com dosagens muito variadas. Este motivo, em princípio, é suficiente para não permitir o ajuste dos resultados experimentais da presente pesquisa através da função de Byfors-Pfefferle, como pode ser observado pelas curvas anteriores.

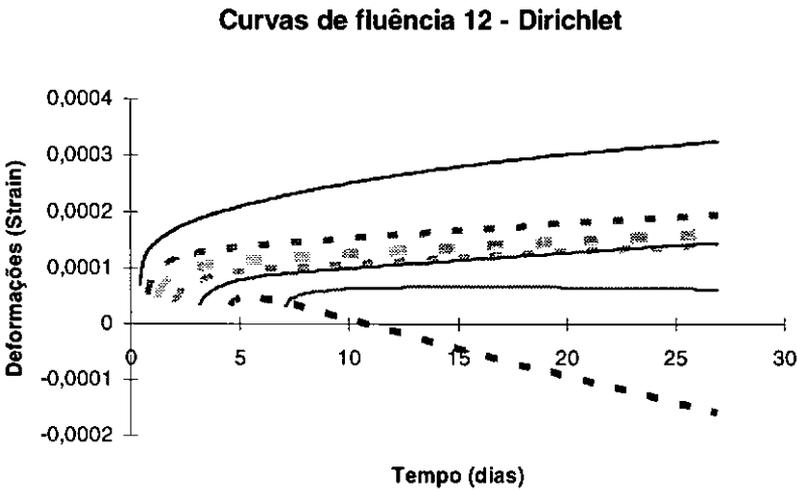
Ainda como uma conclusão preliminar sobre a aplicação da função de Byfors-Pfefferle, podemos considerar que, após diversos tipos de ajustes via série de Kelvin (que serão apresentados no próximo item deste capítulo) é sentimento do autor que os parâmetros que determinam uma série de Kelvin ( $E_\mu$  e  $\tau_\mu$ , ou  $a_i$  e  $b_i$  como apresentados por Byfors e Pfefferle) não devem ser utilizados como previsores do comportamento fluência do concreto jovem e de concretos aditivados. Estes parâmetros são principalmente coeficientes matemáticos e não devem, no estado atual de dados disponíveis, serem associados a quaisquer fenômenos de evolução da reação de hidratação do concreto, isto é, a parâmetros que correspondam à previsão do comportamento.

Sendo assim, os parâmetros  $a_i$  e  $b_i$  propostos na bibliografia especializada [14] para aplicação da fórmula de Byfors e Pfefferle devem corresponder a séries de ensaios realizados em determinadas condições, mas que não corresponderiam a traços genéricos de concretos. Ainda nos referindo aos ajustes por séries de Kelvin que serão apresentados posteriormente nesta tese, podemos constatar a enorme sensibilidade destes parâmetros a pequenas variações físicas dos concretos ensaiados e também das características dos ensaios.

### IX.5 - Curvas de fluência - obtidas pela função de Dirichlet:

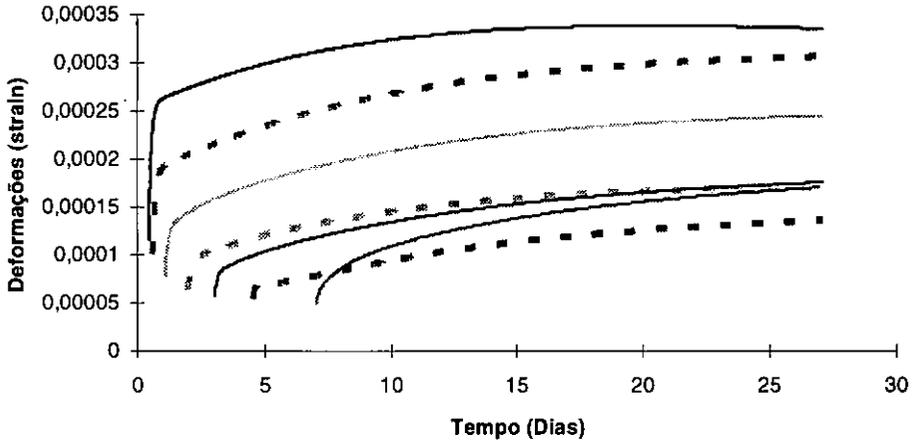
Nesta etapa apresentaremos as curvas de fluência geradas pela função de Dirichlet, aplicada ao modelo da cadeia de Kelvin, para as idades de carregamento  $t'$  ensaiadas, bem como apresentaremos as curvas de interfaceamento que demonstram a facilidade de geração de curvas intermediárias para quaisquer idades de aplicação de carregamento.

Nesta comparação não serão apresentadas as curvas experimentais, uma vez que, conforme demonstrado nas conclusões preliminares apresentadas no final deste capítulo, em todos os concretos ensaiados e nas idades consideradas o ajuste das funções de Dirichlet com as curvas experimentais pode ser considerado 100% coincidente, não sendo necessária a repetição das curvas.

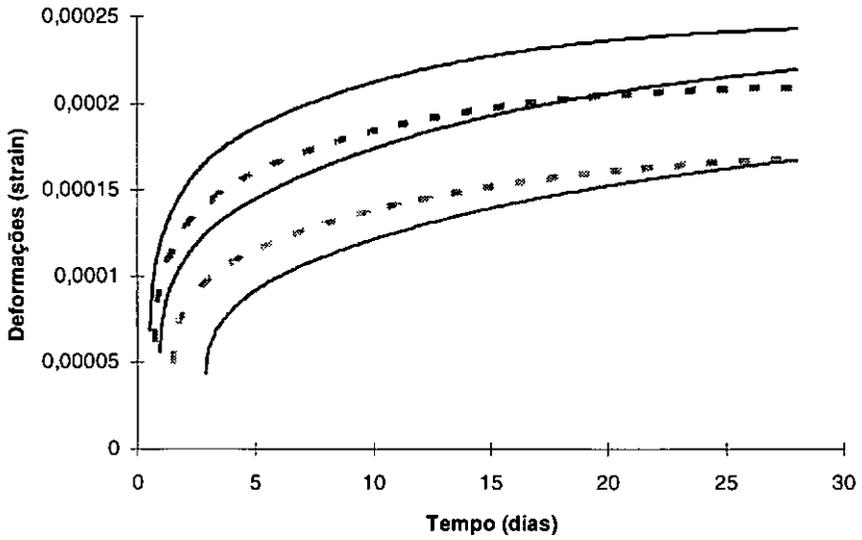


Legenda: - - - - - Curvas de Dirichlet      \_\_\_\_\_ Curvas de interface (Dirichlet)

Curva de fluencia 16 - Dirichlet

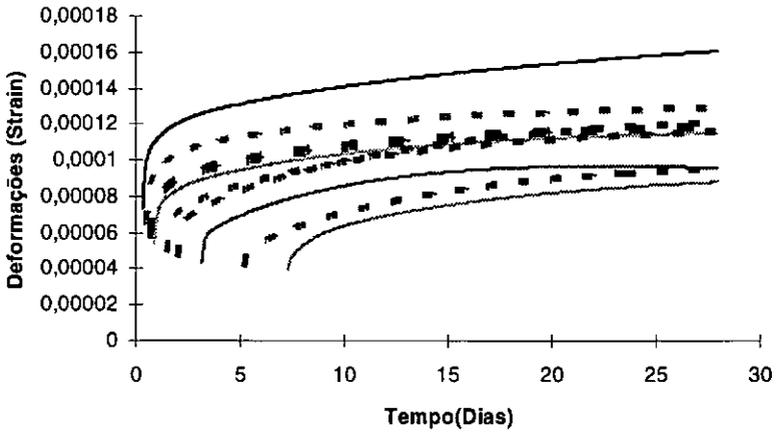


Curva de fluencia 20 - Dirichlet

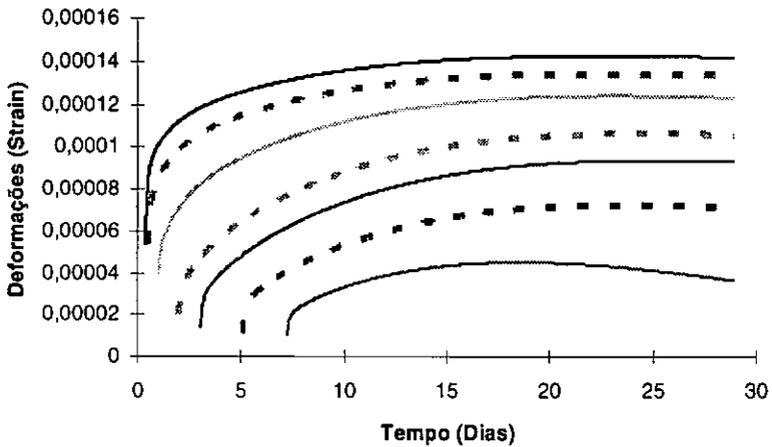


Legenda: - - - - - Curvas de Dirichlet      \_\_\_\_\_ Curvas de interface (Dirichlet)

Curvas de fluencia 21 - Dirichlet

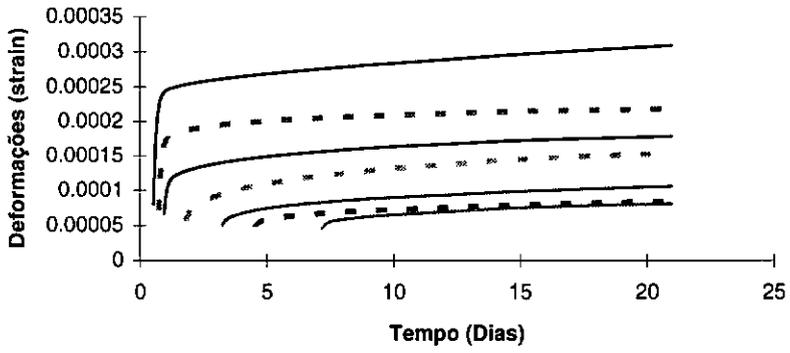


Curvas de fluencia - Ensaio 22

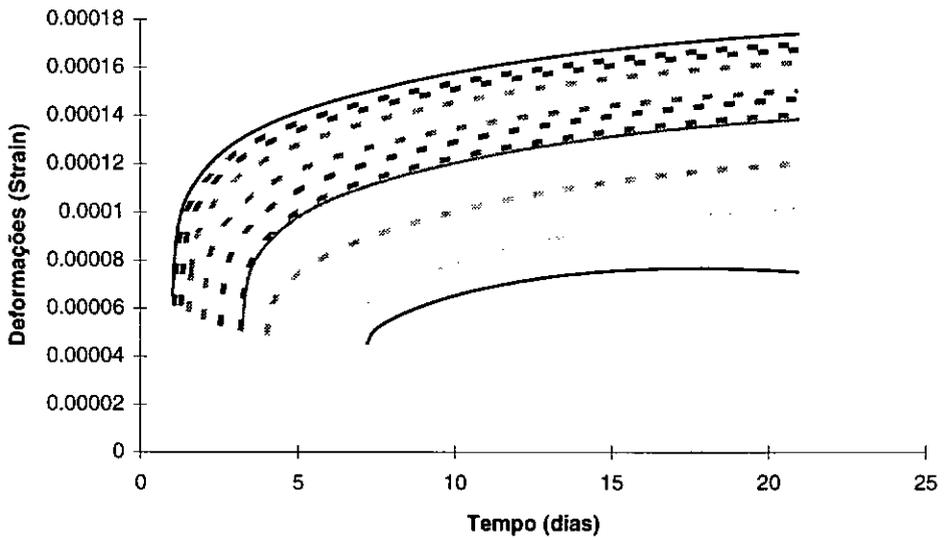


Legenda: - - - - - Curvas de Dirichlet      \_\_\_\_\_ Curvas de interface (Dirichlet)

Curvas de fluência 27 - Dirichlet

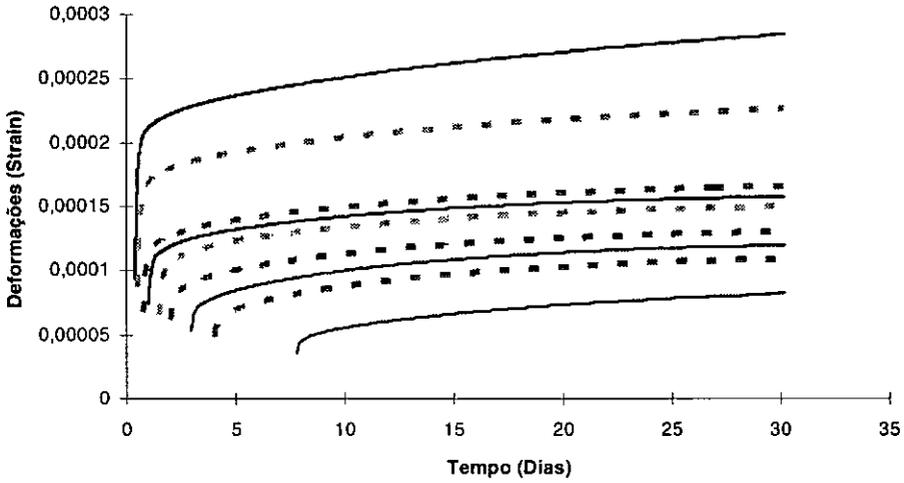


Curvas de fluência - 28 - Dirichlet

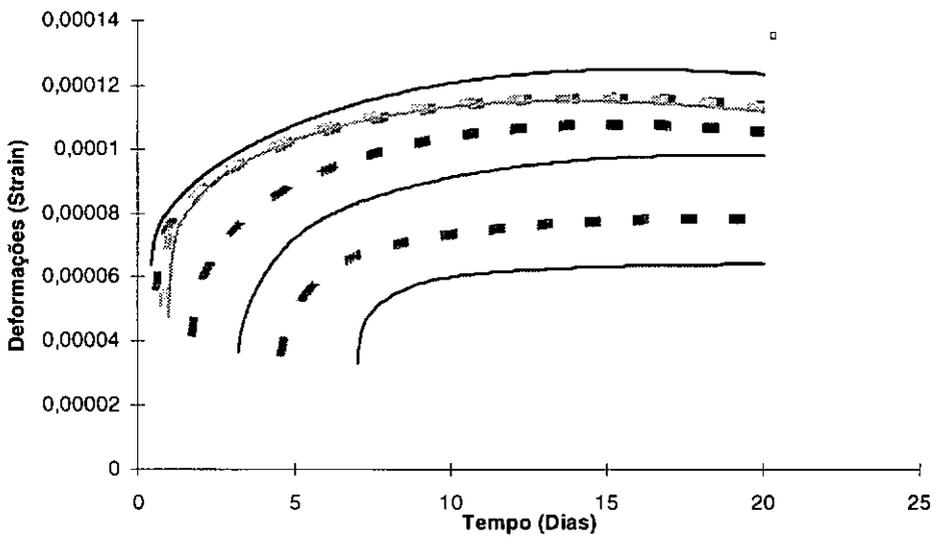


Legenda: - - - - - Curvas de Dirichlet      \_\_\_\_\_ Curvas de interface (Dirichlet)

Curvas de fluência 30 - Dirichlet

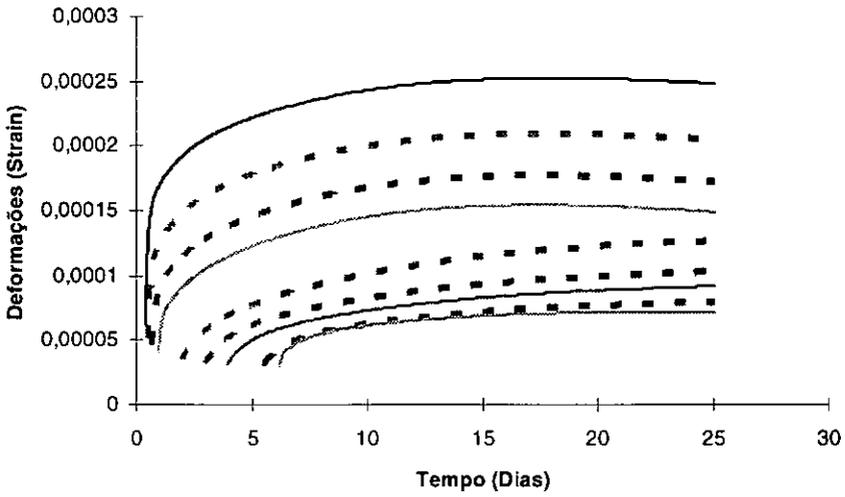


Curvas de fluência 31 - Dirichlet



Legenda: - - - - - Curvas de Dirichlet      \_\_\_\_\_ Curvas de interface (Dirichlet)

### Curvas de fluência 32 - Dirichlet



### Curvas de fluência 33

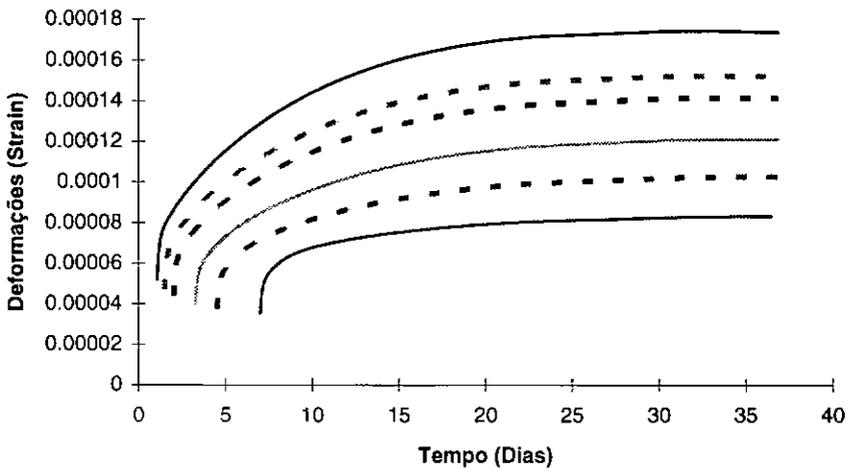


Fig.IX.5 - Curvas de fluência com interfaceamentos geradas pelo modelo de Kelvin.

Legenda: - - - - - Curvas de Dirichlet      \_\_\_\_\_ Curvas de interface (Dirichlet)

### Conclusões preliminares:

Inicialmente, lembramos que o ajuste por Kelvin, conforme demonstrado no capítulo VIII deste trabalho, compreende duas etapas:

- 1- Um primeiro ajuste que calcula os valores de  $E_{\mu}(t')$  para as idades  $t'$  em que foram realizados os ensaios (idades em que foram aplicados os carregamentos);
- 2- Um segundo ajuste onde são determinadas funções que são capazes de calcular os valores dos  $E_{\mu}(t')$  para qualquer  $t'$  dado (em um determinado intervalo de tempo).

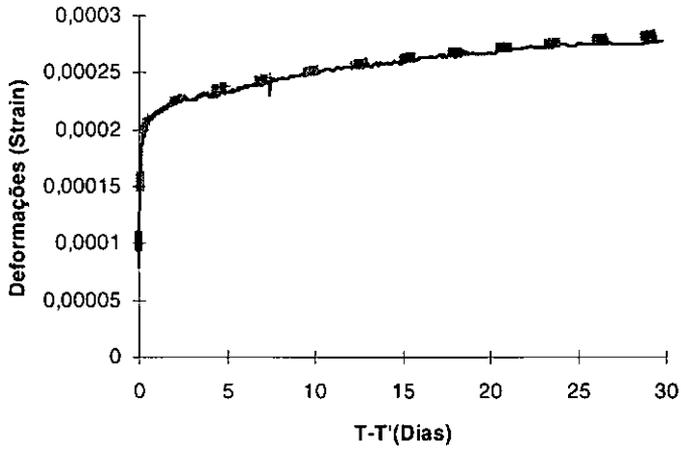
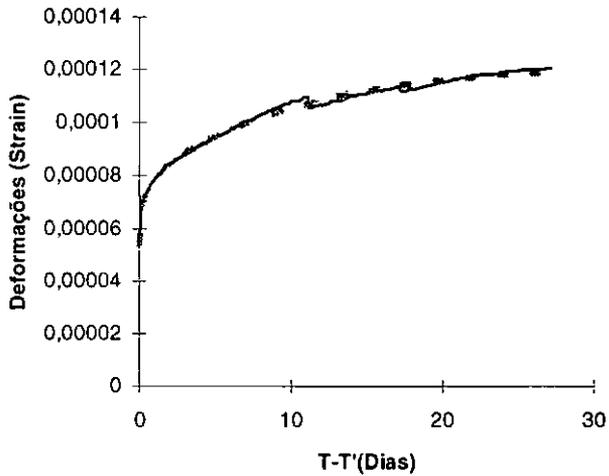
O primeiro ajuste determina então uma função  $J(t, t')$  para as idades de carregamento  $t'$  ensaiadas da forma:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{E_{\mu}(t')} \cdot \left( 1 - \ell^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} \right) \quad (\text{Eq.IX.1})$$

De maneira geral, utilizamos  $n=4$  ;  $\tau_1 = 0,1$ ;  $\tau_2 = 1$ ;  $\tau_3 = 10$ ; e  $\tau_4 = 100$  devido a observações da prática que demonstram que a cadeia de 4 elementos é suficiente para atender a uma precisão adequada. Para as idades  $t'$  dos ensaios realizados, o valor de  $E(t')$ , dado pela função do CEB-90 (ver capítulo II), coincidentemente é o mesmo obtido experimentalmente nos ensaios de fluência, ou seja, o valor de  $J(t, t')$ .

Como primeira conclusão, devemos observar que, para as idades  $t'$  em que os ensaios foram realizados, as funções  $J(t, t')$  calculadas segundo a equação IX.1 com os valores de  $E_{\mu}(t')$  calculados pelo programa ESPECKEL coincidem matematicamente com os valores obtidos dos ensaios. Cabe ressaltar que os valores são de tal forma coincidentes que não aparece diferença visível nos gráficos comparativos que mostraremos a seguir.

Este fato demonstra a capacidade de uma série de Kelvin, mesmo com um número limitado de termos de aproximar numericamente o fenômeno da fluência, mesmo para concretos jovens e de diversas dosagens como toda a variedade ensaiada neste trabalho de pesquisa. O ajuste alcançado é de tão alta qualidade que optamos por mostrar apenas algumas curvas para ilustrar:

Curva de fluência - 30 -  $t' = 0,39$  diasCurva de fluência - Ensaio 30 -  $t' = 2,95$  dias

Legenda: \_\_\_\_\_ - Curva experimental      ----- Curva de Dirichlet

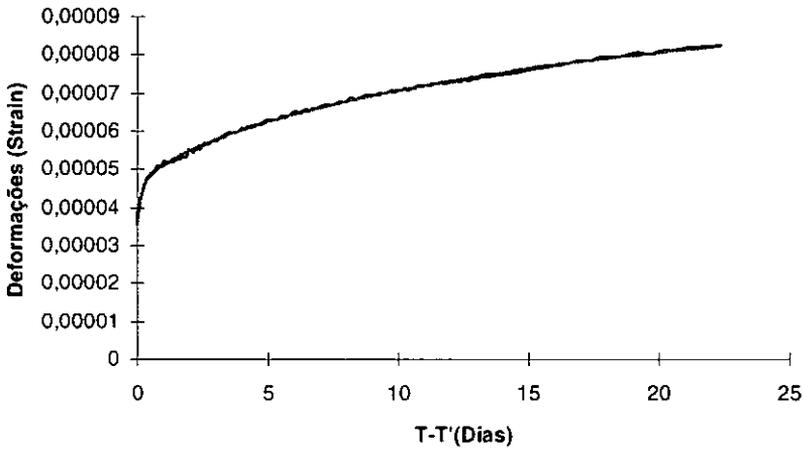
Curva de fluência - Ensaio 30 -  $t' = 7,77$  dias

Fig.IX.6 - Ajuste das curvas de Dirichlet

O segundo ajuste, onde são determinados os valores de  $E_{\mu}(t')$  para qualquer  $t'$  merece algumas considerações. Algumas séries de ensaios foram realizadas para 3 idades de carregamentos e outras para 4 idades de carregamentos. Neste momento é importante lembrar que a diferença entre o número de idades de carregamento se deve ao fato de que em alguns ensaios ou tivemos a perda do corpo de prova carregado a pequenas idades por sua ruína inesperada, ou problemas no sistema de aquisição de dados.

Se fixarmos um dado valor de  $\mu$ , foram então realizados os ajustes  $E_{\mu}(t'_1)$ ,  $E_{\mu}(t'_2)$ ,  $E_{\mu}(t'_3)$ , e eventualmente  $E_{\mu}(t'_4)$ , de tal forma que uma função de ajuste será:  $E_{\mu}(t') = f_{\mu}(t')$ .

Além dos valores de  $E_{\mu}(t'_1)$ , também é parâmetro da série o valor de  $E(t')$ , neste caso aproximado por uma função  $E(t') = f(t')$ .

Dois tipos básicos de funções foram utilizados para ajustar  $f_{\mu}(t')$ :

$$f_{\mu}(t') = c_{1\mu} + c_{2\mu} \log(1+t') + c_{3\mu} \log^2(1+t') + c_{4\mu} \log^3(1+t') \quad (\text{Eq.IX.2})$$

$f_{\mu}(t') =$  conjunto de retas que ligam os valores de  $E_{\mu}(t')$ , ou seja:

$$f_{\mu 1}(t') = a_{1\mu} t' + b_{1\mu} \text{ para } t_1' < t' < t_2' \quad (\text{Eq.IX.3})$$

$$f_{\mu 2}(t') = a_{2\mu} t' + b_{2\mu} \text{ para } t_2' < t' < t_3' \quad \text{etc.}$$

A função de fluência fica então dada por:

$$J(t, t') = \frac{1}{f(t')} + \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{f_{\mu}(t')} \cdot \left( 1 - \ell^{\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} \right) \quad (\text{Eq.IX.4})$$

Algumas conclusões preliminares podem ser enumeradas a partir dos ajustes realizados:

1) Visto a boa correlação obtida para  $E(t')$  pela formulação apresentada pelo CEB[05] e em VII.2 nesta tese (veja gráficos IX.2) decidimos utilizar esta função para  $f(t')$ .

Desta forma, o valor de  $E(t')$  não é dado por um ajuste numérico, mas por uma fórmula que pode prever a variação do módulo de elasticidade mesmo para as poucas idades em função do seu valor a 28 dias.

2) A determinação de  $f_{\mu}(t')$  por uma função logarítmica como a da equação IX.2, pode apresentar bons resultados como ocorreu na maioria dos ensaios 20, 21, 22, 27, 30, 31 e 33.

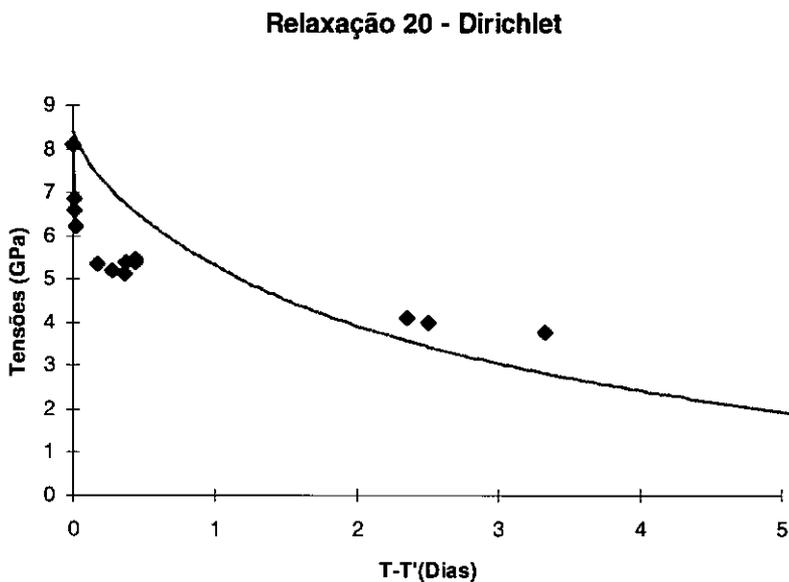
3) A determinação de  $f_{\mu}(t')$  através de uma série de retas conforme as equações IX.3 apresenta também bons resultados como conforme pode ser verificado nos ensaios 20, 28 e 32.

4) Algumas séries de ensaios não apresentaram curvas intermediárias bem definidas pelas séries de Kelvin. Notadamente nos referenciamos a parte dos ensaios 12, 16 e 20 além do ensaio 26 como um todo que não foi sequer aqui apresentado. Entretanto, é importante notar que as curvas obtidas nos ensaios não se apresentam com uma forma coerente à evolução do fenômeno da fluência, indicando nitidamente problemas experimentais.

Finalmente, como conclusão da aproximação pela cadeia de Kelvin, é sentimento do autor, que, apesar de apresentar alguns problemas de interfaceamento para alguns ensaios, este seria o melhor método para se obter um ajuste numérico das funções de fluência, conforme ficou patente nas figuras mostradas anteriormente.

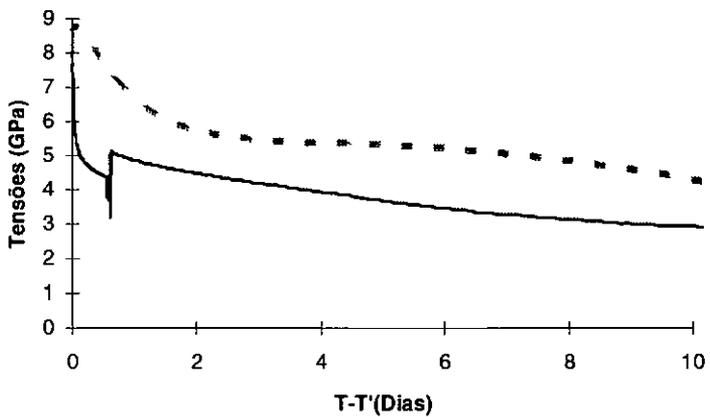
### IX.6 - Curvas de relaxação - obtidas pela função de Dirichlet:

Nesta etapa apresentaremos as curvas de relaxação geradas pela função de Dirichlet, aplicada ao modelo da cadeia de Maxwell, para as idades de carregamento  $t'$  ensaiadas, através da inversão de uma família de funções de fluência geradas pelas equações e metodologia apresentadas no item anterior. As curvas de relaxação são apresentadas apenas dentro do intervalo para o qual foram ensaiados corpos de prova a fluência, pois, para cada ponto da curva de relaxação gerada necessitamos de uma curva de fluência com carregamento aplicado naquela idade e o interfaceamento sugerido no item anterior não prevê extrapolações.

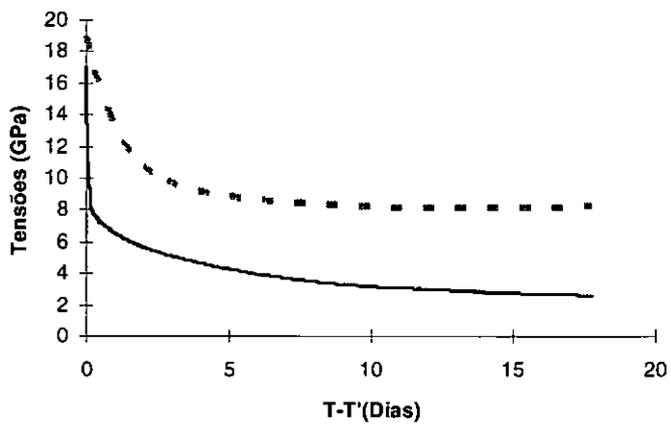


Legenda: \_\_\_\_\_ - Curva de Maxwell      - - - - - Dados experimentais

### Relaxação 21 - Dirichlet

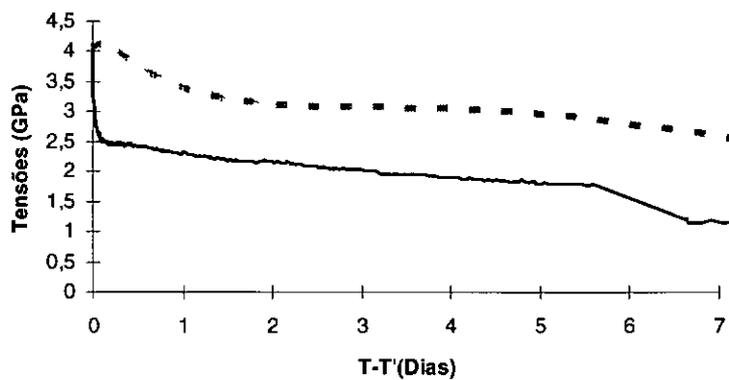


### Relaxação 22 - Dirichlet

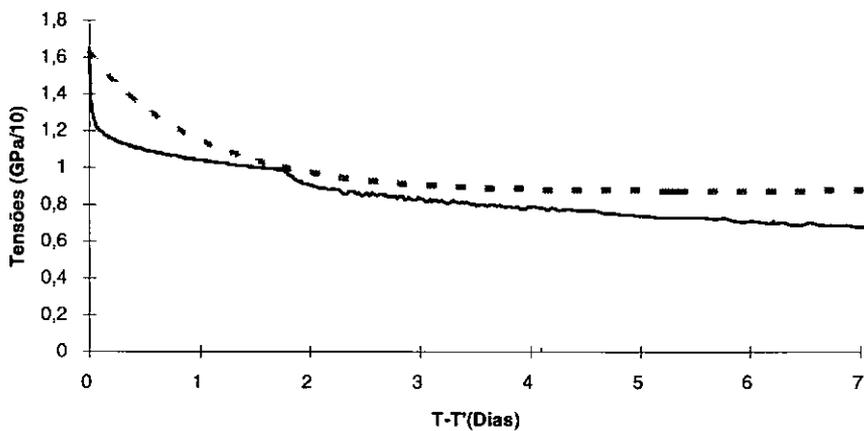


Legenda: \_\_\_\_\_ - Curva experimental      - - - - - Curva de Maxwell

## Relaxação 27 - Dirichlet

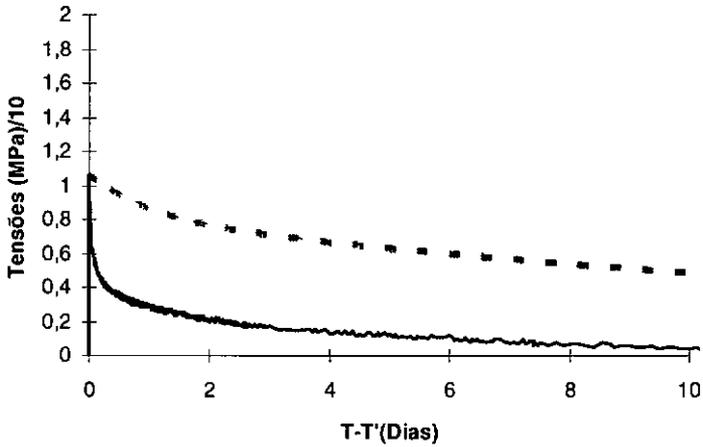


## Relaxação 28 - Dirichlet

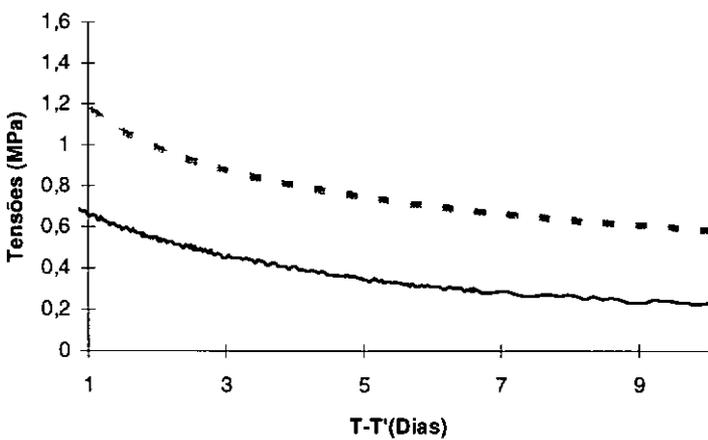


Legenda: \_\_\_\_\_ - Curva experimental      - - - - - Curva de Maxwell

## Relaxação 30 - Dirichlet

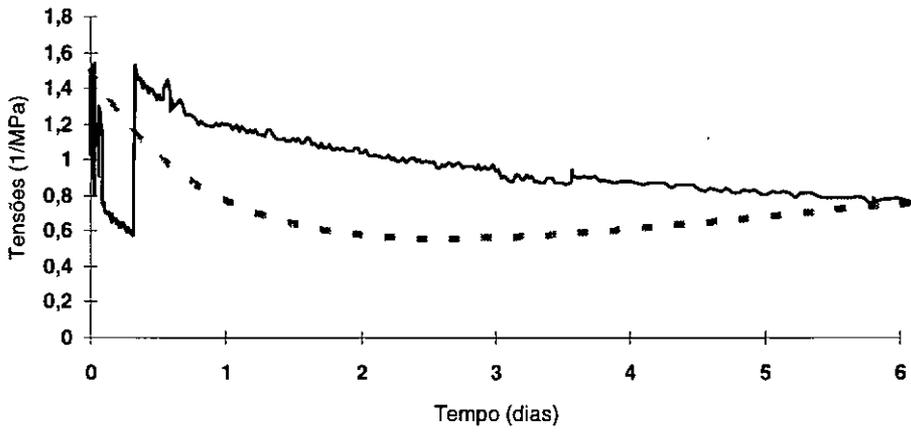


## Relaxação 31 - Dirichlet



Legenda: \_\_\_\_\_ - Curva experimental      - - - - - Curva de Maxwell

## Relaxação 32 - Dirichlet



## Relaxação 33 - Dirichlet

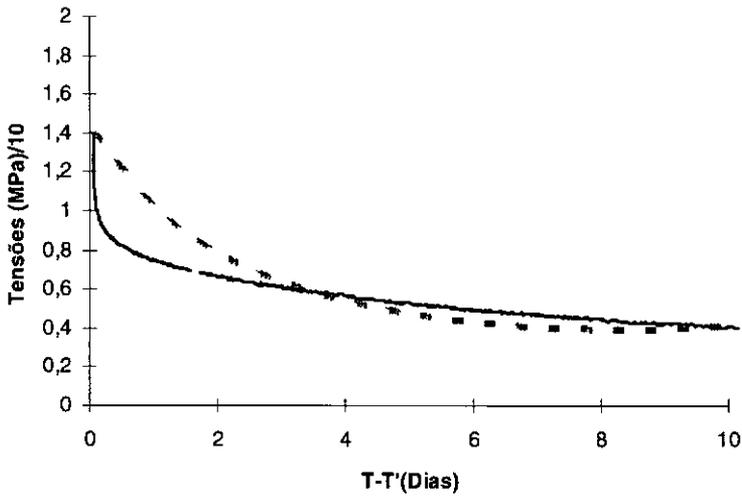


Fig.IX.7 - Curvas de relaxação - Cadeia de Maxwell

Legenda: \_\_\_\_\_ - Curva experimental      - - - - - Curva de Maxwell

### Conclusões preliminares:

Algumas conclusões podem ser tiradas da correlação entre as funções de relaxação obtidas através da “inversão” numérica das funções de fluência e daquelas obtidas experimentalmente.

1) As funções de relaxação obtidas para idades de carregamento da ordem de 10 horas, têm uma tendência a ter uma velocidade de relaxação mais rápida do que aquelas obtidas por inversão numérica. Nos casos onde a idade de carregamento é maior (cerca de um dia, como o ensaio 33 por exemplo), a proximidade das curvas é maior, ou seja, mais preciso é a metodologia utilizada.

2) Este fato pode indicar dois problemas:

a) O procedimento de inversão numérica é baseado sobre o princípio da superposição, que pode não ser válido no domínio das poucas idades (idades de aplicação de carregamentos), o que introduziria erros na relação entre fluência e relaxação via formulação integral;

b) O procedimento experimental de realização dos ensaios de relaxação com as máquinas atualmente existentes no Laboratório de Reologia do Laboratório de Estruturas não implicaria numa relação inversa entre os fenômenos de fluência e relaxação, visto que a velocidade de aplicação da carga não é a mesma para os dois ensaios. Este fenômeno é mais sensível nas baixas idades visto que a relaxação e a fluência se processam com mais rapidez neste período devido aos valores dos módulos de elasticidade serem mais baixos.

3) Outro problema que se pode observar é a diferença entre os valores de partida da curva experimental e daquela obtida por metodologia numérica. Esta diferença não deveria existir, ou ser considerável, uma vez que o valor inicial das curvas de fluência consideradas correspondem aos inversos dos valores dos módulos de elasticidade nas idades de aplicação do carregamento. Este fenômeno certamente é ocasionado pela variação da velocidade de aplicação de carregamento dos dois ensaios. Deve-se atentar para o fato de que ao se iniciar o processo do ensaio de relaxação existe uma demora para se ajustar a carga que imponha a deformação esperada devido à instabilidade dos macacos hidráulicos empregados.

Os problemas acima apresentados indicam, como conclusão deste trabalho, que um modelo numérico para ser implementado em um programa de elementos finitos não deveria, no estado atual de conhecimento, ser formulado via modelo de relaxação, ou seja, via cadeia de Maxwell. A formulação mais adequada deve ser feita diretamente através da cadeia de Kelvin evitando a introdução das incertezas atualmente existentes.

## CAPÍTULO X

### CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho de pesquisa foi o estudo do comportamento reológico dos concretos em suas primeiras idades, ou seja, como se desenvolvem fluência, relaxação e retração dos concretos nas idades inferiores a 3 dias após a mistura, sendo especialmente considerável os primeiros momentos após o final da “pega” do concreto, ou seja, idades entre 8 horas após a mistura e até 24 horas.

Cumulativamente ao problema acima descrito, que até hoje não apresenta soluções eficientes, temos os concretos compostos com outros materiais, aditivos químicos e minerais que formam os concretos de alto desempenho (CAD), alterando mais ainda o já pouco conhecido comportamento reológico para os concretos e especialmente para os concretos jovens.

Como suporte à base de dados gerada, este trabalho pretendeu também, fornecer subsídios teóricos para a análise do comportamento reológico dos concretos de forma geral, em especial nas primeiras idades.

Uma observação do comportamento das diversas curvas de fluência em comparação com os resultados experimentais, não deixa qualquer dúvida sobre a excepcional capacidade de ajuste da função de Dirichlet para a cadeia de Kelvin. Quase uma centena de curvas foram geradas para comparação com outra centena de curvas experimentais sempre apresentando ajuste excelente.

Na moldagem dos concretos aditivados com microsilica, o comportamento do concreto foi basicamente o esperado, conforme descrito no capítulo II e apresentado nos capítulos VI e IX. No rompimento dos corpos de prova, nos casos dos traços de resistência mais elevada, em geral superiores a 50 MPa, constatou-se a chamada ruptura frágil, entretanto, este efeito ocorreu devido ao fato de a prensa utilizada não apresentar controle de deformações, explodindo o concreto e lançando pedaços a grandes distâncias (superiores a 20m), comprometendo inclusive a segurança do operador e das pessoas que passam próximo. Este efeito, não ocorreu quando o rompimento foi feito na prensa do Laboratório de Materiais de Construção, onde devido a características da prensa, controle de deformações, o equipamento não permite o esmagamento do corpo de prova, o que ocasiona uma ruptura suave, sem efeitos especiais.

Além das conclusões preliminares já apresentadas devemos encerrar este trabalho através da apresentação de um conjunto de conclusões finais como segue:

- 1) A complexidade da realização de ensaios reológicos para concretos com poucas idades introduz uma série de incertezas nos valores obtidos experimentalmente.

Como podemos verificar nos procedimentos experimentais descritos no capítulo V desta tese, a elaboração e organização operacional de uma série de ensaios envolve uma série de eventos interdependentes. Cada evento envolve operações experimentais e de aquisição de dados bastante complexas, complexidade esta que é aumentada visto a velocidade de evolução das propriedades do concreto a poucas idades. Por exemplo, durante a realização de um ensaio de relaxação o carregamento (deformação imposta) é centrado (ajuste das porcas - ver capítulo V) a partir da leitura do nível de bolha sobre a placa que impõe o carregamento. Durante este ajuste são então impostas cargas e descargas descentradas até a nivelção adequada desta placa. Ora, o ideal seria a imposição de uma deformação quase instantânea, o que poderia ser obtido com um equipamento mais sofisticado - aplicação de carregamento com servo mecanismo com controle de deformação através de sistema de controle.

A realização de um ensaio de relaxação também deve ser acompanhada de correções na deformação aplicada relativa às deformações de retração. Também aqui, a velocidade de aplicação destas correções depende da verificação da retração no corpo de prova testemunho e posterior correção através do ajuste de porcas no ensaio de relaxação. O ideal, também neste caso, especialmente para os casos de baixas idades dos concretos, seria o emprego de equipamento automatizado com correção quase imediata do carregamento através de um sistema de controle e servo-mecanismo.

Ainda como exemplo, podemos considerar que o controle de temperatura do Laboratório de Reologia não é perfeito, ocorrendo variações de temperatura entre o dia e a noite, bem como, variações puramente climáticas costumam a ser estabilizadas pelo sistema de ar condicionado em funcionamento, como pode ser verificado nas curvas de temperatura apresentadas no capítulo VI deste trabalho.

Diversas conclusões só podem ser obtidas com a realização simultânea e/ou em série de ensaios sobre o mesmo tipo de material. Por exemplo, a verificação da coerência dos dados de uma série de ensaios de fluência que compreende diversas idades de carregamento só pode ser verificada após a realização de ensaios para estas diversas idades. Lembramos aqui que uma "série" de ensaios é composta (para o mesmo traço de um concreto correspondente a uma única concretagem) de ensaios de fluência a diversas idades de carregamento (geralmente 11 horas, 1 dia, 3 dias e 7 dias), ensaio de relaxação (geralmente a uma idade de carregamento próxima a 11 horas), ensaios de retração, módulo de elasticidade e resistência à compressão (sendo os dois últimos a cada uma das idades descritas acima).

Por exemplo, uma maior inclinação (velocidade) da fluência quando o corpo de prova é carregado a 11 horas relativamente a um carregamento a 7 dias só pode ser verificada após a realização de toda a série de ensaios. Além disto, a verificação da coerência dos valores experimentais obtidos de um ensaios de relaxação depende dos valores experimentais de toda a série de ensaios de fluência para as diversas idades de carregamentos.

Sendo assim, pequenas variações ambientais ou em parâmetros que podem modificar fisicamente as características de um ensaio de uma dada série podem comprometer toda

uma sequência de experiências que visam a determinação de funções que correlacionam todos os parâmetros que determinam o comportamento reológico;

2) A função de fluência do CEB-FIP/90 não deve ser utilizada para previsão de comportamento de concretos com carregamento a poucas idades;

3) A função de CEB-FIP/90 aproxima bem a evolução dos módulos de elasticidade, podendo ser utilizada como parâmetro dependente da idade de carregamento nas funções de fluência. Gostaríamos aqui de lembrar que o parâmetro ( $1/E(t')$ ) é de bastante importância na maioria das funções de fluência. A determinação deste valor pela função do CEB-FIP (ver capítulo VII) pode ser de grande valia para a elaboração do ajuste das funções de fluência baseadas na cadeia de Kelvin, como foi apresentado neste trabalho, em seu oitavo capítulo.

4) Visto as incertezas da correspondência entre fluência e relaxação para as baixas idades de carregamento, os modelos numéricos a serem utilizados em programas de Elementos Finitos devem necessariamente ser formulados via cadeia de Kelvin e não via cadeia de Maxwell afim de evitar as inversões de funções e conseqüentemente a introdução de incertezas;

5) A função de Byfors-Pfefferle não deve ser utilizada para fins de previsão de comportamento da fluência dos concretos, salvo para aqueles especificamente referenciados pelo Swedish Handbook of Concrete;

6) Apesar de apresentar problemas para o ajuste de alguns ensaios realizados, a cadeia de Kelvin, conforme apresentada no capítulo VII, é a melhor ferramenta para simular o comportamento do concreto a poucas idades.

Cabe aqui um comentário, visto que a aplicação deste modelo no corpo da tese foi dada num quadro de ajuste de valores experimentais de fluência e não de previsão de comportamento. Ora, conforme ficou patente pela demonstração apresentada no capítulo IX, a função (de previsão) de Byfors-Pfefferle é, mais precisamente, uma cadeia de Kelvin, onde os parâmetros que caracterizam o modelo (molas e amortecedores) são utilizados para previsão do comportamento de alguns tipos específicos de concretos (habitualmente utilizados na Suécia). Entretanto, as conclusões desta tese (ver conclusões parciais, item IX.4) é de que a cadeia de Kelvin não deveria, ao menos no estado atual de evolução das pesquisas, ser usada como uma função onde os parâmetros (módulo de elasticidade das molas e coeficientes de amortecimentos dos amortecedores) poderiam ser associados a características físicas do concreto.

Estes parâmetros, no estado atual dos conhecimentos, devem ser considerados apenas como coeficientes matemáticos de uma função de ajuste. O único parâmetro que deve ser relacionado a um efeito físico é o módulo de elasticidade (evoluindo com o tempo)  $E(t')$ . ;

;

7) Em futuros ensaios de relaxação de concretos com carregamento em idades inferiores a tres dias, recomendamos que seja utilizado um método de carregamento que permita que o mesmo seja instalado o mais rapidamente possível (ver também conclusões 1) acima);

8) Durante futuros ensaios de reologia deve-se cuidar para evitar que variações de temperatura ocorram dentro do laboratório, especialmente durante as fases denominadas de concreto jovem e concreto quase-duro no capítulo III (ver também conclusões 1) acima);

De maneira geral, foi possível a constatação dos fenômenos físicos esperados, constantes na literatura e apresentados neste trabalho. Consideramos que o desenvolvimento numérico apresentado e a base de dados construída, são de grande utilidade imediata para aplicações em obras de Engenharia, devendo nestes casos ser seguido o roteiro que a seguir apresentamos para ajustar funções de fluência de concretos. Este ajuste poderá, entretanto, se dar sob dois casos especiais, ou seja, um primeiro onde se conhecem dados experimentais e um segundo quando os dados não são conhecidos:

#### 1) Roteiro para o primeiro caso:

1.1 - Deverá ser desenvolvida série de ensaios de fluência do concreto que se deseja utilizar na obra, com idades de carregamento variando entre 10 horas e 28 dias. Na impossibilidade recomenda-se a utilização de dados experimentais obtidos em obra semelhante em que tenha havido ensaios de controle;

1.2 - De posse dos resultados estes serão colocados em forma de gráfico para uma primeira análise de consistência;

1.3 - A seguir, os dados consistentes serão utilizados como entrada do programa ESPECKEL que fornecerá os coeficientes  $C_{k,\mu}$  que permitem os cálculos dos diversos  $E_{\mu}(t')$

1.4 - Através de uma nova planilha serão calculados os valores de  $J(t,t')$  dos diversos valores de  $t-t'$  adotados, com o traçado das curvas para análise, incluindo curvas intermediárias, que deverão ser incluídas pelo menos uma a cada intervalo entre duas idades de carregamento. Neste cálculo, recomenda-se que os valores de  $E(t')$  que não sejam conhecidos sejam determinados pela função do CEB/90 indicada no capítulo VII deste tese. Sabe-se que as curvas correspondentes às idades ensaiadas serão coincidentes. Entretanto, as curvas de interfaceamento poderão apresentar discordâncias. Neste caso, o traçado daquelas discondantes deverá ser refeito baseado em retas que serão calculadas para unir os valores dos dois  $E_{\mu}$  vizinhos. Finalmente se ainda assim o comportamento não for adequado muito provavelmente existem problemas nos dados experimentais que deverão ser verificados.

1.5 - Se houver necessidade da determinação da curva de relaxação recomendamos a utilização das técnicas indicadas no capítulo VIII desta tese, utilizando-se então os coeficientes para cálculos dos  $E_{\mu}$  conforme tenham sido considerados para o ajuste do item anterior.

#### 2) Roteiro para o segundo caso:

2.1 - Embora, baseado neste trabalho não possamos recomendar a utilização de funções de fluência para fins de predição, se não houver quaisquer possibilidades de obtenção de um conjunto de dados confiáveis, recomendamos a adoção de concretos com dosagens o mais simples possível (evitar concretos aditivos e com aplicação de carregamentos em idades muito reduzidas) e a utilização da função recomendada pelo CEB-FIP/90;

2.2 - Quanto aos demais itens deverão ser repetidos os itens 1.2 a 1.5 acima descritos.

O desenvolvimento de um trabalho experimental de porte considerável, obteve uma quantidade de resultados, ou seja, a formação de uma base de dados, que permitiu o desenvolvimento desta tese, bem como, pretende ser útil para o desenvolvimento de outros estudos como os que serão indicados a seguir. A base de dados formada pretendeu cobrir uma ampla gama de tipos de traços, com aditivos minerais e químicos, além dos concretos não aditivados, tendo sido consideradas ainda as variações de fator água-cimento e de consumo de cimento por  $m^3$ . Esta pesquisa experimental, necessita, entretanto de uma continuidade e ampliação afim de permitir um maior nível de certeza nas conclusões alcançadas.

Desta pesquisa conclui-se ainda, que a obtenção de funções para previsão de desenvolvimento de fluência é uma tarefa muito complexa, uma vez que, se ao tratarmos com os concretos convencionais apenas já temos variações consideráveis de comportamento para um mesmo traço, especialmente ao tratarmos com concretos especiais, onde o número de elementos influentes cresce muito. Assim sendo, recomendamos que em todos os estudos em que a importância dos esforços reológicos seja de importância considerável que se façam estudos de laboratório para que se possam obter previsões de comportamento com um mínimo de segurança e conseqüentemente de coerência.

Este trabalho, que apresenta um encaminhamento de como se devem tratar os dados experimentais para a obtenção de previsões mais seguras, entretanto, deixa em aberto uma grande quantidade de assuntos a serem pesquisados, seja em continuidade a alguns assuntos que ficaram indefinidos, seja na elaboração de pesquisas que complementarão os resultados aqui alcançados, ampliando a sua utilidade e aplicabilidade.

Entre as pesquisas que pretendemos desenvolver um futuro próximo e poderão se constituir em outras teses e trabalhos indicamos:

- Desenvolvimento de novos trabalhos experimentais, aperfeiçoando a metodologia aqui utilizada, seja por uma maior automação dos ensaios, especialmente os ensaios de determinação da curva de relaxação, seja pela realização de novas séries de ensaios com obtenção de conjunto de curvas de fluência mais amplos, especialmente nas primeiras idades.

- Sugerimos que sejam repetidos os concretos aqui ensaiados, porém, com realização de ensaios de fluência às 10 horas, 13, 16, 20, 24, 48 e 72 horas, além de 7, 14, 21 e 28 dias, com acompanhamento por no mínimo 90 dias;

- Deverão ser ensaiados concretos de resistência mais elevada, buscando atingir pelo menos 100MPa. Recomendamos que os corpos de prova utilizados para a determinação da resistência à compressão sejam menores de forma a permitir a utilização do equipamento existente no laboratório, entretanto, os corpos de prova a serem carregados para medição da fluência e relaxação devem ser maiores afim de aumentar sua representatividade;
- Devem ser realizados ensaios de relaxação pelo menos com imposição de deformações nas idades de 10 horas, 24 horas e 3 dias. Nestes ensaios devem ser utilizados equipamentos automatizados que reduzam a participação de mão de obra;
- A análise reológica nas primeiras idades dos concretos compactados a rolo (CCR) também devem ser realizada, visto a forte tendência de utilização deste material devido ao seu custo reduzido na construção de barragens;
- A análise de aplicações destas técnicas em obras de menor porte que envolvam aplicações de concreto protendido, ou mesmo concreto armado com aplicação de concretos de alta resistência e consequentemente vigas muito esbeltas para grandes vãos. Aplicações em pontes, viadutos, prédios industriais, edifícios altos e mesmo em estruturas off-shore. Estas aplicações devem considerar inclusive a possibilidade de desenvolvimento de estruturas mais econômicas quando comparadas às de aço.

## CAPÍTULO XI

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] NEVILLE, A.M., DILGER, W.H., BROOKS, J.J., Creep of Plain and Structural Concrete, Essex, Longman Group Limited, 1ª edição, 1983.
- [02] EMBORG, M., Thermal Stresses in Concrete Structures at early ages, Doctoral Thesis Thesis, Lulea University of Technology, April, 1989.
- [03] BYFORS, J., Plain Concrete at early ages, Research Stockholm, Swedish Cement and Concrete Research Institute, 1ª edição, 1980.
- [04] RILEM, International Conference on concrete of early ages, Anais, Paris, Anciens ENPC Editions, 1982.
- [05] CEB-FIP, Model Code 1990, (Versão final) Bulletins d'Information 213 e 214, London, 1993.
- [06] BAZANT, Z.P., BAWEJA, S., Creep and Shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures - Model B3, RILEM draft recommendation - Material and Structures 28, pp 357-365, 1995.
- [07] GAIOLFATTO, R.L., Análise teórico-experimental do concreto jovem, Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, 1988.
- [08] CEB-FIP, High-strength Concrete State of the Art, Bulletin d'Information n°197, London, 1990.
- [09] ALMEIDA, R., Fumo de Sílica e Concreto, Revista do IBRACON n°11, Instituto Brasileiro do Concreto, Editora Pini, São Paulo, 1994.
- [10] ACI 363 R84 (American Concrete Institute), State of the art on High Strenth Concrete (HSC), ACI Comitte 363, EUA, 1984.

- [11] LE ROY, R., DE LARRARD, F., Creep and Shrinkage of High-Performance Concrete: The LCPC experience, pp. 499 a504 dos anais da Reunião da RILEM, Paris, 1985.
- [12] BUIL, M., ACKER, P., Creep of a Silica-Fume Concrete, Cement and Concrete Research, vol.15 pp 463-466, 1985.
- [13] FAIRBAIRN, E.M.R., PEREIRA, G.L.C., SOUZA, L.A., Manual do programa SISTPC, versão 2.0, Rio de Janeiro, 1987.
- [14] EMBORG, M., Temperature Stresses in Massive Concrete Structures - Viscoelastic Model and Laboratory Tests, Licenciante Thesis, Lulea, Lulea University of Technology, 1985.
- [15] KASAY, Y., YOKOYAMA, K., MATSUI, T. : Tensile properties of early-ages concrete. Proceedings International Conference Mechanical Behaviour of Materials, pp.288-298, Kyoto, 1971.
- [16] The Shrinkage of concrete: Physical Origins and parameters of influence. RILEM, GMC, 1995.
- [17] ESPION, B., CHARIF, H. Creep and Shrinkage Models and Computational Methods in Structural Codes , RILEM, GMC, 1995.
- [18] BERTIL, S., PERSON, M. Self desiccation and its importance in the concrete technology , University of Lund, Sweden, 1995.
- [19] BAZANT, Z., P., KIM, J.,K., PANULA, L.; Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 1 - Shrinkage , Materials and Structures, 24, pp. 327-345, USA, 1991.
- [20] BAZANT, Z., P., KIM, J., K., Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 2 - Basic creep, Materials and Structures, 24, pp. 409- 421, USA, 1991.
- [21] BAZANT, Z., P., KIM, J., K., Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 3 - Creep at drying, Materials and Structures, 25, pp. 21-28, USA, 1992
- [22] BAZANT, Z., P., KIM, J., K., Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 4 - Temperature effects, Materials and Structures, 25, pp. 84-94, USA, 1992
- [23] BAZANT, Z., P., KIM, J., K., Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 5 - Cyclic load and cyclic humidity, Materials and Structures, 25, pp. 163-169, USA, 1992

- [24] BAZANT, Z., P., KIM, J., K., Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 6 - Simplified code-type formulation, Materials and Structures, 25, pp. 219-223, USA, 1992.
- [25] BAZANT, Z., P., Creep and Shrinkage of Concrete - Mathematical Modeling - Illinois, Northwestern University, preprints of the fourth RILEM International Symposium, 1986.
- [26] CEB-FIP Manual on Structural effects of time-dependent behavior of concrete, Bulletins 142 e 142-bis, 1ªedição, 1984.
- [27] BAZANT, Z., P., CAROL, I., Solidification Theory: A rational and effective framework for constitutive modeling of aging viscoelasticity Published by E & FN Spon, London, 1994.
- [28] BAZANT, Z., P., XI, Y., Continuous retardation spectrum for solidification theory of concrete creep, Published by E & FN Spon, London, 1994.
- [29] BAZANT, Z. P., Creep and Thermal Effects in concrete structures: A conspectus of some new developments, Northwestern University, Evanstons, USA, 1994.
- [30] BAZANT, Z., P., KIM, J., K., Consequences of diffusion theory for shrinkage of concrete, Materials and Structures, 24, pp. 323 - 326, USA, 1991.
- [31] CASTRO, N., Função de fluência do concreto obtida por ensaio direto de relaxação, Tese de doutoramento, COPPE/UFRJ, 1982.
- [32] LAPLANTE, P., Propriétés mécaniques des bétons deercissants: analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances, LCPC, série ouvrages d'art OA13, décembre, Paris, 1993.
- [33] RILEM, RILEM Recommendation - CPC 08 - Modulus of Elasticity of Concrete in Compression, 1975.
- [34] COUSSY, O., ULM, F-J, Creep and Plasticity due to chemo-mechanical couplings, Computacional Plasticity, Proceedings of the 4th International Conference held in Barcelona, Owen, D.R.J. e Oxate, E (Editors), Pineridge Press, 1995.
- [35] FAIRBAIRN, E.M.R, GUEDES, Q.M., LONGO, H.I., Sobre as formulações Integral e Diferencial da viscosidade linear com envelhecimento. Aplicações ao concreto massa, pp. 5 a 18, vol 6, nº 1 - RBE - Rio de Janeiro, Agosto 1988.
- [36] BAZANT, Z.P., Numerical Determination of Long-Range Stress History from Strain History in Concrete, Material and Structures, Vol. 5 - pp. 135-141 - 1972.

- [37] BAZANT, Z.P., Creep and Shrinkage of concrete - Mathematical Modeling, Illinois, Northwestern University, preprints of the 4th International RILEM Symposium, 1986.
- [38] ILLSTON, J.M., JORDAN, I.J., Three dimensional creep measurements in young concrete, Materials and Structures, vol. 4 - n°24, 371-377 - Paris, Dunod Editor, 1971.
- [39] BAZANT, Z.P., Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus Method, ACI Journal, pp 212-217, USA, 1972.
- [40] FAIRBAIRN, E.M.R, LONGO, H.I., ZHENG, R. Formulação diferencial do problema da relaxação do concreto - Estudo teórico-experimental, PEC-COPPE/UFRJ - Pesquisa - Rio de Janeiro, 1987.
- [41] CREUS, G.J., Viscoelastic - Basic Theory and Applications to Concrete Structures, Heidelberg, Springer-Verlag - Berlim - 1986.
- [42] BAZANT, Z.P., Input of concrete and shrinkage characteristics for a Structural Analysis Program, Materials and Structures, vol.15, n° 80, pp 283-290, Paris, 1982.
- [43] BYFORS, J. The age-dependence of concrete creep at early ages, RILEM pp 239-242 - Paris, 1982.
- [44] LONGO, H.I., Estudo experimental da relaxação do concreto, Seminário de Doutorado, PEC-COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro - 1988.
- [45] FAIRBAIRN, E.M.R., Formulação integral - Formulação diferencial, Pesquisa - PEC/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1988.
- [46] Properties of the set concrete at early ages, State of the art, Materials and Structures, Paris, 1981.
- [47] NEVILLE, A.M., Prperties of concrete, Pitman Publishing Ltd, London, 1977.
- [48] NEVILLE, A.M., Creep of concrete: Plain, Reinforced and Prestressed, North-Holland Publishing Company - Amsterdã - 1970.
- [49] Anais do seminário de tecnologia Elkem sobre microssílica - São Paulo - 1984.
- [50] FAIRBAIRN, E.M.R., GAIOFATTO, R.L., Estudo experimental da reologia do concreto jovem, Anais da 32ª reunião do IBRACON - Fortaleza - 1990.
- [51] FAIRBAIRN, E.M.R., GAIOFATTO, R.L., Estudo da reologia do concreto jovem, Anais do 2º Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto - São Paulo - 1990.

- [52] CEB-FIP Evaluation of the time-dependent of concrete - Bulletin d'Information 199 - Paris, 1990.
- [53] CEB-FIP Design Aspects of High Strength Concrete, Bulletin d'Information 193 - Paris, 1989.
- [54] MEHTA, P.K., Condensed Silica Fume Cement Replacement Materials - Surrey University - London - 1986.
- [55] BAZANT, Z.P., CAROL, I. (Editors) Proceedings of the Fifth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete, E&FN Spon Editores, Chapman e Hall, Barcelona, 1993.
- [56] FAIRBAIRN, E.M.R., MENEZES, N.C., Rapport sur l'état de l'art de l'application de la Méthode des Eléments Finis au beton armé, CEBTP-SES, Rapport SETRA-CEBTP index Qc, 1993.
- [57] SARGIN, M., Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections, Univerity of Waterloo, Canada, 1971.
- [58] BAZANT, Z.P., PRASANAN, S., Solidification Theory for Concrete Creep. I - Formulation e II- Verification and Application, Materials and Structures, n.24 - pp. 195-208 - Paris, 1984.
- [59] NBR 8224 - Concreto endurecido - Determinação da fluência, ABNT, Novembro 1983.
- [60] FAIRBAIRN, E.M.R., LONGO, H.I., PEREIRA, G.L.C., GAIOFATTO, R.L., Estudo da Reologia do Concreto aplicada ao cálculo das tensões térmicas em barragens, Anais do 6º Colóquio sobre estruturas de concreto armado e protendido pp132-156 vol.2 PUC, Rio de Janeiro, 1990 Anais da PUC, Rio de Janeiro, 1990.
- [61] NBR 8522 - Concreto: determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação - ABNT - Maio, 1984.
- [62] Creep and Shrinkage of Concrete, Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [63] ROSTASY, F.S., GUTSCH, A., LAUBE, M. Creep and relaxation of concrete at early ages - experiments and Mathematical Modeling, Proceedings of 5º International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [64] DAMERON, R.A., DUNHAN, R.S., JAMES, R.J., RASHID, Y.R., Constitutive modeling of early time effects in concrete, Proceedings of 5º International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.

- [65] OHSHITA, H. , ISHIKAWA, Y., TANABE, T. Creep mechanism of early age concrete modeling with two phase porous material, Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [66] SERRA, I., MARÍ, A.R., MARTINEZ-ABELLA, F., LOPEZ-ALMANSA, F., Experimental measurements of creep and shrinkage of early demolded reinforced concrete beams, Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [67] AGUADO, A., GETTU, R. Creep and shrinkage of high performance concretes , Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [68] BROOKS, J.J., HYNES, J.P., Creep and Shrinkage of ultra high strength silica fume concrete , Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [69] MIAO, B., Long-term behavior of HPC Structural Columns, Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [70] GIACCIO, G., GIOVAMBATTISTA, A. ROCCO, C., ZERBINO, R., Compressive creep of High Strength Concrete, Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [71] PERSSON, B.S.M., Basic creep of High Strength Concrete at early ages, Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [72] OH, B.H., CHA, S.W., UM, J.Y., LIM, D.H., YOO, S.W., KIM, J.H., Effects of reinforcement and humidity on the creep and shrinkage behavior of high-strength concrete members, Proceedings of 5° International RILEM Symposium, E&FN Spon, Bazant, Z.P., Carol, I. (Editors), 1993.
- [73] DILGER, W.H., Creep and shrinkage in concrete structures, in Methods of Structural creep analysis, editado por Bazant, Z.P. e Wittman, F.H., Wiley e Sons, pp 305-339, New York, 1982.
- [74] HARRISON, T.A., Early Age thermal crack control in concrete. Construction Industry Research Information Association (CIRIA), 1981
- [75] HARRISON, T.A., A simple approach to the prediction of early age thermal cracking, Proceedings do RILEM International Conference on Concrete at Early Age, pp 239-242, Paris, 1982.
- [76] TOWNSEND, C., Control of temperature cracking in mass concrete, ACI - SP-20, Detroit, 1968.

- [77] RILEM, TC 107, Creep and shrinkage prediction Models: Principles of their formulation, Materials and Structures, 28, pp 52-55, 1995.
- [78] BAZANT, Z.P., BAWEJA, S. , Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures - Reported by ACI Committee 209 R-92 (complement), Creep and Shrinkage in Concrete, 1995.
- [79] FAIRBAIRN, E.M.R., Workshop sobre Reologia de concreto massa para barragens de gravidade - Anais - Grupo TC-GMC - Rio de Janeiro - 1995.
- [80] CARINO, N. J., CLIFTON, J. R., High-Performance Concrete: Research Needs to Enhance its use - Concrete International vol.13, nº 9, September 1991.
- [81] MIKULIC, D., PAUSE, Z., UKRAINCIIK, V., Determination of concrete quality in a structure by combination of destructive and non-destructive methods, Materials and Structures, 25 - pp. 65-69, 1992.
- [82] BENMOKRANE, B., BALLIVY, G., CHAALLAL, O., PIGEON, M., Experimental Study of the grains generated in concrete by variations in climatic conditions, Materials and Structures, 25, pp. 149-156, 1992.
- [83] BERHANE, Z., The behaviour of concrete on hot climates , Materials and Structures, 25, pp. 157-162 - 1992.
- [84] SCHNEEBERGER, H., A contribution to the stress-strain relationship of concrete, Materials and Structures, 25, pp.145-148, 1992.
- [85] MARTINEZ Y CABRERA, F., POZZO, E., Experimental control of deformability at short-term loadings in testing large-span prestressed structures, Materials and Structures, 25, pp. 231-238, 1992.